Friedrich Samhaber (Hsg.)

Georg-von-Peuerbach-Studien

Jubiläumsband zum 600. Geburtstag
von Georg von Peuerbach im Jahr 2023

Impressum

Herausgeber: Prof. Dipl.-Ing. Dr. Friedrich Samhaber
im Auftrag der Stadtgemeinde Peuerbach
Druck und Verlag: Wambacher, Raab 2023

ISBN 978-3-85360-035-1

Alle Inhalte dieses Werkes, insbesondere Texte, Grafiken und Fotografien sind urheberrechtlich geschützt. Jede Art der Verfielfältigung, sei es auch nur auszugsweise, bedarf der schriftlichen Einwilligung der jeweiligen Verfasser.

Georg-von-Peuerbach-Studien

Herausgegeben von
Friedrich Samhaber

Sammelband ausgewählter Publikationen
von den Peuerbach-Symposien 2000-2008
und von einem Ausstellungskatalog von Stift Melk

2023

Inhaltsübersicht

		Seite
	Vorwort	VII
Friedrich Samhaber	Georg von Peuerbach	1
	Publikationen	19
Helmuth Grössing	Georg von Peuerbach, Naturwissenschaft und Humanismus	21
Wolfgang Kaunzner	Über Georg von Peuerbach und die Mathematik des 15. Jahrhunderts	43
Hermann Mucke	Überprüfung von Beobachtungen Georgs von Peuerbach	75
Wolfgang Kaunzner	Von Georg von Peuerbach zu Johannes Kepler - zwei Jahrhunderte mathematischer Entwicklung im Abendland	93
Friedrich Samhaber	Der Codex Mellicensis 367 als Fundgrube Peuerbach'scher Werke	131
Hartmut Warm	Der Harmoniegedanke von Peuerbach über Kepler bis Newton	139
Wolfgang Kaunzner	Die beiden Wiener mathematischen Schulen und ihre Bedeutung für die „Deutsche Coß"	155
Ulrich Reich	Die Arithmetik des Georg von Peuerbach – Was kam danach?	221
Karin Reich	Kometen von Peuerbach bis Gauss – Schlaglichter auf 500 Jahre Kometenbeobachtungen	239
Hatice Skarits	Die Sterne des Peuerbach-Astrolabiums und ihre arabischen Namen	259
Friedrich Samhaber	Peuerbach's Theorie vom wandernden Schwerpunkt	273
Wolfgang Kaunzner	Das Rechnen von Peuerbach bis Newton, einmal anders betrachtet	279
Christine Glassner, Karl Heinz Keller	Astronomie des 15. Jahrhunderts aus Wien in der Yale Medical Library (Die ehemalige Melker Handschrift 794)	325
	Georg-von-Peuerbach-Symposien 2000-2008	348
	Sonderausstellungen im Schlossmuseum Peuerbach	348
	Literaturhinweise	349

Vorwort

„Es ist evident, dass die Bewegung der sechs Planeten in Zusammenhang mit der Sonne steht und dass die Sonne wie ein gemeinsamer Spiegel das Maß ihrer Bewegung regelt" Georg von Peuerbach in: Theoricae novae planetarum

Georg von Peuerbach (1423-1461) war einer der bedeutendsten Mathematiker und Astronomen des 15. Jahrhunderts.

Seine bahnbrechenden astronomischen Arbeiten bildeten das Fundament für die epochalen Erkenntnisse des Nicolaus Copernicus und Johannes Kepler. Sein Astronomie-Lehrbuch:
„Theoricae novae planetarum" (Neue Planetenmodelle) werden mit 56 Neuauflagen (bis 1653) zum wissenschaftlichen Bestseller des ausgehenden Mittelalters und der Renaissance. Er erfand die erste Taschenuhr und konstruierte äußerst präzise astronomische Instrumente.

Auswirkungen bis heute hat seine Einführung der Sinus-Rechnung in die abendländische Mathematik. Die Winkelfunktionen sinus und sinus secundus (heute cosinus) sind unverzichtbar geworden in vielen Wissensgebieten besonders in der Vermessungstechnik auf der Erde und im Weltraum.

Die Stadtgemeinde Peuerbach veranstaltete zu Ehren ihres großen Sohnes in den Jahren 2000 – 2008 fünf internationale wissenschaftliche Georg-von-Peuerbach-Symposien, deren Vorträge die Geschichte der Mathematik und Astronomie ab dem 15. Jahrhundert behandelten.

Dieser Sammelband - herausgegeben im Jahr seines sechshundertsten Geburtstages - enthält die Auswahl jener Vorträge dieser Symposien, (erweitert um einem Beitrag aus einem Ausstellungsbegleitbuch) welche sich vorwiegend mit Georg von Peuerbach, seinem Werk und den Folgewirkungen seiner Erkenntnisse befassen.

Diese Beiträge sollen nicht nur dazu dienen unser Wissen über Georg von Peuerbach und die geistigen Errungenschaften seiner Zeit abzurunden und zu erweitern, sondern sollen vor allem auch als Basis und Anreiz für weitere Forschungen dienen.

Friedrich Samhaber

Georg von Peuerbach

Georg von Peuerbach, die Zentralfigur der Wiener mathematisch-astronomischen Schule des 15. Jahrhunderts war einer der bedeutendsten Astronomen, Mathematiker und Instrumentenbauer seiner Zeit. Nicolaus Copernikus zählte ihn zu den vier größten Astronomen, eine Wertung die Gewicht hat.
Peuerbach hat erstmalig versucht Größe und Entfernung eines Kometen zu bestimmen, hat die erste präzise Taschenuhr der Welt erfunden und damit ein frühes Beispiel der Miniaturisierung geschaffen.[1] Erstmalig zeichnete er die Missweisung der Magnetnadel (Abweichung von der exakten Nordrichtung) in einen Kompass ein und versah er alle Kompasse seiner Klappsonnenuhren mit dieser Korrekturmarke. Erst ab diesem Zeitpunkt standen der Schifffahrt verlässliche Richtungsmessgeräte zur Verfügung. Die Einführung der Sinus-Rechnung in die abendländische Mathematik ist ebenfalls ihm zu verdanken.

Peuerbach schuf mit seinen „Theoricae novae planetarum" einen wissenschaftlichen Bestseller der Renaissance und war der wichtigste Wegbereiter für die revolutionäre Erkenntnis des heliozentrischen Systems von Nicolaus Copernikus.

Georg Anpekh erblickte am 30. Mai 1423 in Peuerbach, Oberösterreich das Licht der Welt. Über seine frühe Jugend ist wenig bekannt, sicher ist, dass der damalige Pfarrer von Peuerbach – Doktor der Theologie und des Kanonischen Rechts und 1417 mit einer Regenz an der Artistenfakultät der Wiener Universität ausgestattet – Georgs Ausbildeweg in besonderem Maße förderte.
Mit 21 Jahren begann Peuerbach sein Studium an der Wiener Universität[3,4,5,2,8] und wurde zum Sommersemester 1446 mit dem Namen: Georgius Aunpekh de Pewrbach in das Matrikelbuch eingeschrieben.

Am 2. Januar 1448, ein und dreiviertel Jahre nach seiner Inskription, wurde Georg Bakkalaureus. Kurz darauf entschloss sich Peuerbach zu einer etwa zweijährigen Reise nach Italien. Sein Freund Nihil Bohemus, der Hofastronom Friedrich III., war ihm bei den Reisevorbereitungen behilflich. Während dieser Reise waren die Hauptstützpunkte Padua und Rom. An der Universität Padua hielt er vielbeachtete astronomische Vorlesungen. In Rom wohnte er bei Nicolaus Cusanus, bzw. war - wie Regiomontanus schreibt - dessen Hausgenosse. Mit Nicolaus Cusanus trat Peuerbach nach zwei Jahren wahrscheinlich auch die Rückreise nach Österreich an.

Im Winter 1450/1451 wurde Nicolaus Cusanus vom Papst beauftragt, eine Legationsreise nach Deutschland durchzuführen, um in Deutschland die Verlängerung des Heiligen Jahres 1450 zu verkünden. Diese Legationsreise führte ihn über Salzburg und Melk nach Deutschland. Diese Gelegenheit dürfte Georg von Peuerbach genützt haben und mit im Gefolge des Cusanus von Italien über Salzburg nach Melk gereist sein.

In Wien angekommen studierte Georg von Peuerbach weiter bis ihn am 28. Februar 1453 die Artistenfakultät der Universität als Magister aufnahm. Inspiriert vom Humanismus, den er in Italien kennengelernt hatte, hielt er ab 1454 Vorlesungen über römische Klassiker[3)], und zwar 1454 und 1460 über Vergils „Aeneis" und ab 1456 über Juvenal. Ab 1454 las er über Planetenbewegungen und ab 1458 über die Herstellung und Berechnung von Sonnenuhren. Von diesen „Orarium" genannten Vorlesungen sind uns heute nur mehr wenige Bruchstücke von Manuskripten seiner Schüler erhalten.

Besonders beliebt waren Questiones, Lehrveranstaltungen bei welchen leidenschaftlich diskutiert wurde. Eine derartige Questio Disputata Peuerbachs ist uns im Codex 24 der Yale Universität (Fol. 173-201) erhalten und trägt den für seine Zeit äußerst provokanten Titel: „Utrum ex planetarum conjunctionbus et aspectu sicut et ex cometis possit astronomus veraciter Futura praedicere"[27]. Die Frage, ob der Sternenkundige überhaupt und wahrhaftig aus den Konjunktionen der Planeten und den Aspekten und Kometen die Zukunft voraussagen könne, lässt an der Berechtigung und Glaubwürdigkeit der Astrologie zweifeln und erschüttert deren Fundamente in einer Zeit in welcher Astrologie Selbstverständlichkeit war.
Dass man diese Frage zum Thema einer Questio machte, war allein schon eine ungeheure Provokation und sie zeigt das äußerst distanzierte Verhältnis Peuerbachs zur Astrologie.

Noch radikal ablehnender war Peuerbach gegenüber der Magie, an deren Existenz zu seiner Zeit kaum jemand zweifelte. Noch 150 Jahre später war Magie für Giordano Bruno eine reale Erscheinung, welche er in eine erlaubte und eine unerlaubte Magie einteilte. Peuerbach lehnte Zauberei vehement ab und wir finden in Codex 24 der Yale Universität (Seite 199) eine Auflistung von – wie er es nennt - verdammungswürdigen Büchern (Libri magici nephandi) welche die meisten magischen Bücher seiner Zeit beinhaltet. Viel stärker kann man seine Ablehnung nicht zum Ausdruck bringen.
Populärer als seine Lehrveranstaltungen an der Universität wurden seine (später sehr berühmten) Vorlesungen an der Stadtschule bei St. Stephan.

Der Freund Peuerbachs, Nihil Bohemus, vermittelte Peuerbach eine Stelle als Hofastronom bei Ladislaus Posthumus, dem sehr jungen Königs von Böhmen und Ungarn. Peuerbach nahm diese Stelle an und begleitete Ladislaus auch auf eine Reise nach Ungarn. Leider starb Ladislaus Posthumus in sehr jungen Jahren

und Peuerbach wurde dann Hofastronom bei Friedrich III. Für den Kaiser hatte er schon vorher viele astronomische Geräte – besonders Klappsonnenuhren mit korrigiertem Kompass, die Spezialität Peuerbachs, - geliefert.
Peuerbach pflegte einen äußerst regen schriftlichen Gedankenaustausch mit zahlreichen Fachkollegen und Freunden seiner Zeit. Zu diesen Freunden zählten Aeneas Silvius Piccolomini, Johannes Nihil Bohemus, Nikolaus von Kues, Johann Mendel, Georg von Eggenburg, Stefan Cholb und Kardinal Bessarion. Er wurde zum einflussreichsten Anreger seiner Freunde und griff selbst wichtige Anregungen begeistert auf.

Einer dieser Anreger war Kardinal Bessarion, der Peuerbach in dessen letztem Lebensjahr zur Durchführung eines mehrbändigen gigantischen Werkes – der Abfassung eines Auszuges aus dem Handbuch der Sternenkunde des Ptolemaios (genannt „Epitoma in Almagestum Ptolemai") – inspirierte. Obwohl sich Peuerbach mit Feuereifer der neuen Aufgabe widmete, war es ihm nicht mehr vergönnt, es zu vollenden. Während der Arbeit am sechsten Buch ereilte den 38-Jährigen ein früher Tod, der sein Schaffen am Höhepunkt unterbrach.
Es waren ihm praktisch seit seiner Rückkehr von Italien nur 10 Schaffensjahre gegönnt. Er wurde im Apostelchor des Stephansdoms bestattet. Eine besondere Auszeichnung, die damals nur ganz wenige Auserwählten zu Teil wurde und die überzeugend demonstriert, welch hohes Ansehen er bei seinen Zeitgenossen hatte.
Trotz seines kurzen Lebens hinterließ Peuerbach ein erstaunliches Lebenswerk. Bedauerlicherweise ist nur ein Teil davon erhalten geblieben, viele seiner wissenschaftlichen Abhandlungen und selbst hergestellten Instrumente sind verschollen. Von seinen erhaltenen Instrumenten bestechen vor allem das 1457 für Kaiser Friedrich III. angefertigte Astrolabium (Abb.: 1), sowie die 1451 und 1455 gebauten Klappsonnenuhren mit korrigiertem Kompass (Abb.: 2). Letztere verkörpern eine besondere Erfindung Peuerbachs, deren Nachfolgemodelle noch 300 Jahre lang gebaut wurden und 150 Jahre lang den Prototyp einer Taschenuhr darstellten.
Nicht mehr erhalten ist sein Quadratum Geometricum, ein Messgerät für Höhen- und Entfernungsbestimmungen. Da dessen Beschreibung und Gebrauchsanweisung überlebte, können wir uns jedoch ein genaues Bild davon machen und es rekonstruieren.
Zu den bedeuteten der uns erhaltenen Hauptwerke seiner astronomisch-mathematischen Schriften zählen die „Tabulae eclypsium" (Finsternistafeln), die „Epitoma in Almagestum Ptolemai" und die „Theoricae novae planetarum". Jedes dieser Werke hatte einen derart entscheidenden Einfluss auf den weiteren Verlauf der Astronomigeschichte, dass seine nähere Betrachtung angezeigt ist:

Abb.: 1 Nürnberger Astrolabium von 1457, Vorderseite, Germanisches Nationalmuseum Nürnberg, WI 129

Abb.: 2 Ältestes Exemplar der von Georg von Peuerbach erfundenen Klappsonnenuhr mit Kompass. Die Marke der Missweisung der Magnetnadel ist hier erstmalig eingezeichnet (1451). Auf der Innenseite der Verbreiterung des Deckels ist wieder die Devise Friedrich III.: A E I O U eingraviert und dokumentiert damit, dass dieses Instrument für den Kaiser hergestellt wurde.
Innsbruch, Tiroler Landesmuseum Ferdinandeum, Inv.Nr.: U5

Die Finsternistafeln

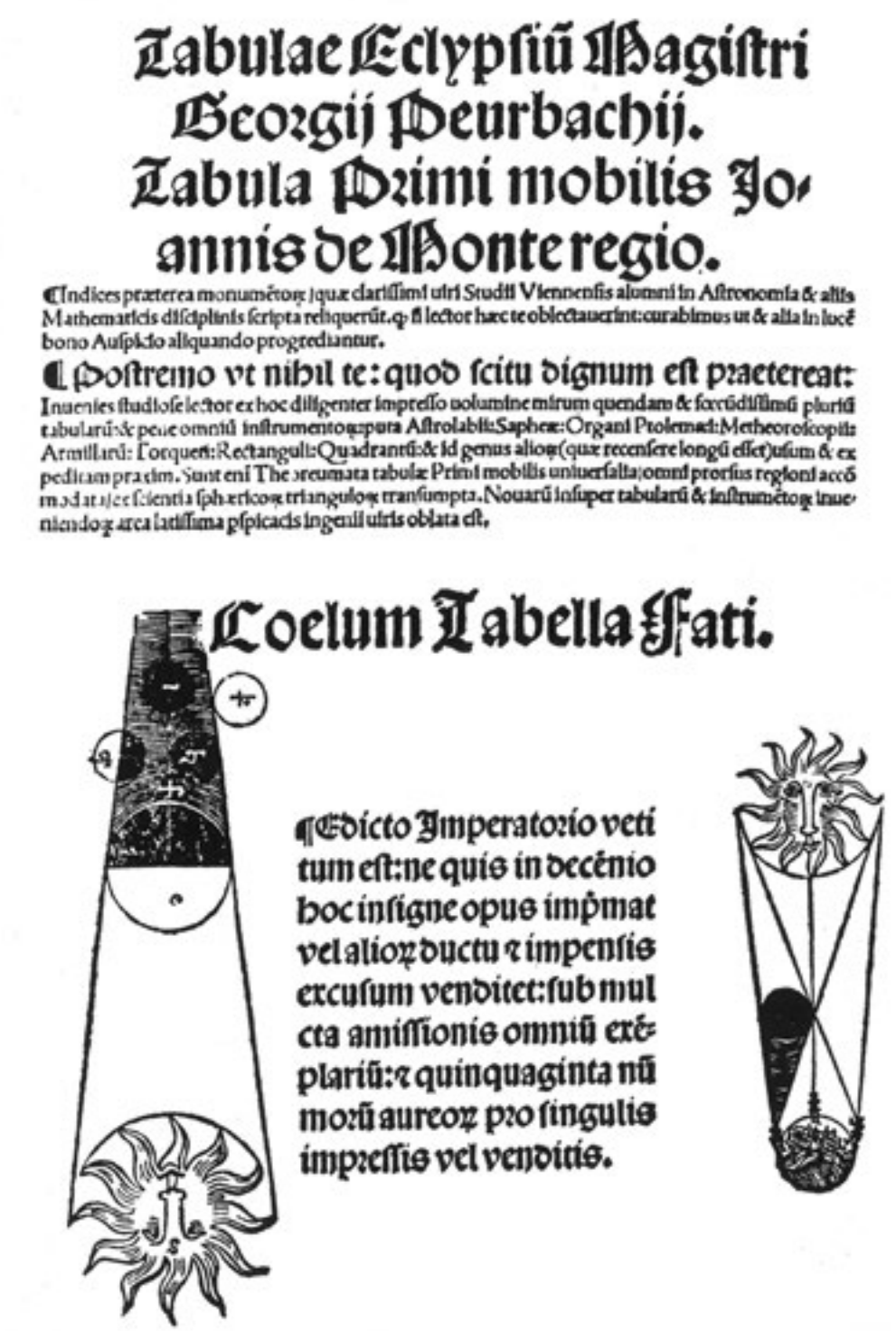
Die „Tabulae eclypsium" wurden 1460 fertiggestellt, 1473 erstmal gedruckt und 1514 zusammen mit der „Tabulae primi mobilis" (Tabellenwerk zur Bewegungsberechnung des Sternenhimmels) seines Schüler Johannes Regiomontanus veröffentlicht. In diesen Finsternistafeln war es Peuerbach gelungen die Präzision der Vorausberechnung des Zeitpunktes des Eintrittes von Sonnen – und Mondfinsternissen in Aufsehen erregender Weise zu steigern. Betrug die Zeitdifferenz zwischen Vorhersagezeitpunkt und Zeitpunkt des beobachteten Finsterniseintrittes bei Johannes von Gmunden noch etwa 12 Stunden, so erreichte Peuerbach mit Hilfe seiner neuen Berechnungsart eine Abweichung von nur wenigen Minuten. Bei einer genau dokumentierten, mit Zeugen beobachteten vorausberechneten Mondfinsternis bewies Peuerbach am 9. September 1457 die verblüffende Leistungsfähigkeit und Genauigkeit seiner Berechnungsmethode. (Abb.: 3)

Die Möglichkeit Finsternisse mit derart hoher Genauigkeit vorauszuberechnen hatte überragende praktische Bedeutung. Sie war Voraussetzung für die einzige damals bekannte präzise Bestimmung des Längengrades. Kolumbus benützte diese Methode zweimal um damit den Längengrad von Inseln der neu entdeckten Welt zu bestimmen und die Entfernung von Spanien zu ermitteln.[11]

Die präzise Berechnungsmethode Peuerbachs hatte auch eine kaum hoch genug einzuschätzende astronomiegeschichtliche Bedeutung: Die im August 1560 stattfindende Sonnenfinsternis konnte bereits mit derart hoher Genauigkeit vorausberechnet werden, dass sie den 14-jährigen Tycho Brahe, der den vorausgesagten Zeitpunkt mit dem beobachteten Eintrittszeitpunkt verglich, derart verblüffte und beeindruckte, dass er sich – gegen den Willen seines Vaters – entschloss, Astronom zu werden und die Wissenschaft zu studieren, die derart unglaublich genaue Voraussagen ermöglichte.[26]

Das Handbuch der Sternenkunde

Die „Epitoma in Almagestum Ptolemai" waren von besonderer Bedeutung für die abendländische Astronomie nach Peuerbach – Kepler und Galilei studierten sie eingehend.
Es handelt sich dabei um die erste verlässliche Übersetzung, Bearbeitung und Straffung des Handbuches der Sternenkunde des Klaudius Ptolemaios. Dieses Handbuch umfasste im Urtext die gesamten astronomischen Erkenntnisse von Hipparchos bis ins zweite nachchristliche Jahrhundert und analysierte alle Erscheinungsformen und Bewegungen der Himmelskörper aus geozentrischer Weltsicht.
Aus dem Griechischen wurde dieses Standardwerk zuerst in die syrische Sprache übersetzt, aus dieser übertrugen es um 800 die Araber in ihre Sprache und gaben ihm den Titel: „Tarin al maghesti", welcher im Mittelalter zur Kurzform „Almagest"



Tabulae Eclypsiũ Magistri Georgij Peurbachij. Tabula Primi mobilis Joannis de Monteregio.

Indices preterea monumẽtorũ quæ clarissimi utri Studii Viennensis alumni in Astronomia & aliis Mathematicis disciplinis scripta reliquerũt. q̃ si lector hæc te oblectauerint: curabimus ut & alia in lucẽ bono Auspicio aliquando progrediantur.

Postremo vt nihil te: quod scitu dignum est preteteat: Inueniesstudiose lector ex hoc diligenter impresso volumine mirum quendam & secũdissimũ plurium tabularũ: & pene omniũ instrumentorũ puta Astrolabii: Sphæræ: Organi Ptolemæi: Metheoroscopii: Armillarũ: Torquetũ: Rectangulũ: Quadrantũ: & id genus aliorũ (quæ recensere longũ esset) usum & expeditam pracim. Sunt enim Theoremata tabulæ Primi mobilis uniuersalia; omni prorsus regioni accõmodata: ex scientia sphæricorũ triangulorũ transumpta. Nouarũ insuper tabularũ & instrumẽtorũ inueniendorũ area latissima ꝓspicacis ingenii uiris oblata est.

Coelum Tabella Fati.

Edicto Imperatorio veti tum est: ne quis in decẽnio hoc insigne opus impmat vel aliorũ ductu & impensis excusum venditet: sub mul cta amissionis omniũ exẽplariũ: & quinquaginta nũ morũ aureorũ pro singulis impressis vel venditis.

Abb.: 3 Tabulae Eclypsium von Georg von Peuerbach, Ausgabe 1514 von G. Tannstetter, Wien.

schrumpfte. 1175 übersetzte Gerhard von Cremona den Text aus dem Arabischen in die lateinische Sprache und in dieser Form lernte Peuerbach dieses Handbuch kennen.
Peuerbach schrieb diesen lateinischen Text mit großer Akribie in seiner charakteristischen zierlichen Schrift ab und diese Abschrift ist eines der wenigen Originale die uns heute noch von Peuerbachs eigener Hand erhalten sind (ÖNB. Cod.4799, 78 fol.).
Peuerbach musste bald erkennen, dass sich durch diese abenteuerliche Übersetzungskaskade bei den astronomischen und mathematischen Fachausdrücken große und irreführende Übersetzungsfehler eingeschlichen hatten die den Gebrauchswert des Werkes entscheidend einschränkten. Viele Feinheiten von den Übersetzungen des Ptolemaios gelangten nicht oder stark verfälscht bis zum lateinischen Text, so dass er als Fundament für weitere wissenschaftliche Arbeit nur sehr bedingt zu gebrauchen war.

Um für nachfolgende Astronomen eine verlässliche, das Wissen des Ptolemaios exakt wiedergebende Ausgangsbasis zu schaffen, überarbeitete Peuerbach das entstellte Werk grundlegend, korrigierte die Übersetzungsfehler, arbeitete alle gedanklichen Feinheiten und Spitzfindigkeiten heraus, straffte den Inhalt, erläuterte schwer verständliche Beschreibungen und Darstellungen sowie verwirrende Ableitungen und stellte veralteten Rechenmethoden praktische neu gegenüber.
Überall wo Ptolemaios veralterte, umständliche Rechenoperationen angab, führte Peuerbach als Alternative die den letzten Stand des Wissens seiner Zeit entsprechenden Lösungsmöglichkeiten an. Im 18. Abschnitt des ersten Buches z.B. weist Peuerbach zuerst auf die von Ptolemaios aufgezeigte umständliche Art der Winkelermittlung mit Bogen und Sehnen hin und stellt dann als bessere Alternative die Berechnung mit dem Sinus vor und machte damit die abendländischen Gelehrten mit der Sinus – Rechnung bekannt.[13]
Nach dem Tode Peuerbachs vollendete sein Schüler Regiomontanus das kräfteraubende Werk in kongenialer Weise. Damit schufen dies beiden Gelehrten ein meisterhaftes, verlässliches Fundament, auf welchem die abendländische astronomische Wissenschaft erstmalig ohne Bedenken aufbauen konnte. Eine 1551 in Basel neu verlegte Ausgabe des Almagest war übrigens das erste astronomische Lehrbuch des Tycho Brahe, welches er sich 1560 um zwei Joachimsthaler kaufte, nachdem er beschlossen hatte Astronom zu werden.[26]
Die Bedeutung für die folgende Generationen von Astronomen und Mathematikern kann nicht hoch genug eingeschätzt werden und lässt sich erahnen wenn man bedenkt, dass Jahrhunderte lang bis Georg von Peuerbach niemand die unverfälschte und vollständige Wahrheit von den sehr diffizilen und komplizierten astronomischen Theorien des Ptolemaios kannte.
Auch eine fundierte kritische Auseinandersetzung mit der Lehre des Ptolemaios war im Wesentlichen erst möglich seit sie durch die exakte Übersetzung und kritische Durchleuchtung Peuerbachs bis in alle Einzelheiten unverfälscht und unverstümmelt für die Gelehrten nach ihm klar erkennbar war. Dies schuf erst die seriöse Basis

für berechtigte Einwände gegen das geozentrische Weltbild, welche bei Copernicus in der Präsentation des heliozentrischen Systems in seinen „De revolutionibus orbium coelestium" (1543) gipfelten.

Das Planetenbuch[29]

Das bedeutendste und folgereichste Werk Peuerbachs waren seine „Theoricae novae planetarum" ein Standardwerk der Astronomie, welches noch 200 Jahre lang nachgedruckt und kommentiert wurde. Petrus Apianus bezeichnete es in einer 1534 in Venedig gedruckten Ausgabe als „Buch von besonderem Nutzen, eine unbedingte Notwendigkeit (necessarium) für die Astronomie-Kandidaten".[14]
Dieses Astronomie-Lehrbuch resultierte aus einer Reihe von Vorlesungen, welche Peuerbach im „Collegium Civium" – der Stadtschule bei St. Stephan – ab 1454 gehalten hatte. Das von Wiener Bürgern erhaltene Collegium war schon vor der Wiener Universität gegründet worden und war eine Bildungsstätte, an der auf erstaunlich hohem Niveau unterrichtet wurde.
Peuerbachs Vorlesungsserie über Planetenmodelle und neue Planetentheorien fand sehr großen Zulauf. Heute noch befindet sich eine ungewöhnlich große Anzahl von Abschriften und Mitschriften von Hörern dieser Vorlesung in der österreichischen Nationalbibliothek. Eine der ältesten erhaltenen Mitschriften verdanken wir Regiomontanus, der am Ende seines Manuskriptes vermerkte: „Finiunt theoricae nova per magistrum Georgium de peurbach edite anno domini 1454 Wienne in Collegio civium penultima mensis Augusti".[15]
Sehr viele Abschriften der Vorlesungsserie Peuerbach's sind uns erhalten geblieben – allein in Krakau existieren zwölf derartige Manuskripte und Kommentare.[16]
Die erste Druckausgabe veröffentlichte 1473 Regiomontanus. Es war das erste Buch, das dieser begabteste Schüler Peuerbachs in seiner frisch gegründeten Druckerei in Nürnberg druckte. Bis zum Jahr 1653 erschienen 56 Druckausgaben dieses begehrten Buches in verschiedenen Druckereien. Es löste das bis dahin dominierende Lehrbuch der Astronomie des Sacrobosco ab und wurde zum führenden Astronomielehrbuch des angehenden Mittelalters und der beginnenden Renaissance.
Eine beachtliche Auswahl von Übersetzungen erfuhr dieser wissenschaftliche Bestseller: Oronce Fine veröffentlichte 1528 in Paris eine (freie) Übersetzung der Theoricae unter dem Titel: „La theorque des cielz, mouvements et termes practiques", welcher 1557, 1607 und 1619 noch weitere Editionen folgten. Peuerbachs Name wurde bei keiner dieser Ausgaben genannt.[16]

Oratio Toscanella veröffentlichte 1566 in Venedig eine italienische Fassung dieses Werkes. Sogar eine hebräische Übersetzung (1546) befindet sich in der Biblioteca Mediceo - Laurenziana in Florenz.[16]
Dieses berühmte Werk Peuerbachs fand auch eine beachtliche Anzahl von Kommentatoren wie z.B. Albert de Brudzewo (1495), Joannes Capuan (1495, 1499, 1503, 1508, 1518), Erasmus Reinhold (1542, 1553, 1555, 1558, 1562, 1580, 1601,

1604, 1653), Oswald Schreckenfuchs (1556) und Pedro Nunes Salaciense (1566, 1573).[17]

Peuerbach – einer der besten Kenner des Hauptwerkes des Ptolemaios – versuchte in seinem Planetenbuch die komplexe kombinierte Epizykel-Exzenter-Theorie des Ptolemaios mit den Vorstellungen des Aristoteles und der Araber, insbesondere des Ibn al Haitam (Alhazen, 965 – nach 1041) – des Zeitgenossen des großen Gerbert von Aurillac – zu harmonisieren und durch eigene Vorstellungen zu ergänzen.[18]

Er hatte dabei äußerst schwierige Kompatibilitätsprobleme zu lösen, denn das Weltmodell des Ptolemaios war ein mathematisch-geometrisches, das nicht den Anspruch erhob ein genaues Abbild der physikalischen Realität zu sein, das Weltbild des Aristoteles und des Ibn al Haitam dagegen war ein physikalisch-reales. Peuerbach berücksichtigte dabei auch die Theorien der Präzession[19] des Al-Battani und Al-Farghani.

Besonders bemerkenswert ist, dass Peuerbach zwar das geozentrische Weltmodell des Ptolemaios übernahm und eingehend erläuterte, dabei der Sonne eine dominierende und für die Bewegung der Planeten wesentliche Rolle zuwies. Peuerbach schreibt: „Es ist evident, dass die Bewegung der Planeten in Zusammenhang mit der Sonne steht und dass die Sonne wie ein gemeinsamer Spiegel das Maß ihrer Bewegungen regelt"[20, 21]

Dieser Satz hat sicher bei Copernicus – der wie sein Lehrer die Theoricae intensiv studiert hatte – tiefen Eindruck hinterlassen. Die Theoricae Peuerbachs waren schon erstaunlich früh in Abschriften an die Universität Krakau gelangt. Dort unterrichtete Adalbert Blar aus Brudzowo – Brudzewski genannt – Astronomie. Er beschäftigte sich intensiv mit Peuerbachs Planetenbuch und verfasste 1495 den ersten Kommentar dazu unter dem Titel: „Commentariolus super Theoricas Novas Georgii Purbachii". Brudzewski hatte seinen Astronomie-Unterricht auf diesen Kommentarband und somit Peuerbachs Theoricae aufgebaut und so wurde sein Schüler Nicolaus Copernikus – den er in Mathematik und Astronomie unterrichtete – intensiv mit dem Gedankengut Peuerbachs vertraut.

In dem Lehrbuch Peuerbachs beschäftigte Copernicus eine Zeichnung in besonderem Maße: Sie stellt die Epizykelbewegung des Saturn dar, wie sie Ptolemaios lehrte. Man sieht darin, dass der Mittelpunkt der Sonnenbahn D exzentrisch zum Mittelpunkt der Welt H befindet. Ptolemaios war gezwungen gewesen dies raffinierten Hilfsannahmen zu treffen um seine Theorie mit dem beobachteten Bahnverlauf des Planeten in Übereinstimmung zu bringen. Einer dieser beiden exzentrischen Bahnmittelpunkte wurde als „punctum aequans" (Ausgleichspunkt) bezeichnet.

In dieser Zeichnung in den Theoricae Peuerbachs fand Copernicus die entscheidende Darstellung des „punctum aequans", der ihn bekanntlich derart störte, dass er schließlich eines der wichtigsten Motive zur Erstellung einer grundlegen neuen Theorie wurde, welche diesen (nach Ansicht des Copernicus ein Ärgernis, da eine derartig umständliche Konstruktion eine weisen Schöpfer nicht zugeschrieben werden könne – „Gott pfuscht nicht") überflüssig machte.

inter centrum epicycli & oppositum augis equatis semper uersetur: aliquado qdem uersus centy epicycli aliquado ab eo tam pcedendo q sequedo sese deuoluens. Quarto sicut aux deferentis ad certos limites utrinq ab auge equatis remouetur ita & iam se habe oppositum augis deferetis respectu oppositi augis equatis. maior tame est arc buiusmodi mot augis deferentis q arc mot oppositi eius. Vnde motus unius motu alterius uelocior erit. Quinto etsi centrum epicycli contingat esse in puncto deferentis a centro mundi remotissimo nunq tamen est in puncto deferentis quem centro mundi uicinissimum esse contingit. Nam dum centrum epicycli fuerit in auge deferetis talis est habitudo deferentis ut oppositum augis eius sit centro mundi ita uicinum q in quacunq alia deferentis quam habe habitudine nullus punctus eius uicinior aut tam uicinus centro mundi reperiatur. In tali autem puncto quem uicinissimum esse contingit: centrum epicycli no est eo tempore quo propinquissimu eu esse cotingit: sed in eius opposito. Sexto ex dictis apparet manifeste centrum epicycli Mercurii ppter motus sup dictos no ut in aliis planetis fit: circumferentiam deferentis circularem sed potius figure habetis similitudine

THEORICA MINVTORVM PROPORCIONALIVM

Abb.: 4 Darstellung des Deferenten des Merkur in Theoricae novae planetarum von Georg von Peuerbach, Ausgabe 1473.

So wurde das fundamentale Werk Peuerbachs in mehrfacher Hinsicht eine ausschlaggebende Inspiration für das epochemachende heliozentrische Weltmodell des Copernicus. Auch Johannes Kepler schätzte Peuerbachs Planetenbuch sehr und zitierte es mehrmals z.B. in seinem 1605 veröffentlichten Werk: „Astronomia Nova". Kepler benutzte ein 1542 von Reinhold herausgegebenes und ausführlich kommentiertes Exemplar dieses Buches.[14]

Diese Ausgabe der Theoricae war für Kepler in zweifacher Hinsicht inspirierend und richtungsweisend:

Im Kommentarteil des Buches beschrieb Reinhold ausführlich die heliozentrische Theorie des Copernicus und hier lernte Kepler diese Lehre von einem begeisterten Anhänger des Copernicus dargeboten kennen. Von seinem Lehrer Michael Mästlin (1550 -1631) war er in die neue, noch sehr umstrittene Theorie des Copernicus mit Vorbehalten und vermutlich ohne allzu große Begeisterung eingeführt worden. ReinholdS bewundernde Darstellung der Heliozentrik hat Keplers Begeisterung dafür sicher mehr beflügelt als Mästlins Vorbehalte.

Wesentlich bedeutender als dieser Kommentarteil werde für Kepler natürlich der Hauptteil dieses Meisterwerks Peuerbachs, in welchen er eine fundierte, bis in die diffizilsten Einzelheiten gehende kritische Auseinandersetzung mit den Theorien des Ptolemaios vorfand. Wie Copernicus war auch Kepler von den instruktiven Zeichnungen in den Theoricae fasziniert, wobei eine besondere Zeichnung nachhaltigen Eindruck auf Kepler gemacht haben dürfte. (Abb.: 4) Es war dies die Darstellung der ovalen, fast elliptischen Bahn des Epizykelmittelpunktes des Merkur wie sie den Vorstellungen Peuerbachs entsprach[22, 23, 25] und vorher noch nie in dieser eindrucksvollen Präzision und Klarheit aufgezeigt worden war wie hier.

Dieser ovale, ellipsenähnliche Bahnverlauf eines (in diesen Falle imaginären) Punktes im Weltall war in einer Zeit, in welcher Kepler nach einer gültigen Bahnform für den Mars suchte – nachdem sich die Kreisbahn als unzutreffend herausgestellt hatte – höchst wahrscheinlich von nicht zu unterschätzender inspirativer Bedeutung und ein Auslöser für das erste Kepler'sche Gesetz und damit die Basis für die beiden anderen Kepler-Gesetze. Bezeichnender Weise hat Kepler zuerst eine ovale Marsbahn angenommen und erst später die mathematisch leichter definierbare elliptische Bahnform gewählt. [22]

So verstörend die revolutionäre heliozentrische Theorie auch insbesondere auch viele Zeitgenossen Galileis gewirkt hatte, sie hatte einen besonderen Glanz auch für eingefleischte Traditionalisten:

Zu der Form, wie sie Copernicus präsentierte und Galilei propagierte entsprachen die Planeten, die sich mit gleichmäßiger Geschwindigkeit auf kreisförmigen Bahnen bewegten, haargenau den aristotelischen Vorstellungen von der gleichmäßigen Bewegung auf idealen Kreisbahnen.

Gerade diese wohltuende Illusion zerstörte Kepler mit der Erkenntnis der ungleichförmigen Bewegung der Planeten auf elliptischen Bahnen. Es ist mehr als bemerkenswert, dass sich etwa 170 Jahre früher bereits Georg von Peuerbach[25] derartig ungewöhnliche Bewegungen eines Punktes im All – entgegen der zu seiner Zeit noch viel höher bewerteten tradierten Meinung – vorstellen konnte.

THEORICAE NOVAE PLANETARVM GEORGII PVRBACHII ASTRONOMI CELEBRATISSIMI DE SOLE

Ol habet tres orbes a se inuicem omniquaq diuisos atq sibi contiguos. quoꝝ supmus secundū superficiē conuexam est mundo concentricus: secundū cōcauam aūt eccentricus. Infm? uero secundū cōcauū cōcentric?: sed secundū conuexū eccentricus. Tercius aūt i hoꝝ medio locatus tam secundū superficiē suā conuexā q̄ concauā est mūdo eccentricus. Dicit' aūt mundo concentricus orbis cui? centrum est cē trum mūdi. Eccentricus uero cui? centrū est aliud a centro mundi. Duo itaq primi sunt eccentrici secundū qd: & uocant' orbes augeni solis deferentes. Ad motum enim eorum aux solis uariatur. Terci? uero est eccentricus simpliciter: & uocatur orbis solem deferens. ad motum enim eius corpus solare infixū sibi mouetur. Hi tres orbes duo cētra tenēt.

THEORICA SOLIS.

Erster Druck von Regiomontanus in seiner eigenen Druckerei 1473 in Nürnberg

Abb.: 5 Darstellung des Sonnenlaufes in Theoricae novae Planetarum von Georg von Peuerbach, Ausgabe 1473.

Peuerbach war der erste abendländische Astronom, der einen Punkt im All eine ellipsenähnliche, ovale Bahn zuschrieb, diese für den Epizykelmittelpunkt des Merkur definierte und durch eine instruktive Zeichnung veranschaulichte.[24, 25]
Die Theoricae novae planetarum Peuerbachs – der wissenschaftliche Bestseller der Renaissance – war für viele Astronomen-Generationen zum unverzichtbaren Necessarium geworden und hat wie kaum ein anders Buch die großen Gestalter des Weltbildes der Neuzeit bereichert, inspiriert und zu kühnen Gedanken angeregt.

Zusammenfassung entscheidender Ereignisse im Leben Georg's von Peuerbach

1423 Am 30. Mai wird Georg von Peuerbach in Peuerbach OÖ. geboren. Sein späterer Freund Nicolaus von Kues (Cusanus) promovierte in Padua zum Doktor Juris Canonici.

1444 Magister Johannes von Peuerbach hält eine Vorlesung über „Theoricae planetarum" an der Wiener Universität.

1445 Im Sommersemester inskribiert Georg von Peuerbach an der Wiener Universität und trägt sich als „Georgius Aunpekh" in das Matrikelbuch ein. Magister Johann Wilant, der erste Lehrer Peuerbach's an der Universität wird Regens.

1448 Am 2. Jänner wird Peuerbach Bakkalaureus. Wenig später tritt er seine bis 1451 dauernde Italienreise an.

1449 Peuerbach hält viel beachtete Vorlesungen an der Universität Padua.

1450 Peuerbach ist in Rom häufig Hausgenosse im Hause von Nicolaus Cusanus und wir mit dessen Freundeskreis bekannt. In Ferrara – wo er ebenfalls Vorlesungen hält – trifft er mit dem berühmten Astronomen Giovanni Bianchini zusammen und wahrscheinlich in Florenz mit Paolo Toscanelli. Cusanus verfasst den Dialog über die Quadratur des Kreises.

1451 Rückkehr Peuerbach´s aus Italien wahrscheinlich im Gefolge des Cusanus. Eintreffen in Wien dieses Jahres.

1452 Peuerbach erlangt das Lizentiat an der Wiener Universität.

1453 Am 28. Februar erlangt Peuerbach die Würde des Magisters Artium und hält Vorlesungen über lateinische Klassiker (Juvenal, Horaz) an der Wiener Universität. Er schließt sich dem Wiener Neustädter Kreis am Kaiserhof an und wird Hofastronom des Königs Ladislaus, in dessen Gefolge er eine Reise nach Ungarn unternimmt.

1454 Peuerbach hält (vermutlich bis 1460) an der Wiener Stadtschule bei St. Stephan viel beachtete Vorlesungen über neue Planetentheorien, deren Erscheinen in Buchform nachhaltigen Einfluss auf die Astronomie des Abendlandes hat. Peuerbach's Freund Aenas Silvius, der Sekretär am kaiserlichen Hof, hält Vorlesungen an der Wiener Universität. Der Halley'sche Komet erscheint. Peuerbach versucht als Erster dessen Größe und Entfernung zu bestimmen.

1457 Gemeinsam mit seinen Schüler Regiomontanus wird Peuerbach als Magister Actu Regens zugelassen. Am 23. November stirbt König Ladislaus. Peuerbach tritt in diesem oder dem folgenden Jahr in die Dienste Kaiser Friedrich III.

1460 Kardinal Bessarion trifft in Wien ein und beauftragt Peuerbach mit einer authentischenÜbersetzung der „Epitoma in Almagestum", dem Handbuch der Sternenkunde des Claudius Ptolemaios.

1461 Am 8. April stirbt Georg von Peuerbach, nachdem er den am Totenbett weilenden Kardinal Bessarion sein Tafelwerk: „Tabulae eclipsium" (Finsternistafeln) überreicht hat.

LITERATUR

[1] Lewis Mumford schreibt in seinem Buch „Mythos der Maschine, Wien 1974, S. 326: „Im Fortschritt von der großen Kirchenuhr des sechzehnten Jahrhunderts zur kleinen „automatischen" Armbanduhr mit Kalender und Wecker ist auch das erste Beispiel für den Prozess der Miniaturisierung gegeben, auf den die elektronische Technologie mit Recht so stolz ist."

Diesem – von Mumford als erstes Beispiel für den Prozess der Miniaturisierung bezeichneten – Beispiel ließe sich noch ein deutlich früheres Beispiel entgegenhalten, nämlich die Miniaturisierung der großen ortsfesten Mausersonnenuhr zur winzigen Taschensonnenuhr mit korrigierten Kompass, welche wir Georg von Peuerbach verdanken. In diesem Sinne könnte man also Peuerbach als den Vater der Miniaturisierung eines technischen Gerätes bezeichnen und das auslösende Ereignis mit 1451 datieren.
Es erstaunt uns, dass bereits Mitte des 15. Jahrhunderts ein Prozess eingeleitet wurde, der heute im Zeitalter der Nanotechnologie aktueller ist als je zuvor.

[2] Albert Bettex, die Entdeckung der Natur, München – Zürich, 310

[3] Helmuth Grössing, Georg von Peuerbach, Naturwissenschaft und Humanismus, Wien 1981

4 Acta facultatis artium Universitatis Vindobonnensis, 1385 – 1416, 407 – 408, Wie 3., 86

5 Rudolf Klug, Johannes von Gmunden, der Begründer der Himmelskunde auf deutschem Boden (= Akademie der Wissenschaften in Wien, phil. -hist. Kl. Sitzungsberichte Bd. 222/4) Wien 1943

6 Petr Hadrava und Alena Hadravovà, Johannes von Gmunden as a predecessor of Georg von Peuerbach, in: von den Planetentheorien zur Himmelsmechanik, Peuerbach Symposion 2004, Linz 2004, 4.

7 Codex 5418 der Österreichischen Nationalbibliothek und Collectane astronomica der Bibliothek des Oö. Landesmuseums

8 Wenn man von einer Wiener astronomischen Schule des 15. Jahrhunderts spricht, müsste man korrekter Weise Johannes von Peuerbach mit einbeziehen

9 Kurt Mühlberger Georg von Peuerbachs Wirkungsstätte: die spätmittelalterliche Universität in: Der die Sterne liebte, Symposionsband 2000. Woem 2002, 171

10 Helmuth Grössing, Habilitationsschrift der Universität Wien 1981, 116

11 Peuerbachs Schüler Regiomontanus hatte in seiner „Ephemeriden" nach der Methoder Peuerbachs den in Nürnberg beobachtbaren Zeitpunkt des Eintrittes künftiger Mondesfinsternisse vorausberechnet. Aus der Zeitdifferenz zwischen dem in Nürnberg beobachtbaren Zeitpunkt des Eintrittes der Finsternis und dem von Columbus in der neuen Welt beobachteten Eintrittszeitpunktes konnte dieser den Längengrad bzw. die Distanz zu Nürnberg ermitteln.

12 Dieses Autograph des Georg von Peuerbach gelangte 1461 als Legat des Peuerbachers an die Artistenfakultät der Wiener Universität und später in die Hofbibliothek

13 „Dieses Buch" stellt Zinner fest, „bedeutet den Anfang der Überwindung der antiken Planetentheorie, indem es die Sinusrechnung in die moderne Dreieckslehre einführt". Ernst Zinner, Leben und Werk des… Regiomontanus, 1968, 82 Peuerbach rechnete als erster Abendländer mit der heute als Cosinus bekannten Winkelfunktion – welcher er erstmalig „Sinus secundus" nannte und durch deren Kombination mit dem Sinus die Basis für die abendländische Winkelfunktionsrechnung und Trigonometrie legte.

14 Friedrich Samhaber, Die Zeitzither, Raab 2000, 131

15 Österreichische Nationalbibliothek, Codex 5203, fol 2r-24r

16 E.J. Aiton, Peuerbach´s Theorcae novae planetarum; Osiris, 2 nd series, 1987, 3:5 – 44,7

17 Wie 14, 132

18 Wie 14,126

[19] Die um 150 v. Chr. Von Hipparch entdeckte Verlagerung der Rotationsachse der Erde, welche erst nach jeweils 25700 Jahren wieder ihre ursprüngliche Lage einnimmt.

[20] Wie 16, 9, Zeile 2

[21] Friedrich Samhaber, Georg von Peuerbach as an inspirator of Copernicus and Kepler; in: Acta historiae rerum naturalium necnon technicarum – Prague studies in the history of science und technology; New series Vol. 8: Science in contact at the beginning of scientific revolution, NTM Prag 2004, 27

[22] Helmuth Grössing, Die kopernikanische Wende in: Mensch und Kosmos, Linz 1990, 1, 81

[23] Kurt Vogel, Der Donauraum als Wiege mathematischer Studien in Deutschland, in: Neue Münchener Beiträge zur Geschichte der Medizin und Naturwissenschaften 3 (1973), München, 16

[24] Willy Hartner: Oriens – occidens, Hildesheim: Olms 1968, 489

[25] Peuerbach schreibt: „Sexto ex dictis apparet manifeste centrum epicicli Mercurii proper motus supra dictos non, ut i aliis planetis fit: circumferentiam deferentis circularem: sed potius Figuare habetis similitudinem cum plana ovali periferiam describere". Auf der gleichen Seite führt Peuerbach aus: „…maior Tamen est arcus huiusmodi motus auisdeferentis quam arcus motus appositi eius. Unde motus unius motu alterisu velocior est". Georg von Peuerbach: Novae theoricae planetarum, Druck: Venedig, 1534 (Melchior Sessa), 22 v.

[26] F. J. Studnicka, „Prager Tychoniana", Prag 1901,37

[27] Verkürzte Abschriften dieser „Questio" befinden sich auch in der Wiener Nationalbibliothek (Cod. 4756 Fol 25^r- 35^v, Fol 1^r – 9^r)
Siehe auch: Friedrich Samhaber, Der Mensch und Forscher Georg Aunpekh von Peuerbach in: Der die Sterne liebte, Symposionsband 2000, Wien 2002, 33 FF, ISBN 3-9500624-6-7

[28] Kurt Mühlberger, Georg von Peuerbach's Wirkungsstätte: Die spätmittelalterliche Universität in: Der die Sterne liebte, Symposionsband 2000, Wien 2002, 147 FF, ISBN 3-9500624-6-7

[29] Eine besonders ausführliche Beschreibung und Bewertung der „Theoricae" verdanken wir Frau Michaela Malpangotto durch ihr Buch: „Theoricae Novae Planetarum Georgii Peuerbachii Dans l'histoire de l'astronomie", Paris CNRS Editions 2020, ISBN 978-2-271-13458-5

Publikationen

Aus dem Peuerbach-Symposion 2000

1-29	Helmuth Grössing,	Georg von Peuerbach Naturwissenschaft und Humanismus
41-76	Wolfgang Kaunzner,	Über Georg von Peuerbach und die Mathematik des 15. Jahrhunderts
104-121	Hermann Mucke,	Überprüfung von Beobachtungen Georgs von Peuerbach

Aus den Peuerbach-Symposion 2002

29-62	Wolfgang Kaunzner,	Von Georg von Peuerbach zu Johannes Kepler – zwei Jahrhunderte mathematischer Entwicklung im Abendland

Aus dem Peuerbach-Symposion 2004

9-16	Friedrich Samhaber,	Der Codex Mellicensis 367 als Fundgrube Peuerbach'scher Werke
87-99	Hartmut Warm,	Der Harmoniegedanke von Peuerbach über Kepler bis Newton

Aus dem Peuerbach-Symposion 2006

1-65	Wolfgang Kaunzner,	Die beiden Wiener mathematischen Schulen und ihre Bedeutung für die „Deutsche Coß"
67-81	Ulrich Reich,	Die Arithmetik des Georg von Peuerbach: Was kam danach?
107-125	Karin Reich,	Kometen von Peuerbach bis Gauss – Schlaglichter auf 500 Jahre Kometenbeobachtungen

Aus dem Peuerbach–Symposion 2008

13-25	Hatice Skarits,	Die Sterne des Peuerbach – Astrolabiums und ihre arabischen Namen
27-30	Friedrich Samhaber,	Peuerbachs Theorie vom wanderten Schwerpunkt
121-156	Wolfgang Kaunzner,	Das Rechnen von Peuerbach bis Newton, einmal anders betrachtet

Helmuth Grössing

Georg von Peuerbach
Naturwissenschaft und Humanismus

Leben des Georg von Peuerbach

Der bedeutende Astronom und Mathematiker wurde als Georg Aunpeck[1] am 30. Mai 1423 in Peuerbach in Oberösterreich (seit 1994 Stadt) als eines unter vielen Kindern geboren[2]. Über seinen frühesten Studiengang ist nichts bekannt. Ein Magister Johann Wilant von Stuttgart, der im Jahre 1446 an der Wiener Artistenfakultät eine Regenz erlangte und den die Matrikel als „astronomus insignis et beneficiatus" ausweist, soll einer seiner frühesten Lehrer gewesen sein[3], doch ist wohl anzunehmen, daß Peuerbach bereits vor seinem Eintritt in die Wiener Universität astronomisch-mathematische Studien betrieben hat. Dabei deutet einiges darauf hin, daß er schon zu Beginn der vierziger Jahre des 15. Jahrhunderts im Stift Klosterneuburg vielleicht mit Kopierarbeiten beschäftigt war, sich hier wahrscheinlich noch unter dem gebildeten Mathematiker-Propst Georg I. Muestinger (gest. 1442) umfassend mathematisch-astronomisch bilden hat können. Daß er hiebei mit dem Freund und Berater des Propstes, Johannes von Gmunden (gest. 1442), in Verbindung getreten war, ist gleichfalls nicht auszuschließen[4]. Vielleicht war auch jener Wiener Magister

1 Auch die Namensformen „Aunpekh" und „Aunpeckh" werden gelegentlich genannt. - Die ältere Literatur zur Biographie Peuerbachs faßt zusammen Karl Grossmann, Die Frühzeit des Humanismus in Wien bis zu Celtis Berufung, in: Jahrbuch des Vereins für Landeskunde von Niederösterreich 22 (1929) 235. Darunter wäre im besonderen zu nennen Artur Goldmann, Familienname, Geburtsort und Geburtsdatum des Astronomen Georg von Peuerbach, in: Heimatgaue, Zeitschrift für oberösterreichische Geschichte, Landes- und Volkskunde 4 (1923) 75 ff. Zuletzt der von C. Doris Hellman verfaßten Artikel „Peuerbach" im Dictionary of scientific biography XV, Supplement I, 473-479.

2 Helmuth Grössing, Astronomus poeta. Georg von Peuerbach als Dichter, in: Jahrbuch des Vereins für Geschichte der Stadt Wien 34 (1978) 56, u. Anm. 11.

3 Joseph von Aschbach, Geschichte der Wiener Universität, I. Bd., Wien 1865, 482, Anm. 2; Rudolf Klug, Johann von Gmunden, der Begründer der Himmelskunde auf deutschem Boden (= Sitzungsberichte der Österreichischen Akademie der Wissenschaften, phil-hist. Kl., Bd. 222), 24; Dana B. Durand, Klosterneuburg map-corpus, 63, Anm. 2. Daß dieser Johann Wilant der Lehrer Peuerbachs war, ist nur insoferne begründet, als Wilant 1448 und 1449 die Planetentheorie gelesen hat, die vielleicht auch Peuerbach, zumindest im ersten Jahr, gehört haben konnte. Paul Uiblein, Zur Biographie des Johann von Gmunden. In: Beiträge zur Kopernikus-Forschung, Linz 1973. 37.

4 Dana B. Durand, The Klosterneuburg Map Corpus of the finfteenth century, Leiden 1952, 63, vermutet in Anlehnung an Aschbach (Anm. 3) 479 ff., Ernst Zinner, Leben und Wirken des Johannes Müller aus Königsberg, genannt Regiomontanus, Osnabrück 2.Aufl., 1968, 18-33 und Karl Grossmann, Die Frühzeit des Humanismus in Wien. In: Jahrbuch für Landeskunde von Niederösterreich 22 (1929) 235-252, Ähnliches und schreibt: „Although Peurbach, who was born in 1423, matriculated too late (1446) to have known Johannes von Gmunden, there can be little doubt that he studied under pupils or associates of the earlier Vienna-Klosterneuburg group".

Johannes von Peuerbach, der 1444 eine Vorlesung über „Theoricae planetarum" gehalten hatte[5], ein Verwandter unseres Georg? Möglicherweise hat Peuerbach in dieser Zeit seiner Klosterneuburger Studien auch die geographische Breite seines Heimatortes in jene Karte Mitteleuropas eingebracht, die von Fridericus von St. Emmeram (in Regensburg) skizzenhaft überliefert wurde[6].

Im Sommersemester 1446 finden wir Peuerbach an der Universität Wien inskribiert, wo er am 2. Jänner 1448 Bakkalaureus, im Laufe des Jahres 1452 Lizentiat und am 28. Februar 1453 Magister artium wurde[7]. Im Jahre 1457 wurde Peuerbach gemeinsam mit Regiomontanus als Magister actu regens zugelassen[8], das heißt, er übernahm zu Beginn des Semesters bestimmte Vorlesungen und wurde dafür regelmäßig besoldet. Damit ist freilich nicht gesagt, daß Peuerbach, der seit 1453 Magister artium war, seine Regenz erst zu diesem Zeitpunkt begann. Regenzen in diesem Sinne wurden jedes Semester neu vergeben.

Zwischen 1448 und 1451 liegt eine Italien-Reise, die ihn nachweislich[9] nach Padua führte, wo er 1449 an der dortigen Universität Vorlesungen hielt. In dieser Zeit hat Peuerbach vermutlich die persönliche Bekanntschaft des Kardinals Cusanus gemacht, was den Schluß zuläßt, daß er sich, und zwar im Jahre 1450[10], auch in Rom aufgehalten hatte. Gleichfalls in diesem Jahr könnte Peuerbach bei Paolo dal Pozzo Toscanelli in Florenz geweilt haben[11].

Es ist wahrscheinlich, daß Peuerbach in Ferrara mit Giovanni Bianchini zusammengetroffen war, aber eher unwahrscheinlich, daß ihn dieser zu überreden versucht

---

5 Johannes von Peuerbach war Benediktiner in Kremsmünster und kam 1439 nach Wien. Er gehörte dem Kreis der Frühhumanisten seines Klosters an, die der in Wien zum Magister graduierte gebildete. Abt Ulrich IV. Schoppenzaun anführte. Johannes von Peuerbach ist in Kremsmünster um 1450 gestorben. Heidelinde JUNG, Johannes von Gmunden - Georg von Peuerbach. Ihre geistigen Auswirkungen auf Oberösterreich, im besonderen auf die Klöster St. Florian, Kremsmünster und Wilhering. In: Beiträge zur Kopernikus-Forschung, 19.- Es ist überhaupt bemerkenswert, daß aus dem kleinen Markt Peuerbach bereits 1422 ein Student an die Universität Wien abging und bis 1500 noch 66 folgten (Jung, 12-13). Allein von 1422 bis 1449 zogen 12 junge Peuerbacher nach Wien. Jung vermutet, daß der Pfarrer von Peuerbach, Heinrich Barucher, der Dr. der Theologie und des Kanonischen Rechts und im Jahre 1417 mit einer Regenz an der artistischen Fakultät in Wien ausgestattet und zugleich einer der Prokuratoren der Österreichischen Nation war, Gönner und Förderer vieler begabter Peuerbacher in dieser Zeit war, darunter vielleicht auch unseres Georg Aunpeckh.

6 Die geographischen Breiten der Orte dieser Karte, vor allem des österreichisch-süddeutschen Raums, sind vermutlich von Mathematik-kundigen Mönchen oder Hilfskräften, die die astronomischen Instrumente zu handhaben wußten, zusammengetragen worden. So konnte Peuerbach durchaus die geographische Breite seines Heimatortes, Johannes von Gmunden vielleicht die Koordinaten des Traunsees eingebracht haben.

7 Universitäsarchiv Wien, Acta facultatis artium Wien. 1453, fol. 65^{v}.

8 Universitäsarchiv Wien, Acta facultatis artium Wien, 1457, fol. 105^{v}.

9 Mieczyslaw Markowski, Beziehungen zwischen der Wiener mathematischen Schule und der Krakauer astronomischen Schule im Licht der erhaltenen mathematisch-astronomischen Schriften in den Manuskripten der Österreichischen Nationalbibliothek in Wien und der Jagiellonischen Bibliothek in Krakau. In: Medievalia Philosophica Polonorum 18 (1973) 122.

10 Grossmann, Frühzeit (Anm. 4) 235.

11 Diesen Schluß erlaubt eine Stelle in einem Brief des Cusaners an Toscanelli, mit dem jener diesem seinen Dialog über die Quadratur des Kreises, der 1450 geschrieben wurde, übersandte. Darin schreibt der Kardinal: „Detur (nämlich der Dialog-Traktat) venerabili nostro fideli dilecto magistro Georgio Peurbachio astronomo". Joannis Regiomontani Opera collectanea. Faksimileausgabe. Zusammengestellt und mit einer Einleitung herausgegeben von Felix Schmeidler, Osnabrück 1972, 430.

hätte, an einer italienischen Universität eine Stelle anzunehmen[12]. Internationalen Ruf hat Peuerbach erst in Italien erlangt, dem Stammland des europäischen Humanismus, das im 15. Jahrhundert von vielen humanistisch Interessierten nördlich der Alpen aufgesucht wurde. Zweifellos hat, zumindest während des 15. Jahrhunderts, aber auch noch im 16. Jahrhundert, erst der Aufenthalt in Italien, der in der Regel zum Studium der griechischen Sprache und der antiken Altertümer verwendet wurde, aus dem „antikisch drapierten Gotiker" (Alphons Lhotsky) den Vollhumanisten gemacht. Auch Georg von Peuerbach hat in seiner italienischen Zeit (etwa 1448/49 bis 1451)[13] humanitas und urbanitas erworben, bleibt im einzelnen aber stark dem scholastischen Wissenschaftsstil (sicherlich „moderner" Prägung)[14] verbunden, den er sich vielleicht in Klosterneuburg und an der Wiener Universität in den vierziger Jahren des 15. Jahrhunderts angeeignet hatte.
Im Gefolge des Cusaners, der sich als Papstlegat auf eine Deutschlandreise begeben hatte, war Peuerbach vermutlich Anfang März 1451 wieder in Wien eingetroffen[15]. Seine Rückkehr nach Österreich im Frühjahr 1451 ist jedenfalls durch eine eigene Aussage gesichert[16].

Zweifellos hat Georg von Peuerbach gleich nach seiner Rückkehr aus Italien einen Kreis von Gleichgesinnten gesucht und um 1453 am Kaiserhof in Wiener Neustadt auch gefunden. Dort waren um den „Reichskanzler" Aeneas Silvius Piccolomini einige Frühhumanisten geschart, wie die in der Kanzlei tätigen Johannes Tröster (Froster), Johann Hinderbach, Ulrich Sonnberger, Ulrich Riederer, Johann Hartung und der Astrologe Johannes Nihil Bohemus sowie der Dichter Andreas (von Dingolfing?). Auch der Vorgänger des Aeneas als Reichskanzler, Caspar Schlick, hatte humanistische Interessen.

---

12 Wie im Artikel „Peuerbach" des Dictionary of scientific biography XV, Supplement I, 473 zu lesen ist. Gleichfalls abzulehnen weil durch keinen Beleg gestützt ist die Feststellung von Friedrich Samhaber, Die Zeitzither. Georg von Peuerbach und das helle Mittelalter, Raab/Oö 2000, S. 45-48, daß Peuerbach an der Universität Bologna Vorlesungen gehalten hätte.

13 Reisen in Deutschland und Frankreich sind in dieser Zeit nicht nachweisbar.

14 Die Zuordnung zur „modernen" Schule bleibt nichtsdestoweniger problematisch. Daß die zwei Wiener Frühhumanisten Peuerbach und Regiomontanus, nach Gerhard Ritter, Via antiqua und via moderna auf den deutschen Universitäten des XV. Jahrhunderts, Darmstadt 1975, 121, Anm. 1, „Moderne", das heißt, Vertreter der scholastischen *via moderna* gewesen wären, nur weil die Wiener Universität im 14. Jahrhundert von Albert von Sachsen-Riggmersdorf und Heinrich von Langenstein her angeblich okkamistisch-buridanistisch geprägt wurde, ist im Grunde unhaltbar. Über Langensteins Bekenntnis zur okkamistischen Erkenntnislehre - Wissenschaft ist gegenüber der physischen Realität nicht möglich - äußert sich Ritter an anderer Stelle (S. 44) derselben Studie skeptisch, betont ansonsten aber immer wieder die „moderne" Ausnahmestellung der Universitäten Wien und Erfurt im Ensemble der deutschen hohen Schule des Spätmittelalters Daß Peuerbach der Scholastik weltanschaulich nahegestanden war - jedenfalls näher als Regiomontanus - ließe sich aufgrund weniger formaler Indizien erschließen, darunter einiger Quästionen - womit ich meine Feststellung im Jahrbuch des Vereins für Geschichte der Stadt Wien 34 (1978) 66, daß Peuerbach die Quästionenmethode nicht anwandte, korrigiere - und einer sogenannten Quodlibet-Disputation.

15 Ignaz Zibermayer, Die Legation des Kardinals Cusanus und die Ordensreform in der Kirchenprovinz Salzburg. Reformationsgeschichtliche Studien und Texte 29 (1914) 117 f. und Paul Uiblein,Wiener Universität, ihre Magister und Studenten zur Zeit Regiomontans. In: Regiomontanus Studien (hgg. von Günther Hamann) Wien 1980, 403.

16 Helmuth Grössing, Astronomus poeta (Anm. 2) 60, Anm. 24.

Dieser Verbundenheit mit dem Wiener Neustädter Kreis, vor allem mit Nihil Bohemus, verdankt Peuerbach sicherlich, daß er nach einiger Zeit offenbar härtester materieller Not 1453 Hofastrologe des Königs Ladislaus mit einer Jahresbesoldung von 24 Pfund wurde[17]. Die ständige Notlage zwang Peuerbach manche „Brotarbeit" auf. Offenbar hatte er sich auch während der Zeit seiner Universitätslektur noch zu Erwerbszwecken zeitweise mit der Herstellung von Kalendern (tacuinus) beschäftigt und sogenannte Aderlaßzettel (cedulae minuciorum) verfaßt[18]. 1455 und 1456 hatte Peuerbach jedenfalls für die jeweils nächsten Jahre Kalender in Arbeit[19]. Im Frühling 1453 hatte Peuerbach mit dem jungen König Ladislaus eine Reise nach Ungarn unternommen, wo er vermutlich dem Bischof von Großwardein-Nagyvárad und späteren Erzbischof von Gran-Esztergom und Primas von Ungarn, Jan Vitéz (Vitesius), einem erklärten Freund der Astrologie, begegnet war.
Nach dem Tod des Königs Ladislaus (23. November 1457) ist Peuerbach in die Dienste Kaiser Friedrichs III. getreten[20]. Der Kaiser hatte, wie alle Großen der Zeit, ein fast existentielles Interesse an der Astrologie und wird die Dienste Peuerbachs vornehmlich in dieser Sparte der Sternwissenschaft in Anspruch genommen haben. Die Arbeit für die Erstellung der Nativität seines Sohnes und Nachfolgers Maximilian ist wohl über Vermittlung Peuerbachs an Regiomontanus vergeben worden.
Die Vorlesungen Peuerbachs an der Artistenfakultät der Wiener Universität waren in erster Linie den lateinischen Klassikern (Vergil, Juvenal, Pseudo-Cicero und Horaz) gewidmet; im artistischen Fächerkanon hatte Peuerbach die quadrivialen Gegenstände an der Universität Wien - soweit aus den Fakultätsakten ersichtlich - niemals unterrichtet. Möglicherweise hatte er 1454 seine Planetentheorie in der Wiener Bürgerschule vorgetragen.
Zwei bedeutungsvolle Ereignisse in Peuerbachs kurzem Leben waren das Erscheinen des Halleyschen Kometen[21] im Jahre 1456 und eines zweiten Kometen im folgenden Jahr, die zu eingehenderen Beobachtungen und Aufzeichnungen Anlaß gaben und zu einer schriftlichen Stellungnahme der anfragenden Artistenfakultät in Wien gegenüber führte[22].
Und schließlich war in den Jahren 1460 und 1461 der erzwungenermaßen lange Wiener Aufenthalt des Kurienkardinals Johannes (Basilios) Bessarion - als Platoniker und Schüler des berühmten griechischen Humanisten Georgios Gemistos Plethon (1355-1452) einer der einflußreichsten Befruchter des italienischen Humanismus des 15. Jahrhunderts und „Wiedererwecker" Platons im lateinischen Europa - eine

17 Albin Czerny, Aus dem Briefwechsel des großen Astronomen Georg von Peurbach. In: Archiv für Kunde österreichischer Geschichtsquellen 72 (1888) 289.

18 Ebd., 295.

19 Nihil Bohemus schreibt ihm 1455: „Si temporis opportunitatis faverit, aliquando ad almanach animum et manus appellite". Bei Czerny, Briefwechsel (Anm. 18) 302.

20 „Astronomus caesaris" in der Widmung der „Epitoma in Almagestum" Op.coll. (Anm. 11) 60.

21 Nach dem englischen Astronomen Edmond Halley (1656-1742) benannter Komet, der periodisch wiederkehrt. Vom Halley'schen Kometen sind bisher 31 Erscheinungen überliefert, die erste 466 v.Chr., die letzte 1987.

22 Österreichische Nationalbibliothek, Cod.4756, fol. 20r-25r; Diözesanarchiv St.Pölten, Hs.64, fol. 143r-149r.

weitere Zäsur in Peuerbachs Leben, von dessen Ruf als Astronom und Mathematiker Bessarion schon in Rom gehört haben mag, wenn er Ende der vierziger Jahre Peuerbach in Italien nicht persönlich kennengelernt hatte.
Bessarion hatte in seinem römischen Domizil eine Akademie nach platonischem Vorbild eingerichtet. Der Kardinal führte hier selbst den Vorsitz. Mitglieder waren u.a. Francesco Filelfo, Kardinal Giacomo Ammanati, Aeneas Silvius Piccolomini, Theodoros Gazes, Johannes Argyropulos, Poggio, Lorenzo Valla, wahrscheinlich zeitweise auch Cusanus, Leon Battista Alberti und Paolo dal Pozzo Toscanelli. Es ist anzunehmen, daß Regiomontanus zu Beginn der sechziger Jahre bei den Sitzungen dieser Akademie zugegen war. Die Mitglieder sind zu Zeiten der Anwesenheit Bassarions täglich zusammengetroffen und tauschten im gelehrten Gespräch ihre Gedanken aus. Bessarion hatte es nie zu heftigeren Auseinandersetzungen unter den Mitgliedern seiner Akademie kommen lassen, er hat sich bald dieser, bald jener Auffassung angeschlossen. Einen Streit zwischen Poggio und Valla, bei dem es zu Tätlichkeiten gekommen sein soll, schlichtete Bessarion souverän. Nur Georg von Trapezunt, gegen den der Kardinal sein Werk „In calumniatorem Platonis" geschrieben hatte, stieß Bessarion für immer aus seiner römischen Akademie[23].
Kardinal Bessarion, der durch seinen Kommentar zur „Physik" des Aristoteles auch naturwissenschaftliche Interessen bewies[24], hatte die Absicht, Peuerbach wieder nach Italien zu ziehen, ihn jedenfalls in seinen Familiarenkreis aufzunehmen. Die „Epitoma in Almagestum" des Ptolemäus, die Peuerbach 1460 gleichsam als Auftragsarbeit von Bessarion übernommen hatte, sollte der Beginn der Arbeit im Dienste des Kardinals sein; eine Arbeit, die Bessarion in Rom in seiner eigenen Akademie sicherlich fortzusetzen gedachte. Peuerbach, der sich die Mitkunft Regiomontans ausbedungen hatte, wollte auf seinen Freund nicht mehr verzichten, zu eng war das Leben der beiden Männer bereits miteinander verknüpft. Der Tod Peuerbachs am 8. April 1461 in Wien machte aber alle diese Pläne zunichte, zugleich war die historische Stunde des fünfundzwanzigjährigen Regiomontanus gekommen.
Einige Quellenstellen - vor allem die Mehrzahl der bekannten Gedichte Peuerbachs, die weniger Gelegenheits- denn echte Erlebnisdichtung sind[25], beleuchten das intimpersönliche Leben Georgs. Seine lyrischen Produkte, die voreilig als nur den lateinischen Klassikern nachempfundene Stilübungen ohne eigenständigen, dichterischen

23 Ludwig Mohler, Kardinal Bessarion als Theologe, Humanist und Staatsmann. 1. Band, Paderborn 1923, 327-328.

24 Zuletzt Silvio Bernadinelli, Bessarione riassume la „Fisica" di Aristotele, in: Scritti in onore di Carlo Diano, Bologna 1975, 25-30. Dieser Kommentar Bessarions ist überliefert im Codex der Marciana Gr.Z. 333. Bessarion hegte für Aristoteles stets große Verehrung. „B(essarione) riconosce ad Aristotele il primato nelle scienze fisiche, a Platone la superiorita nella teologia". Bernadinelli, 29.

25 Helmuth Grössing, Astronomus poeta. Georg von Peuerbach als Dichter, in: Jahrbuch des Vereins für Geschichte der Stadt Wien 34 (1978) 58-66.

Wert klassifiziert wurden[26], sind aufschlußreich in Bezug auf Peuerbachs Verhältnis zu Männern, das homoerotisch ausgerichtet gewesen zu sein scheint. Es gibt Zeugnisse einer tief erlebten Freundschaft zu einem Karthäusermönch (Reimbert Mühlwanger) anfangs der fünfziger Jahre; und schließlich hat Peuerbach auch den jungen Regiomontanus in einer die Männerfreundschaften der Zeit übersteigenden Weise an sich gezogen und gebunden. Doch wären zu eindeutige Schlußfolgerungen, in welche Richtung auch immer, voreilig.

Peuerbach und Regiomontanus

Peuerbach entspricht noch dem Bild des „gotischen Humanisten", das Paul Joachimsen treffend vorgezeichnet hat[27]. Nichtsdestoweniger war er voll und ganz Repräsentant des Humanismus, zumindest wie sich ihn die Ultramontanen - womit in dieser Zeit, im Gegensatz zu einer späteren, die Deutschen gemeint waren - vorstellten. Im Wiener und Wiener Neustädter Kreis war es neben Aeneas, dem Praeceptor Germaniae, und einigen anderen wie Tröster und Hinderbach, vor allem Peuerbach, der die *Studia humanitatis* hochhielt, mit Bekennermut pflegte und als Geisteshaltung an junge Menschen weitergab. Peuerbach war, ähnlich wie Aeneas, ein sehr geschätzter Briefpartner, dessen Briefe und Gedichte vielfach kopiert und als Stilmuster unter den österreichischen Frühhumanisten herumgereicht wurden. Sein Freund und Verehrer Nihil Bohemus vergleicht einmal[28] seine mit Peuerbachs Briefen wie „Schatten und Licht". In einem anderen Schreiben an Peuerbach lobt Nihil Bohemus dessen Briefe „wegen der Kraft, aber auch wegen des Schmucks der Sprache"[29] - eben das, was Peuerbach selbst den Studenten aus den Schriften Ciceros zu lernen anempfiehlt. Nihil Bohemus übersteigert sich in seinem Lob für Peuerbachs Schriften förmlich, wenn er diesem schreibt: „Wenn ich nämlich anderen etwas Hervorragendes und Schönes zeigen will, so lege ich Ihnen Deine Briefe vor"[30]. Auch Aeneas dürfte sich, nach Aussage des Nihil Bohemus, Abschriften von Peuerbachs Briefen machen haben lassen.
Der humanistische Bildungsvorgang, der für Peuerbach naturgemäß erst in dessen italienischen Jahren einsetzte, hatte in ihm noch nicht jenen Verschmelzungsprozeß

26 Grossmann, Frühzeit des Humanismus (Anm.4) 249.

27 Paul Joachimsen, Geschichtsauffassung und Geschichtsschreibung in Deutschland unter dem Einfluß des Humanismu Beiträge zur Kulturgeschichte des Mittelalters und der Renaissance, H.6, 37-79.

28 Czerny, Briefwechsel, (Anm. 18) 294: „Verum ut fatear meorum ad tua sicuti tenebrarum ad lucem est comparacio, eo quod cultissimas ac suavissimas solitus sis ad me dare literas".

29 Ebd.: „... tum propter valetudinem, tum eciam propter ornatum locutionis".

30 Ebd., 215: „Dum enim aliquid ardui et pulcri aliis ostendere volo, tuas prebeo literas". Bei dieser Gelegenheit erfahren wir auch, daß Peuerbach möglicherweise seine Briefe zum Kauf angeboten hatte, doch ist ein tatsächlicher Verkauf nicht nachweisbar.

zuwegegebracht, der Trivium und Quadrivium humanistisch durchdrungen und in einer Person integriert hätte. Es ist bezeichnend, daß bei Peuerbach Humanismus und Naturwissenschaft - zumindest formal gesehen - wie erratische Blöcke nebeneinanderstehen. Das Problem ist für Johann von Gmunden gar nicht aufgetaucht, weil er als Artist und Theologe „Scholastiker" war und geblieben ist[31] und es bei ihm keinen Widerspruch von Quadrivium (im besonderen Astronomie) und irgendeinem von außen kommenden wissenschaftstheoretischen Anspruch gegeben hat. Dieser hingegen war bei Peuerbach vorhanden; der Wissenschaftsbegriff seiner reifen Jahre war der humanistische. Die nächste Generation (Celtis etwa) hatte darüber bereits wissenschaftlich wie didaktisch gezielte Vorstellungen, und Philipp Melanchthon hat seine Loci-communes-Methode für die Einbeziehung der Naturwissenschaft in den humanistischen *ordo intellectualis* systematisch fruchtbar zu machen verstanden.
Der „gotische Humanist" Peuerbach steht am Anfang dieser Entwicklung und hat sicherlich noch einen eher bescheidenen Beitrag dafür geleistet, beziehungsweise hat in sich den Humanismus und die quadriviale Naturwissenschaft noch nicht ideal in Verbindung zu bringen vermocht. Zweifellos konnte den ersten humanistischen Naturwissenschaftern des 15. Jahrhunderts die Frontstellung Petrarcas gegen die quadrivialen Disziplinen nicht bekannt gewesen, oder wenn, so von ihnen nicht richtig gedeutet worden sein. Regiomontanus, der in seiner Geisteshaltung seinem Lehrer Peuerbach in vielem gleicht, hätte die Naturwissenschaft in seiner Paduaner Rede nicht so überschwenglich feiern können, wenn in ihm dieser Konflikt der italienischen Trecento-Humanisten, besonders bei Petrarca und Salutati, mit dem Quadrivium vornehmlich universitären Stils akut gewesen wäre. Indessen dürfte gerade Regiomontanus einer der ersten deutschen und überhaupt europäischen Humanisten und Naturwissenschafter gewesen sein, der diese Dichotomie für sich positiv gelöst hatte. Für die Humanisten des beginnenden 16. Jahrhunderts bestand sie überhaupt nicht mehr. Wenn Regiomontanus ein Vollhumanist, auch im Selbstverständnis seiner Zeitgenossen, war, so ist dies zum Teil das Verdienst Peuerbachs. Es gibt viele Zeugnisse, die Peuerbachs prägenden Einfluß auf das Denken Regiomontans beweisen, vieles versagen uns aber auch die Quellen. Daß der aus Italien zurückgekehrte Peuerbach, der mit Regiomontanus vermutlich im Laufe des Jahres 1452 in Kontakt getreten war, den jungen, sechzehnjährigen Scholasten, der eben erst aus Leipzig gekommen war und den italienischen Humanismus bestenfalls vom Hörensagen kannte, mit ebendiesem Humanismus zum ersten Mal konfrontiert hatte, ist wohl anzunehmen. Es hat in Wien damals einige Magister gege-

31 So hatte er 1416 eine typisch scholastische Vorlesung, die Quästionen zum „Liber Sententiarum" des Petrus Lombardus, gehalten.

ben, an der Universität lateinische Klassiker gelesen haben[32]; man hat sie voreilig den Humanisten zugezählt, ohne kritisch zu erwägen, wo eigentlich das Interesse an den klassischen Dichtern und Schriftstellern als nur rein „antiquarisches" endet und wo humanistische Gesinnung beziehungsweise wissenschaftliches humanistisches Verständnis für eben diese Klassiker beginnt. Die Frage ist angesichts einer dürren Vorlesungsankündigung in den Fakultätsakten eigentlich nicht zu beantworten. Allein die Tatsache aber, daß Namen wie Vergil, Juvenal, Ovid, Pseudo-Cicero u.a. in den Vorlesungsverzeichnissen des 15. Jahrhunderts aufscheinen, muß als ein Anzeichen für das Eindringen humanistischen Bildungsgutes in unsere Breiten gewertet werden.

Peuerbach ist in Wien mitten in diesen Strukturwandel des intellektuellen, wissenschaftlichen und des schulischen Lebens geraten und hat das seinige dazu beigetragen, daß für das Auftreten des Konrad Celtis (1497) und damit den endgültigen Einzug des Humanismus in Wien die günstigsten Voraussetzungen geschaffen wurden.

Grundsätzlich gilt es festzustellen, daß Peuerbach und sein Jünger Regiomontanus - zum Teil auch einige Vertreter der zweiten Wiener mathematischen Schule - mit einer fast ironisch-überheblichen geistigen Zurückhaltung der prädikatorischen Astronomie und der Kometendeutung gegenübergestanden sind, auch wenn sie natürlich Jahresprognostica und Nativitäten erstellt haben[33]. Diese merkliche Zurückhaltung der Astrologie gegenüber ist sicherlich zum Teil aus den damals in Wien noch spürbaren Nachwirkungen des spätscholastischen Nominalismus und seiner naturphilosophischen Anschauungen her zu erklären. Es war aber vielleicht weniger die Richtung als ganze, das heißt, die Schulrichtungen des Ockhamismus und Buridanismus, die hier ihre Wirkungen entfalten, als vielmehr einzelne, in der Sache aber sehr engagierte Männer, die die Astrologie extrem ablehnten (wie Langenstein), sie

32 Hier ist vor allem der mit Klosterneuburg in Verbindung stehende italienische Franziskaner Wilhelm von Savona zu nennen. 1451 lasen in Wien Philipp Mautter über die „Rhetorika nova Tullii (ad Herennium)". Eine solche ist im Codex der ÖNB 3164, fol. 95 ff. überliefert. Paul Schwicker (Sweicker) aus Bamberg las über Terenz, Johannes Mändel aus Amberg behandelte 1458 Cicero (De senectute), Terenz (Adelphi) und Lucan, und Urban Kluckhammer aus Moosburg den Cato. Paul Uiblein, Die Wiener Universität, ihre Magister und Studenten zur Zeit Regiomontans. In: Regiomontanus-Studien (=Sitzungsberichte der Österreichischen Akademie der Wissenschaften, phil.-hist. Kl. Bd. 364, hgg. von G. Hamann), Wien 1980, 399; Karl Grossmann, Frühzeit des Humanismus (Anm. 4) 227; Hans Rupprich in Helmut de Boor/Richard Newald, Geschichte der deutschen Literatur, Bd. VIil, München 1970, 476.- In Klosterneuburg waren es vor allem die Chorherren Dr. Wolfgang Winthager und der 1449 zum Magister graduierte Johannes Schwarcz, die sich der lateinischen Klassiker annahmen. Berthold Cernik, Die Anfänge des Humanismus im Chorherrenstift Klosterneuburg, in: Jahrbuch des Stiftes Klosterneuburg 1 (1909) 61 ff.- Der Dialog des Wilhelm von Savona „An mortui sint lugendi an non" ist bei Berthold Cernik, Das Schrift- und Buchwesen im Stift Klosteneuburg. In: Jahrbuch des Stiftes Klosterneuburg 5 (1913) 114, irrtümlich Winthager zugeschrieben. Stiftsbibliothek Klosterneuburg, H 743a, fol. 298r (296r alt)-310v (308v).

33 Bezeichnend dafür ist u.a. folgende Briefstelle, in der Peuerbach seinem Freund Nihil Bohemus berichtet, wie er die Wißbegier der Menschen bezüglich der Bedeutung des Kometen von 1456 befriedigt: „... denen ich gemäß ihrem Stand zu antworten pflege. Schließlich ist die gemeinsame Antwort: in Jahren, wo Planeten rückläufig sind, erscheinen solche Haarsterne; was nach deren Erscheinen gefolgt ist, habt ihr gesehen, und wenn ihr darüber nicht sachkundig seid, so forscht über andere Dinge ...". Czerny, Briefwechsel (Anm. 18) 299.„... quibus iuxta qualitatum statuum respondere soleo. Communis tamen responsio est, retroactis annis tales stelle comete apparuere; que post ipsarum apparitionem secuta sunt vidistis et si talia experti non estis, ab aliis scrutinium faciatis".

mit gewissen Einschränkungen gelten ließen (wie Oresme) oder, ausgenommen die Geburtshoroskopie, sogar zu deren Verteidigung antraten (wie Pierre d'Ailly). Trotz dieser doch sehr differenzierten Sicht des Problems pflegt man alle drei Männer dem Begriff des spätmittelalterlichen nominalistischen Scholastikers zu subsumieren[34].

Geozentrismus und Heliozentrismus bei Peuerbach

Das letzte Jahrhundert vor der Veröffentlichung des Copernicanischen Werkes also die Zeit von der Mitte des 15. Jahrhunderts bis 1543, hat sicherlich zur Vorbereitung der sogenannten Copernicanischen Wende einiges beigetragen, wenngleich auch noch in der 2. Hälfte des 16. Jahrhunderts die Wissenschaft den Copernicanismus nur zögernd aufgenommen, die protestantische Theologie ihn zeitweise sogar sehr rigoros bekämpft hat. Schließlich war die Vorstellung, da diese irdische Heimat nicht mehr Allmittelpunkt sein sollte, nicht nur für die einfachen, ungebildeten Menschen dieser Zeit äußerst befremdend und im Grunde unvorstellbar.
Bereits Ptolemäus hatte sich in der „Megale Syntaxis Mathematikè" (Almagest) mit der Frage des Heliozentrismus, der ihn durch Aristachos von Samos in der Überlieferung des Archimedes bekannt gewesen sein mußte, beschäftigt und Gründe für seine Ablehnung gefunden. Georg von Peuerbach sollte sie in einer formal wie inhaltlich vollendeten scholastischen Quästion[35], die später von Johannes Schöner irrtümlich Regiomontanus zugeschrieben wurde[36], wiederaufgreifend auch dem von ihm verfaßten Teil der „Epitoma in almagestum" einer Erörterung unterziehen. Er schließt sich im ganzen den Beweisgründen der Geozentriker gegen den Heliozentrismus und die Erdbewegung in Rotationsform an. Dabei hätte die arabische Astronomie vor allem gegen die altbekannte Vogelflughypothese - die Vögel würden im Flug immer langsamer als die sich drehende Erde sein - bereits ein ernstzunehmendes Gegenargument bereitgehalten, das erst bei Copernicus, der neuplatonischen, hauptsächlich vom Neuplatoniker Proklos (410-485) herrührenden Denkan-

34 Man sieht hier wie anderswo in der Geistesgeschichte wohl sehr deutlich, daß der Begriff des Indikators und überhaupt die Kategorien in der Geschichtswissenschaft nur sehr eingeschränkt anwendbar sind, wenngleich gerade der Terminus „Indikator" manche an sich disparate historische Fakten, die scheinbar ohne Zusammenhang sind, unter einem einheitlichen Gesichtspunkt zu systematisieren imstande ist und erst dadurch dem wissenschaftlichen Verständnis nahebringt. Der Indikator zeigt im großen und ganzen die geistigen Tendenzen einer bestimmten historischen Situation an. Man könnte etwa von einem metaphysisch-rationalistischen Indikator des 13. Jahrhunderts sprechen oder einem nominalistisch-positivistischen des Spätmittelalters Jener der Aufklärung wäre demnach ein mathematisch-quantifizierender Indikator.- Zum Begriff : Helmuth Grössing, Naturwissenschaften und Aufklärung. Ein Beitrag zum Wissenschaftsbegriff des 18. Jahrhunderts. In: Katholische Aufklärung und Josephinismus, Wien 1979, 323- 331.

35 Op.coll. (Anm. 11) 37-39. „An terra moveatur an quiescat".

36 Für die Autorschaft Peuerbachs sprechen formale Kriterien: so etwa sind von ihm mehrere scholastische Quästionen naturwissenschaftlicher Gegenstände bekannt, von Regiomontanus hingegen keine einzige. Auch stilistische Kriterien lassen diese Zuordnung gerechtfertigt erscheinen.

stößen (nach Hartner[37]) auch der arabischen Wissenschaft einiges zu verdanken hat, wiederaufgenommen wird.
Siegmund Günther ein Ahnherr der Naturwissenschaftsgeschichtsschreibung, hat in der 2. Hälfte des 19. Jahrhunderts auf eine offensichtlich als Schulmeinung bei den Arabern verbreitete These des in der 2. Hälfte des 13. Jahrhunderts lebenden Arabers Nadjm-ad-Din al-Katibi[38] hingewiesen, die in dieser Form während des europäischen Mittelalters nicht mehr auftauchte.
Al-Katibi schreibt: „Einige Philosophen sind der Meinung, daß sich die Erde (um die eigene Achse) nach Osten bewege und daß der Aufgang der Himmelskörper im Osten und deren Untergang im Westen dieser Bewegung (der Erde) geschuldet sei und nicht der Bewegung der äußersten Himmelssphäre, welche den Stillstand dieser Himmelskörper zur Folge hätte. Diese Idee ist falsch. Ich schließe mich jedoch nicht dem Argument an, das behauptet, daß, wenn dies der Fall wäre[39], ein in die Richtung der Erddrehung fliegender Vogel nicht fähig sein würde, mit der Erde Schritt zu halten, weil die Erdbewegung, insoferne sie zu ihrem Ausgangspunkt in eine Tag und einer Nacht zurückkehrt, schneller als die des Vogels wäre. Solch' ein Argument ist nicht schlüssig, weil gefordert werden darf, daß die Lufthülle, die mit der Erde verbunden ist, an deren Bewegung teilhat, so wie der Äther an der Bewegung der himmlischen Sphären teilnimmt"[40]. Gegen die Überbewertung arabischer, vor allem von at-Tusi herrührender Einflüsse wendet sich Fritz Krafft[41], wobei er argumentiert, Copernicus hätte aus seiner humanistischen Haltung heraus in Italien eher nach lateinischen und griechischen Handschriften gesucht, als nach ihm unverständlichen arabischen astronomischen Texten. Gerade die Schriften des at-Tusi und Ibn al-Shatir, die den Kreis im Kreis rollend beziehungsweise den Doppelepizykel zur Ausschaltung der Ptolemäischen Äquantenbewegung sowie der Mondanomalien einführten, sind den Astronomen des 16. Jahrhunderts nicht in lateinischen Übersetzungen vorgelegen, die Vermittlung durch andere, lateinisch schreibende Autoren konnte bisher nicht nachgewiesen

37 Willy Hartner, Ptolemäische Astronomie im Islam und zur Zeit des Regiomontanus. In: Regiomontanus-Studien (Anm. 15), 119: „Copernicus der den Tusi-Mechanismus mehrfach benutzt"; ferner Grazyna na Rosinska, L'audience de Regiomontanus à Cracovie au XVe et au début du XVIe siècle. In: Regiomontanus-Studien (anm. 15), passim.

38 Nadjm ad-Din al-Katibi (gest. 1276) ist vor allem durch sein naturwissenschaftliches Werk „Hikmat al-'ayn" (Die Wissenschaft vom Auge) für die islamsche Wissenschaft bedeutsam geworden. Mit at-Tusi führte al-Katibi eine heftige Polemik über Fragen der Logik und Metaphysik. Encyclopédie de l'Islam, Tome IV, Leiden-Paris 1978, 792-793.

39 Das heißt, wenn sich die Erde um die eigene Achse von West nach Ost drehte.

40 Deutsches Zitat bei Siegmund Günther, Die Lehre von der Erdbewegung und Erdrundung im Mittelalter bei den Arabern und Hebräern Halle a.d. Saale 1877. Es ist offensichtlich, daß al-Katibi hier von der Äther- und Sphärentheorie von Eudoxos-Aristoteles beeinflußt ist. Der Gedanke der in die Erddrehung involvierten Lufthülle ist analog zur Idee der vielfach in Bewegung und Gegenbewegung rotierenden Äthersphären gefaßt und basiert nicht auf dem Gedanken der physikalischen Qualität, das heißt, der Masseneigenschaft der Atmosphäre, deren Nachweis erst im 17. Jahrhundert gelungen ist.

41 Fritz Krafft, Renaissance der Naturwissenschaften - Naturwissenschaften der Renaissance, in: humanismusforschung seit 1945, mitteilung II der kommission für humanismusforschung der Deutschen Forschungsgemeinschaft, Bonn-Bad Godesberg 1975, 148-152.

werden[42]. Krafft weist besonders auf das gemeinsame, möglicherweise griechische Vorbild (Proklos) hin, das sowohl at-Tusi beziehungsweise al-Shatir und Copernicus durch eine Zwischenquelle vorgelegen sein konnte[43].
Willy Hartner selbst lehnt es ab, eine zu starke Abhängigkeit des Copernicus von islamischen Vorbildern als erwiesen zu betrachten, vielmehr muß das Bestreben, die Kreis-Axiomatik zum alleinigen Prinzip zu erheben und sich dabei auf ein Minimum, bestehend in einer immer noch respektablen Anzahl von Kreisen zu beschränken, fast notwendig zu identischen Lösungen führen. Aber die Beweisstücke in ihrer Gesamtheit lassen (nach Hartner) doch den Gedanken an eine gänzlich unabhängige Neuschöpfung kaum zu[44].
Daß die Mechanismen von at-Tusi und Ibn al-Shatir im europäischen Abendland von den Lateinern in irgendeiner Weise rezipiert und in das Allgemeinwissen der Astronomen eingegangen sind, ist wohl nicht belegbar, aber auch nicht ganz auszuschließen. Freilich ist die Blütezeit der Rezeption arabischer Literatur aller Gattung in der 2. Hälfte des 13. Jahrhunderts mit der Zeit des El Sabio, König Alfons' X. von Kastilien, zu Ende gegangen, das christliche Abendland hatte damals seine lateinische Literatur und begann langsam, von Italien her, das humanistische Bewußtsein in sich aufzunehmen, das ja gerade das islamische Mediativ ablehnte und den Rückgriff zu den Quellen propagierte[45]. Das kann freilich nicht hindern, anzunehmen, daß Humanisten im rein sachlichen Bereich, soferne sich dieser als philologisch unbedenklich erwiesen hatte, von den Arabern vieles an- beziehungsweise übernommen hatten[46]. Vor allem die westarabischen, mauretanisch-spanischen Kritiker beziehungsweise Ergänzer des Ptolemäus, wie Tabit Ibn Qurra (9.Jh.), Gabir Ibn Afflah (12.Jh.), al-Betrugi (12.Jh.) und al-Quasibi (10.Jh.) hatten Regiomontanus veranlaßt, auf manche Einwände gegen die alte Epizykel und Exzentertheorien einzugehen; Einwände, die ja schon nachweisbar Heinrich von Langenstein vorgebracht und sicherlich auch in Wien erörtert haben wird. Kosmologische Fragen dieser Art sind, wie man sieht, in der Wiener mathematisch-astronomischen Schule des 15. Jahrhunderts traditionell, waren aber auch bei den Arabern des Mittelalters nichts Seltenes und wurden sicherlich häufig diskutiert. Peuerbach findet dagegen für die Vorstellung von der rotierenden Erde nur den drastisch ironischen Vergleich vom „Braten auf dem Bratspieß" (= die Erde, die um die sie bratende Sonne rotiert)[47]. Dabei war die terrestrische Achsenrotation vielleicht schon im kosmologischen Konzept der

42 Krafft, Renaissance der Naturwissenschaften, (Anm. 41) 149.

43 Ebd., 150.

44 Willy Hartner, Ptolemäische Astronomie im Islam (Anm. 15) 122.

45 Regiomontanus kündigte in seinem Verlagsprogramm neue Übersetzungen der Kosmographie und der Syntaxis des Ptolemäus an, da ihm die älteren lateinischen Übersetzungen zu inkorrekt waren.

46 Etwa das Verzeichnis der Bibliothek des Humanisten Andreas Stiborius (gest. 1515). In seiner quadrivialen Ausbildung wurde Peuerbach der traditionelle Wissensstoff, gespeist aus arabisch-griechischen und arabisch-indischen Quellen, gelehrt.

47 Op.coll. (Anm.11) 37-39: „An terra moveatur an quiescat".

Pythagoräer, jedenfalls bei Platon[48] vorhanden und hat nominalistische Scholastiker des Spätmittelalters, wie Nicolas d'Oresme oder bereits im 13. Jahrhundert etwa den Scholastiker Thomas von Cantimpré, der mit seinem Werk „De rerum natura" Konrad von Megenberg nachhaltig beeinflußt hatte[49], zu Überlegungen angeregt und hat vor allem einen älteren Zeitgenossen und Gesprächspartner Peuerbachs intensiv beschäftigt: Nikolaus Cusanus.Der Cusaner hat auf einem Blatt eines im Jahre 1444 in Nürnberg erworbenen, wahrscheinlich aus dem Nachlaß des Nikolaus Heybeck stammenden Codex[50] eine „praktische" Kosmologie entworfen[51], wohingegen jene im 2. Buch der „Docta ignorantia" philosophisch-spekulativ ist. Dabei darf dieser Entwurf aber nur als ein Versuch gelten, der, auch nach den Vorstellungen der Zeit, mathematischen Ansprüchen nicht genügen kann. Diese im Anschluß an die platonische beziehungsweise neuplatonische Philosophie „spekulativ gewonnene rotierende Eigenbewegung"[52] wird gegenüber der Bewegung der Fixsternsphäre beziehungsweise der Sonne in eine mathematische Proportion gebracht. Die Erde, die den Weltmittelpunkt einnimmt, bewegt sich in 24 Stunden einmal um die eigene Achse von Ost nach West; die achte Sphäre (der Fixsternhimmel) vollzieht in derselben Zeit dagegen zwei Umschwünge in gleicher Richtung; die Sonne, die an der Umdrehung der achten Sphäre teilnimmt, bewegt sich in 24 Stunden etwas weniger als zweimal um die Weltachse auf ihrer Sphäre, bleibt also im Laufe eines Jahres unter dem Fixsternhimmel zurück[53].Da Georg von Peuerbach mit Nikolaus Cusanus persönlichen Kontakt hatte und befreundet war, scheint es fast unmöglich zu sein, daß er von jener vielsagenden Stelle in der „Docta ignorantia" II/11 und 12 und dem kosmologischen Grundkonzept des Cusaners nicht gewußt haben sollte. Der Schluß ist also berechtigt, daß der Gedanke einer rotierenden, geschweige denn einer sich in Kreisbahn um die Sonne bewegenden Erde außerhalb der Interessenssphäre Peuerbachs gelegen war, eben weil dieser Gedanke in irgendeiner signifikanten Weise sich dem Heliozentrismus annäherte, den Peuerbach, den Zeugnissen nach zu schließen, für diskussionsunwürdig gehalten hat[54].

48 Historisches Wörterbuch der Philosophie. Hgg. von Joachim Ritter und Karlfried Gründer, Band 4, Sp. 1218 (Artikel von Fritz Krafft).

49 Dazu Paul Zincke-Albert Leitzmann (Hg.), Georg Forsters Tagebücher, Berlin 1914. Forster fiel in Prag ein Manuskript des Thomas von Cantimpré in die Hände. „Ich fand in diesem circa 1240 geschriebenen Buche eine Stelle, aus der es fast scheinen sollte, die Bewegung der Erde um ihre Achse sey dem Verfasser schon bekannt gewesen, ob er sonst das Ptolemaische System befolgt". (Ich verdanke den Hinweis auf diese Quellenstelle Frau Dr. Helga Hühnel, Wien.)

50 Heute im Cusanus-Hospital in Bernkastel-Kues, Cod.Cu 211. fol. 55v. Kritisch ediert von Raymond Klibansky, in: Ernst Hoffmann, Das Universum des Nikolaus von Cues (=Sitzungsberichte der Heidelberger Akademie der Wissenschaften, Jg. 1929/30, 3.Abh.) 44-45.

51 Nach Günther, Lehre von der Erdrundung (Anm. 40) 29, ist es „des Cardinals kosmologisches Glaubensbekenntnis". Klibansky (Anm. 50) 42, schränkt diese Aussage ein, da das konkrete Weltbild des Cusaners nur im Zusammenhang mit dessen Hauptwerk gesehen werden dürfe. Auch wäre der fragmentarische Charakter dieser Aufzeichnung zu bedenken.

52 Historisches Wörterbuch der Philosophie (Artikel von Fritz Krafft), Sp. 1218.

53 Klibansky (Anm. 50), Textbeilage, 44.

54 Obwohl Peuerbach Aristarchos von Samos zumindest dem Namen nach kannte und sich in seiner Disputation über die „Positio sive determinacio de arte oratoria sive poetica" an einer Stelle auf den griechischen Heliozentriker bezog.

Theorica nova („Theoricae novae planetarum")

Die Entstehungsgeschichte des Werkes führt in den Beginn des 15. Jahrhunderts zurück. Wir haben gezeigt, daß Peuerbach ohne die Lehre des Johannes von Gmunden - sei es direkt oder indirekt durch Angehörige des Wiener und Klosterneuburger Kreises - in seiner geistigen Entwicklung nur schwer denkbar wäre. Diese Beeinflussung ist grundsätzlich auf allen Gebieten des Quadriviums anzunehmen und höchstwahrscheinlich auch erfolgt, besonders evident aber wird diese Wirkung und die Rolle Klosterneuburgs im Falle der Planetentheorie Peuerbachs („Theorica nova"), die das Standardwerk seiner und der nachfolgenden Zeit wurde und die bis dahin für den Studienbetrieb maßgebliche „Sphaera materialis" des Sacrobosco John of Holywood) sowie die Planetentheorien des Campanus und Gerhard Sabbioneta von Cremona aus den Hör- und Lehrsälen verdrängte[55].
Daß die „Theorica nova" („Theoricae novae planetarum") Peuerbachs diesen Rang in der wissenschaftlichen Literatur der Zeit erlangte und lange Zeit, auch nach Copernicus noch, behauptete, mag wohl auch daran liegen, daß die „Theoricae planetarum communis", das Werk des Sabbioneta[56], durch eine Streitschrift Regiomontans, die dieser 1464 im Rom verfaßte und zehn Jahre später gedruckt herausgab, weitgehend der Kredit entzogen war. Man kann ohne Übertreibung sagen: von nun an behaupteten die „Theoricae novae planetarum" Peuerbachs das Feld!
Das von Regiomontanus in dessen eigener Nürnberger Druckerei gedruckte Werk Peuerbachs zählt wohl zu den schönsten und zugleich auch wertvollsten Wiegendrucken dieses Genres von naturwissenschaftlicher Literatur. Die „Sphaera" des Sacrobosco und die „Theoricae planetarum communis" des Sabbioneta hatten als astronomische Druckwerke den Anfang gemacht, sie wurden 1472 in Ferrara gedruckt, Regiomontanus ist vermutlich auch deshalb in diesem Jahr von Nürnberg aus zu seiner zweiten Italienreise aufgebrochen, um an Ort und Stelle[57] Erfahrungen für den Druck eines Textes dieser Art einzuholen. Freilich wurden die Werke Sacroboscos und Sabbionetas unter Aussparung der für ein solches Buch nahezu unerläßlichen Darstellungen und Zeichnungen herausgegeben[58] und waren somit für Regiomontans Zwecke unzulängliche Vorbilder. Er selbst hatte die „Theoricae novae planetarum" seines Lehrers Peuerbach mit schönen Holzschnittschaubildern

55 Bis zu Beginn des 17. Jahrhunderts hat das Buch 56 lateinische und französische und je eine italienische, spanische und jüdische Auflage erlebt. Ernst Zinner, Entstehung und Ausbreitung der coppernicanischen Lehre, Erlangen 1942, 97.

56 Ein Astronom des 13. Jahrhunderts, nicht zu verwechseln mit Gerhard von Cremona, der 1175 in Toledo den Almagest ins Lateinische übertrug.

57 Regiomontanus hatte sich in diesem Jahr auch in Rom aufgehalten.

58 Ernst Zinner, Entstehung und Ausbreitung der coppernicanischen Lehre, Erlangen 1942, 111.

(*theoricae*)[59] ediert und damit das Initial für jene vielen Neuauflagen des Buches bis ins 17. Jahrhundert gesetzt.
Zwangsläufig stellt sich bei Betrachtung des Titels „Theoricae *n o v a e* planetarum" die Frage nach der eigentlichen Novität dieser Planetentheorien, die primär Bewegungs- und Konfigurationstheorien sind. Um diese Frage beantworten zu können, bedarf es eines tieferen Eindringens in die Entstehungsgeschichte des Werkes auf der Basis der verfügbaren handschriftlichen Überlieferung und vornehmlich einer Untersuchung, inwieweit in der „Megale Syntaxis Mathematikè" (Almagest) des Ptolemäus die Vorstellungen und Darlegungen Peuerbachs präformiert sind.
Eine besonders auffallende Komponente der Planetentheorie Peuerbachs ist der mit Materie ausgefüllte, die planetarischen Kreisbahnen umgebende Raum. Das Kapitel über die Sonne (*De sole*), mit dem das Werk beginnt, hält gleich zu Eingang fest, daß die Sphären (*orbes*) der Sonne von einander in jeder Weise geschieden sind, aber sich berühren[60]. Daß sie Materiesphären sind - ungesagt welchen Stoffes - geht aus der Tatsache hervor, daß Peuerbach von konvexer und konkaver Oberfläche (*superficies*) der *orbes* spricht. Oberfläche setzt aber stets, zumindest für eine bestimmte Dimension, einen ausgefüllten Raum voraus. Der Mondepizykel - der bezeichnenderweise zuerst sphaerula genannt wird, da man mit einem Epizykel im Grunde eine geometrische Figur verbindet, mit einer Sphäre hingegen einen geometrischen Körper assoziiert - ist förmlich eingegossen in der Materie seiner Trägersphäre[61]. Alles in allem ist die materielle Form der *orbes* der Planeten bei Peuerbach evident.
Auf der Suche nach gedanklichen Vorläufern dieser Komponente der Planetentheorie Peuerbachs fällt zuerst die These des Tabit Ibn Qurra (836-901) ins Auge, der den Raum zwischen den äußersten Kugelschalen zweier Planeten von einem elastischen Medium sich erfüllt dachte[62]. Mehr aber noch besticht die Analogie von Peuerbachs graphischer Darstellung der Schaubilder mit denen des Ibn al-Haitam (Alhazen), eines arabischen Mathematikers des 10. und 11. Jahrhunderts und Kosmologen in der Nachfolge des Ptolemäus. In ihm ist das unmittelbare Vorbild Peuerbachs in Bezug auf die Annahme materieller Planetensphären zu erkennen[63]. Bei al-Haitam berühren die Kugelschalen der Planeten einander, so daß die äußerste Schale eines Planeten an die unterste eines anderen stößt. Innerhalb der einzelnen Sphären sind eingekufte Hohlräume für die exzentrische Bahn des Planeten, die ihrerseits sich

59 Das Wort kommt von griechisch θεαομαι (theaomai) bzw. θεορια (theoria). Die Zeichnungen sollen, nach Zinner, Entstehung (Anm. 58) 111, angeblich von Michael Wolgemut stammen, doch ist anzunehmen, daß diese rein geometrisch-zeichnerische Arbeit, die kein künstlerisches Ingenium erforderte, eher von Regiomontanus selbst stammt. Von ihm rühren schließlich auch die Beschriftungen der einzelnen Schaubilder her. Die Auflage von 1472 besitzt zum Teil von Hand kolorierte Holzschnitte; dazu Franz J. Stadler, Michael Wolgemut und der Nürnberger Holzschnitt im letzten Drittel des XV. Jahrhundert (=Studien zur deutschen Kunstgeschichte, Heft 161) Straßburg 1913.

60 Op.coll. (Anm. 11) 755.

61 Ebd. 758: „... (LUNA) habet sphaerulam quae vocatur epicyclus profunditati orbis tercii immersam in quo quidem epicyclo corpus lunare figitur".

62 Ernst Zinner, Entstehung (Anm. 59) 72.- Auch Kristian P. Moesgaard, Thabit Ibn Qurra between Ptolemy and Copernicus, in: Avant, avec, apres Copernic ... Paris 1975, 67-70.

63 Zinner, Entstehung, (Anm. 59) 72; K. KOHL, Über den Aufbau der Welt nach Ibn al-Haitam. In: Sitzungsberichte der physikalisch-medizinischen Sozietät Erlangen, Bd. 54 und 55, Erlangen 1925, 169.

auf einem Epizykel bewegen, der in diesen Hohlräumen eingebettet ist. Wir werden sehr stark an Peuerbachs *profunditas* der exzentrischen Sphäre erinnert, in der der Epizykel „eingetaucht" (*immersus*) ist.
Ein eudoxinisch-aristotelisches Element der homozentrischen Sphärentheorie kommt bei al-Haitam - und ebenso bei Peuerbach - in den materiellen Sphären zum Ausdruck, die neben der Bewegung des Exzenters und Epizykels ineinander und oft entgegengesetzt rollen. Die Gesamtzahl der Bewegungen im Weltengebäude des al-Haitam beträgt 47. Bei Peuerbach sind nur 27, um zwei bis drei verschiedene Mittelpunkte und Achsen rollende Sphären beziehungsweise Kreise erforderlich, um die Phänomene des Himmels zu „retten", das heißt, widerspruchsfrei zu erklären.
Der maßgebende Einfluß arabischer Wissenschaft auf Peuerbachs naturwissenschaftliche Arbeiten ist auf weite Strecken nicht zu übersehen: So sind die „Theoricae novae planetarum", die man mit Recht als Peuerbachs astronomisches Hauptwerk bezeichnen kann, ein von Indern und eben von Ibn al-Haitam aufbereitetes Derivat jener „Hypotheseis ton planomenon" („Hypotheses planetarum"), die Ptolemäus als astrophysikalisches Pendant zu seiner mathematisch-geometrischen Epizykel- und Exzentertheorie entworfen hat[64].- So ist Peuerbachs „Algoritmus de integris", wie alle cossistischen und algebraischen Lehrbücher dieser Zeit, dem arabischen Mathematiker al-Huarizmi verpflichtet (siehe den Beitrag von Wolfgang Kaunzner in diesem Buch); dazwischengeschaltet sind in allen Fällen natürlich mittelalterliche lateinische Übersetzer und Interpreten.- In der Behandlung astronomischer Probleme sind bei Peuerbach arabische Vorbilder anzunehmen, zum Teil sind sie offensichtlich; so etwa ist die Sonnenhöhenformel[65] für alle geographischen Breiten und Stunden, die Peuerbach mathematisch-trigonometrisch abgeleitet hat, den Indern bereits bekannt gewesen, und von al-Battani (858-929) bewiesen worden[66].
Hinzugekommen bei Peuerbach sind, wie gesagt, die von der Wiener und Klosterneuburger Schule der 1. Hälfte des 15. Jahrhunderts stammenden Impulse aus dem Sektor der Astronomie und Kartographie, die ihn nicht unwesentlich prägten und seinen Werdegang in eine bestimmte Richtung lenkten.
An der Wiener Universität sind im Rahmen des artistischen Fächerkanons neben Vorlesungen der aristotelischen Himmelslehre (De coelo) auch solche über Planetentheorien - in erster Linie jene des Sabbioneta - seit dem Ende des 14. Jahrhunderts nachweisbar.

---

64 Willy Hartner, Ptolemy's Kitab al-Mansurat, in: Oriens-Occidens, Hildesheim 1968, 319-348.

65 Diese Formel lautet: sin h - (sin vers b - sin vers t) sin h_m: sin vers b.
Dabei ist t die Zeit (in Stundenwinkel = 15 Grad), h die Sonnenhöhe, ihre Mittagshöhe ist h_m, der Halbtagsbogen ist b.- Die moderne Schreibweise sin h (cos b - 1) = sin H (cos b - cos t) ist in der auf der Südwand des Apostelchores des Wiener Stefansdomes angebrachten, 1999 enthüllten Gedenktafel auf Georg von Peuerbach eingemeißelt. Diese Inschrift ist insoferne historisch inexakt als die trigonometrische Bezeichnung cos erst zu Beginn des 17. Jahrhunderts aufgekommen ist.

66 Im Unterschied zu al-Battani, der die Zeit (t) finden wollte, versuchte Peuerbach die Sonnenhöhe (h) zu deduzieren. dazu: Kurt Vogel, Der Donauraum, die Wiege mathematischer Studien in Deutschland. Peuerbachs Abhandlung über die Berechnung der Sonnenhöhe für jede Stunde, in: Neue Münchner Beiträge zur Geschichte der Medizin und Naturwissenschaften 3 (1973) 55. Siehe Maria G. Firneis, Annex (hier), S. 31.

Auf der Suche nach einer Vorlage für Peuerbachs Elaborat bietet sich die Handschrift der Österreichischen Nationalbibliothek, Cod. 5266, an. Es ist zu vermuten, daß dieser Codex, der u.a. auch einige astronomischastrologische Hauptschriften des Pierre d'Ailly (Petrus Alliacus), die Kosmographie des Ptolemäus und sechs Bücher eines „Kleinen Almagest" enthält, Johann von Gmunden zum Urheber und dessen Schüler Georg Pruner teilweise zum Kopisten hat. Auch hier mag die „ordnende Hand" Johanns, von der sein Biograph spricht[67], in der Zusammenfassung der Elemente der „Syntaxis" des Ptolemäus sowie der Arbeiten der bedeutendsten Interpreten und Ergänzer des Ptolemäischen Werkes tätig gewesen sein.
Jedenfalls zeigt die in diesem Codex vorgeführte Planetentheorie des Sabbioneta mit den in lavierten Federzeichnungen ausgeführten Schaubildern der Planeten - im Sinne der Materie-Sphären des Ptolemäus und al-Haitam - eine verblüffende Ähnlichkeit mit Peuerbachs „Theoricae novae planetarum", teilweise liegt sogar wörtliche textliche Übereinstimmung vor. Man darf daher mit gutem Grund von einer Vorlage für das Werk Peuerbachs sprechen. Vor allem die einzelnen „Theorien" der Planeten im Wiener Codex 5266 sowie im Druck Regiomontans von 1473 bestärken die Vermutung, daß Peuerbach aus dieser Handschrift seine „Theoricae novae planetarum" kompiliert hat, wobei der Codex zur Zeit der Abfassung des Peuerbachschen Werkes vielleicht im Besitz Peuerbachs war, wofür die Glossierungen Regiomontans sprechen würden[68].
Einiges Rätselraten gibt auch die Wahl des Titels auf. Man muß sich angesichts eines im großen und ganzen unoriginellen Elaborats, das allerdings den Vorzug allgemeiner Verständlichkeit und einer übersichtlichen Anordnung des Stoffes hat und daher von vornherein als Lehrbuch überaus geeignet war, nicht fragen, worin die Novität („Theoricae n o v a e planetarum") des Werkes besteht? Freilich zwingt uns, die wir vorgeprägt sind von der Vorstellung des Begriffs der naturwissenschaftlichen Entdeckung der Neuzeit, die Etymologie von „novus" sofort zu einer wesentlichen Korrektur unserer vorhin gemachten Aussage. „N o v u s" ist hier nicht zu verstehen als etwas, was es vorher noch nicht gegeben hat, daher ist damit auch keine Entdeckung im neuzeitlichen Sinne gemeint. Dem Mittelalter war dieser Begriff in dem heute üblichen Sinn gar nicht geläufig, da, verallgemeinert gesagt, im Mittelalter „Erklärung" und nicht „Entdeckung" im Vordergrund der Denkbemühungen stand. „Novus" hat hier vielmehr den Sinn von „jüngst" oder „letztlich"[69]. Die „Theoricae novae planetarum" Peuerbachs wären folgerichtig als „jüngste" oder „neueste" Zusammenfassung der allgemeinen Planetenlehre zu verstehen, mit anderen Worten, sie soll die auf den modernen Stand gebrachte, traditionelle Theorie sein.
Diese Intention Peuerbachs wirft gleichzeitig ein Licht auf die Gesinnung des Humanisten und Naturwissenschafters. „Novus" bedeutet nämlich auch ein Moment der Verbesserung gegenüber den hoch- und spätmittelalterlichen Entstellungen des

67 Klug (Anm. 3) Johann von Gmunden, 87.

68 Paul Lehmann, Eine Geschichte der Fuggerbibliothek, ill. Band, Tübingen 1960, 566. Der Codex war später im Besitz Philipp Eduard Fuggers (gest. 1618) und kam durch Verkauf von dessen ganzer Bibliothek 1656 in die Wiener Hofbibliothek.

69 Erhaltengeblieben im Französischen, z.B. im Wort „Pont Neuf".

Ptolemäischen Textes und insoferne eine reformatio des Urtextes. „Novität" bei Peuerbach sprengt aber nicht die Grenzen des Traditionellen im allgemeinen, indem sie die Antike überwindet, „Novität" beseitigt im Falle der „Theoricae novae planetarum" Peuerbachs nur die deliramenta der Planetenlehre des Sabbioneta und andere Mängel, die mittelalterliche Autoren angehäuft haben, und „reformiert" das originale System von Ptolemäus/Ibn al-Haitam. So gesehen ist es aber noch keine „lupenreine" humanistische Naturwissenschaft, die uns hier entgegentritt, da die arabische Komponente als Mediativ bestehen bleibt. Peuerbach war - im Gegensatz zu Regiomontanus seit dessen Italienaufenthalt - auch nicht in der Lage, die „Megale symaxis mathematikè" im Original zu lesen, da er des Griechischen sicherlich nur in Rudimenten mächtig war[70]. Sein „Handexemplar" war die lateinische Übersetzung des Gerhard von Cremona aus dem 12. Jahrhundert, ein von Peuerbach eigenhändig geschriebener Codex, den er im Jahre 1461 der artistischen Fakultät der Universität Wien legierte[71]. Manches spricht dafür, daß Peuerbach die ersten sechs Bücher der „Epitoma in almagestum", die ihn zum Verfasser des unter dem Namen Regiomontans laufenden, ursprünglich von Kardinal Bessarion in Auftrag gegebenen Werkes haben, nicht aus seinem „Handexemplar" des"Almagest", sondern, wie die „Theorica nova" auch aus einem so genannten „Almagest minor" (Kleinerer Almagest) erarbeitet hatte[72].

Die handschriftliche Grundlage für die von Regiomontanus veranstaltete Druckausgabe der „Theoricae novae planetarum" Peuerbachs ist in erster Linie in Regiomontans eigener Kopie, niedergelegt in dessen Wiener Rechenbuch (Cod.5203), zu suchen. Sicherlich, der Druck von 1472 enthält Zusätze, die sich im Rechenbuch nicht finden; so vor allem die Darlegung der Lehre des Tabit Ibn Qurra[73] über die Trepidation des Frühlings- und Herbstpunktes im Laufe von 2560 Jahren auf einem Kreisbogen von 16° Länge[74]. Der Text Peuerbachs berücksichtigt die Doktrin Tabits nicht mehr, sondern stellt nur die geläufigen Lehren des Ptolemäus, weiters des anonymen Astronomen des Kalifen al-Mamun vom Jahre 832, des al-Battani (Albategnius) und al-Farghani (Alfraganus) vor. Die These Tabits zur Erklärung der Präzession der achten Sphäre im Druck von 1472 muß als Beitrag Regiomontans zur Planetenlehre seines Lehrers angesehen werden. Regiomontanus hat Tabits Doktrin kommentarlos wiedergegeben, obwohl er in seinem um 1474

70 Heidelinde Jung, Johannes von Gmunden (Anm. 5) 9, deutet die Arbeit Peuerbachs an der Syntaxis des Ptolemäus wohl zu idealistisch, wenn sie schreibt: „Da Georg nicht Griechisch beherrschte, schlug er einen eigentümlichen Weg ein und begann den Ptolemäus aus sich selbst zu verbessern, indem er durch Hineindenken in die Beweise und Folgerungen die eingeschlichenen Fehler ergründete". - Günther Hamann vertritt die Auffassung, daß man sich zu Peuerbachs Zeiten in Wien im Griechenviertel, das ja der Universität benachbart war, Griechischkenntnisse aneignen konnte. Daß Peuerbach 1458 über einige Kenntnisse des Altgriechischen verfügte, ist aus manchen griechisch deklinierten Substantiva und griechischen Lehnwörtern in seinen lateinischen Schriften ersichtlich. Quellenteil „Georg von Peuerbach. Gedicht über die Natur".

71 ÖNB, Cod. 4799. Eigentum und Vermächtnis ist aus einer Eintragung auf dem ersten Blatt des Codex ersichtlich.

72 Ein „Almagest minor" befand sich später im Besitz Regiomontans und ist in dessen Nachlaßverzeichnis von 1522 angeführt. Zinner, Regiomontanus (Anm. 4) 315, Nr. 42.

73 Op.coll. (Anm. 11) 792.

74 Zinner (Anm. 59), Entstehung und Ausbreitung, 73.

gedruckt vorgelegten Verlagsprogramm eine Schrift über Einwände gegen die Lehre Tabits anmeldete[75]. Seine Vorbehalte gegen die „Theoricae planetarum communis" des Sabbioneta, vornehmlich gegen das Kapitel über die Merkur-Bahn[76], hat Regiomontanus noch vor seinem Tod als Flugblatt der Öffentlichkeit übergeben. Wie weit die Einwände Regiomontans gegen Tabit gegangen wären und ob sie dessen damals allgemein anerkannte Auffassung von der Bewegung der Fixsternsphäre grundsätzlich umgestoßen hätten[77], wissen wir nicht, da es zur Veröffentlichung dieser Schrift nicht mehr gekommen ist. Es ist aber anzunehmen, daß diese Korrekturen der Lehre Tabits erst nach der Publikation der Peuerbachschen Planetentheorie in Regiomontanus voll zur Einsicht gelangt sind, da er sie sonst nicht als Ergänzung in den Druck von 1472 aufgenommen hätte. So gesehen hielte das Verlagsprogramm des Königsbergers viele Überraschungen bereit, über die wir aus den Titeln nur bloße Vermutungen anstellen können. Dieser Zusatz des Druckwerkes über die Bewegung der achten Sphäre sowie eine „Theorie" der Planetenanspekte[78] fehlen nicht nur im Wiener Rechenbuch des Regiomontanus, sondern auch in einer Niederschrift der „Theorica nova" in einem Codex der Österreichischen Nationalbibliothek, 5245, die zur selben Zeit wie die Abschrift des Regiomontanus entstanden und auf denselben Archetyp zurückzuführen ist.

Damit scheint es einigermaßen schlüssig zu sein, daß die Druckausgabe von 1472 eben jene 1454 von Peuerbach verfaßte „Theorica nova realem sperarum habitudinem atque motum cum terminis tabularum declarans" in der Kopie des Regiomontanus zur Grundlage hat und um zwei Zusätze Regiomontans - die graphische Darstellung der Aspekte sowie die Lehre des Tabit Ibn Qurra über die Bewegung der achten Sphäre - erweitert wurde. Das Manuskript der zwei Zusätze wird speziell für den Druckgebrauch angefertigt worden sein und ist vermutlich deshalb nicht erhalten geblieben.

Wenden wir uns kurz noch der Betrachtung des Originaltitels zu, den übrigens auch das Wiener Rechenbuch Regiomontans ausweist; der gedruckte Titel ist später von Regiomontanus gewählt worden. Es geht Peuerbach darum, die realis habitudo und den realis motus der Planetensphären aufzuzeigen; er erhebt also jenen Anspruch, den vor ihm Aristoteles, Ptolemäus und die sogenannten „Astrophysiker" (etwa al-Haitam) erhoben haben, nämlich die Sphären des Äthers als reale Sphären von fester, materieller Beschaffenheit (habitudo) auffassen zu müssen[79]. Angefügt wird eine Erklärung der Begriffe der Tafelwerke, das heißt, vor allem der Alfonsinischen Tafeln, etwa die Erklärung von „wahrer" und „mittlerer Bewegung",

75 Das Verlagsprogramm ist auch in den Regiomontanus-Studien (Anm. 15) Tafel XXIX, nach 280, reproduziert.

76 Op.coll. (Anm.11) 771-776.

77 Der dänische Astronom und Mitarbeiter Tycho Brahes, Christian Severin Longomontanus (1562-1647) wies nach, daß die von Tabit Ibn Qurra angenommene Trepidation durch Beobachtungsfehler zustandekam.

78 Regiomontanus/Peuerbach lassen nur die „klassischen" Aspekte Konjunktion, Opposition, Trigon, Quadrat und Sextil gelten, enthalten sich in den „Theoricae novae planetarum" aber jeder astrologischen Deutung. Op.coll. (Anm. 11) 779.

79 Historisches Wörterbuch der Philosophie, Bd. 4, Sp. 1217 (Fritz Krafft).

von „wahrem" und „mittlerem Ort" die Signifikanzen der einzelnen Aspekte und so weiter. Es waren dies Termini von wesentlicher Bedeutung für das Verständnis der Himmelserscheinungen in geozentrischer Sicht.
Die „Theorica nova" Peuerbachs ist die Abhandlung eines „modern"-scholastisch geschulten Humanisten, die nur äußerlich die scholastische Form beibehält, innerlich aber von bemerkenswerter Bündigkeit und Klarheit und ohne stilistische Abundanz ist.

„Technische Arbeiten" Peuerbachs

Über Peuerbachs „technische Arbeiten", das heißt, die mathematische Einrichtung von astronomischen Instrumenten und Geräten wissen wir nicht viel, doch immerhin genug, daß sich ein ungefähres Bild seiner Tätigkeit in diesem Zwischenbereich von Wissenschaft und Praxis erstellen läßt. Nach seiner Rückkehr aus Italien hatte sich Peuerbach mit Reisesonnenuhren (horologia locabilia) und später mit Mauersonnenuhren beschäftigt. Sicherlich hatte er nicht, wie in der Literatur häufig behauptet wird, 1450/51 gemeinsam mit Regiomontanus die Mißweisung der Magnetnadel (Deklination) entdeckt, da er 1450 noch in Italien war und Regiomontanus wahrscheinlich erst 1452 in Wien kennenlernte. Zweifellos aber war Peuerbach in der ersten Hälfte der fünfziger Jahre einer derjenigen Naturwissenschafter in Europa, die um die Deklination wußten und vielleicht ist er auch deren Entdecker gewesen.
Johann Nihil Bohemus schrieb 1454 an Peuerbach: „Ich schicke Euch einen Kompaß ... Wenn es Eure Zeit zuläßt, so hätte ich gerne einen oder zwei bis drei Reisesonnenuhren (horologia que locabilia forent), die die „Indices" haben sollen[80]. Diese Briefstelle ist im Zusammenhang mit dem diskutierten Problem besonders bemerkenswert, da sie den bislang einzigen Beleg erbringt, daß Peuerbach um 1454 die Mißweisung der Magnetnadel bereits bekannt war. Auf den Reisesonnenuhren, die in der Regel mit einem Kompaß gekoppelt waren[81], wurde also zu Beginn der fünfziger Jahre bereits jene Linie (index) graviert, die die Abweichung der Nordrichtung der Magnetnadel vom Mittagsschatten der Sonne anzeigte.
In Wiener Neustadt widmete sich Peuerbach im Jahre 1456 der Herstellung einer Mauersonnenuhr[82]. Nihil Bohemus schrieb ihm, daß er sich einen Steinmetzen aussuchen möge, der ihm die Steine für die Wandsonnenuhr behauen soll. Offenbar

80 „Mitto compas vobis ... Si tantum temporis vobis pateret, optari unum vel duo aut tria habere horologia que locabilia forent et indices haberent". Czerny, Briefwechsel (Anm. 18) 293.- Die von Friedrich Samhaber, Die Zeitzither, Raab/Oö. 2000, 186, vertretene Auffassung, daß Georg von Peuerbach die auf dessen Namen lautenden Reisesonnenuhren selbst gleichsam in einer eigenen Werkstätte, hergestellt hätte, verkennt den hohen künstlerischen und handwerklichen Anspruch, der an solche Zeitmeßinstrumente zu stellen ist. Es ist vielmehr anzunehmen daß diese Reise-Klappsonnnenuhren in der Werkstätte eines österreichischen oder süddeutschen Meisters verfertigt wurden. Hier wären eingehendere kunsthistorische Studien anzustellen, um zu einem vertretbaren Urteil zu gelangen.

81 Ein berühmtes Beispiel dafür ist die Klappsonnenuhr, die Regiomontanus 1471 für Papst Paul II. hergestellt hatte.

82 Czerny, Briefwechsel (Anm.18) 293 und 298.

lag dafür ein Auftrag durch Kaiser Friedrich III. vor; diese Mauersonnenuhr dürfte eine der Wände der Wiener Neustädter Burg geziert haben. Im Auftrag des Kaisers, der bereits 1438 durch die Herstellung eines elfenbeinernen Quadranten, in den er seine Devise AEIOU gravieren hatte lassen[83], sein Interesse für Astronomie und astronomische Gerätschaften bewies, richtete Peuerbach, der nach dem vermutlich im Laufe des Jahres 1457 verstorbenen Nihil Bohemus dessen Nachfolge als kaiserlicher Hofastronom antrat, auch ein Astrolabium ein, das Ernst Zinner[84] ausführlich beschrieben hat.

Über das Astrolabium sind auch drei theoretische Arbeiten Peuerbachs erhalten; eine handelt über die Herstellung des Quadrantenastrolabs („Compositio quadrantis astrolabii") eine andere ist eine Art Gebrauchsanweisung („Usus varii super astrolabio") und eine dritte ist eine Darstellung der Anwendungsmöglichkeiten dieses Instruments („Canones astrolabii").- Ein Visierrutentraktat[85] wird von Georg Tannstetter-Collimitius in den „Viri mathematici" genannt, scheint jedoch nicht erhalten zu sein. Auch die Ringsonnenuhr, die vor allem im ländlich-bäuerlichen Bereich bis ins 18. Jahrhundert in Gebrauch stand (deshalb auch „Bauernring" genannt), soll eine Erfindung Peuerbachs sein[86], die in die Zeit um 1457 fällt, in jene Zeit also, da nach dem Tod des Nihil Bohemus unser Georg in die Dienste des Kaisers getreten und wieder mit einer besoldeten Regenz an der Artistenfakultät der Wiener Universität ausgestattet worden war. Es waren wohl die materiell glücklichsten Jahre Peuerbachs, überschattet vielleicht schon von einer schleichenden Krankheit, die dann zu raschem Siechtum und Tod führte[87].

Nach der Überlieferung des Andreas Stiborius und Georg Tannstetter Collimitius[88] soll Peuerbach auch eine „Sphaera solida" konstruiert und ausgeführt haben oder ausführen haben lassen. Unter „Sphaerae solidae" wofür es erwiesenermaßen

83 Kunsthistorisches Museum Wien, Abt. für Kleinplastik, Objekt Nr. 393. Süddeutsche Arbeit. Auf der Dorsalseite des Quadranten ist das Schattenquadrat angebracht.

84 Ernst Zinner, Deutsche und niederländische astronomische Instrumente des 11. bis 19. Jahrhunderts, München 1967 und 1972, 143 und 465. Das Astrolabium befindet sich heute im Germanischen Nationalmuseum in Nürnberg, Inventar-Nr. WI 129. Dazu Diedrich Wattenberg, Johannes Regiomontanus und die astronomischen Instrumente seiner Zeit, in: Regiomontanus-Studien (Anm. 15) 349.

85 Mit der Visierrute wurde nach einem einfachen Verfahren der Inhalt von Fässern bestimmt.

86 Diedrich Wattenberg (Anm. 84) 351.

87 Im Jahre 1456 - Bayer.Stb., Clm 18802, fol. 101^{v} - schrieb Peuerbach an den Wiener Magister Johann Mändel aus Amberg, daß er schwer krank sei. Er fühle eine brennende Lunge, habe Fieber und Durst, starke Kopfschmerzen und verliere die Haare, zeitweise könne er auch nicht sprechen. Ähnlich ergehe es seinem Hausgenossen „Waptista noster", der Regiomontan sein könnte. Karl Grossmann, Die Begründung der modernen Himmelskunde durch die Wiener Mathematikerschule des 15.Jahrhunderts. In: Jahrbuch des Vereins für Geschichte der Stadt Wien 21/22 (1965/66) 211, der diesen Brief nur mutmaßlich Peuerbach zugeschrieben hat, übersieht, daß sich der Adressand mit „G.P." (= Georgius Peurbach) überschreibt; Grossmann spricht davon, daß das Symptom des Haarausfalls auf Typhus hindeuten könnte. Daß Peuerbach im Juni 1456 an einer Krankheit gelitten hatte, bezeugt er in einem Brief an Nihil Bohemus. Czerny, Briefwechsel (Anm. 18) 298.

88 Viri mathematici quos inclytum Viennense gymnasium ordine celebres habuit, Wien 1515. Kapitel Peuerbach. Dazu auch Franz Graf-Stuhlhofer, Humanismus zwischen Hof und Universität. Georg Tannstetter (Collimitius) und sein wissenschaftliches Umfeld im Wien des frühen 16. Jahrhunderts (= Schriftenreihe des Universitätsarchivs 8) Wien 1996.

in Klosterneuburg aus der Zeit des Propstes Muestinger Vorbilder gab[89] - verstand man damals Himmelsgloben; die Zeit der Erdgloben war noch nicht gekommen.
Im Jahre 1435 wurde vermutlich in Klosterneuburg ein „Tractatus de compositione spere solide"[90] fertiggestellt, dessen Autor Reinhard Gensfelder gewesen sein soll[91]. Beigegeben diesem Traktat, der eine detaillierte Herstellungsanleitung für Globen enthält und später von Johannes Cuspinianus vielfach glossiert wurde[92], waren auf Pergament ausgeführte lavierte Federzeichnungen des nördlichen und südlichen Sternenhimmels[93]. Bei der engen Verbindung Peuerbachs mit der Klosterneuburger Schule, die ja auch noch nach dem Tod des Propstes Muestinger (1442) eine Zeit lang weiterblühte und sich ein gewisses Ansehen bewahren konnte, ist nicht auszuschließen, daß Peuerbach zumindest den astronomisch-mathematischen Teil eines Himmelsglobus' geliefert hat.
Die Beschäftigung mit der Kosmographie (Geographie) dürfte, bis in die hypothetisch angenommenen Klosterneuburger Lehrjahre Peuerbachs zurückreichen. Vielleicht hat Peuerbach die geographische Breite seines Heimatortes gemessen und den Markt in jene Klosterneuburger Karte Mitteleuropas eingetragen, die Fridericus von St. Emmeram tradiert hat? Jedenfalls war ihm die gerade dazumal in Wien und Klosterneuburg in „Umlauf" gekommene „Kosmographie" des Claudius Ptolemäus mit den Tafeln für die geographischen Koordinaten von Städten und Landstrichen der antiken Welt bekannt; ein aus Klosterneuburg stammender Codex mit der Ptolemäischen Geographie[94] war vermutlich in seinem Besitz. In einer weiteren Handschrift, die vielfach von Regiomontanus glossiert, zum Großteil ein Autograph des Johannes von Gmunden ist[95] und mit dessen Nachlaß in den Besitz der Wiener Artistenfakultät gelangte, ist in eine Tafel mit den Längen und Breiten einiger europäischer Städte nachgetragen: „Buda, civitas capitalis in Ungaria"[96]. Die geographische Länge ist mit 43° 20' angegeben, aber offensichtlich als falscher Wert erkannt und durchgestrichen. Als geographische Breite ist 47° 20' vermerkt. Wahrscheinlich hat der Glossator bei Kenntnis der Ptolemäischen Ökumene die Koordinaten von Buda an Ort und Stelle vermessen und hier nachgetragen. Die Vermutung, daß hier Peuerbach am Werk war, ist nicht von der Hand zu weisen, er könnte nämlich

---

89 So etwa wurden die Sonnenhöhen u.a. für Wien und Klosterneuburg von Muestinger „von einem Himmelsglobus ... abgenommen". ÖNB, Codex 5303, fol. 223^{v}.

90 Überliefert u.a. im Codex 5415, fol. 161^{r}-191^{r} der ÖNB.

91 Nach Durand, Vienna-Klosterneuburg map corpus (Anm. 4) 45, Anm. 1. Dieser Traktat mit der Zeichnung der Sterne des Tierkreises sowie den Sternbildern des nördlichen und südlichen Himmels, befindet sich auch im Münchener Codex 14583, fol. 70^{v}-78^{r}, der weitgehend von Frater Fridericus von St. Emmeran geschrieben ist. Zwischen Fridericus und Reinhold Gensfelder bestanden offensichtlich enge persönliche Beziehungen.

92 Die Hand des Cuspinianus scheint zum Beispiel auf fol. 141^{r}, 182^{r} und ^{v} auf.

93 ÖNB, Codex 5415, fol. 168^{r} und 170^{r}. Auffallend ist dabei, daß die zeichnerische Ausführung der Sternbilder fast auf den Strich genau den Himmelskarten von Dürer-Stabius von 1515 gleicht. Dasselbe gilt für die Himmelskarten von 1503. Fritz Schnelbögl, Dokumente zur Nürnberger Kartographie, Nürnberg 1966, 54-55.

94 ÖNB. Codex 5266.

95 ÖNB, Codex 5268.

96 ÖNB, Codex 5268, fol. 31^{r}, unten.

während seines Ungarnaufenthaltes im Frühjahr 1453 diese Messung vorgenommen haben. Ob Peuerbach selbst eine Karte (mappa) gezeichnet hat, ist nicht bekannt, aber eher auszuschließen[97]. Möglicherweise hat er im Zuge einer Kopiertätigkeit in Klosterneuburg (in der Zeit um 1440) einige Handskizzen von Weltkarten angefertigt, die heute nicht mehr existieren, vielleicht in jene des Fridericus von St. Emmeran aufgegangen oder in anderen Codices untergegangen sind. Wir wissen nur, wiederum durch den guten Freund und emsigen Briefschreiber Nihil Bohemus, daß sich Peuerbach aus einer „Kosmographie mit Karte"[98] Exzerpte gemacht hat.
Schließlich wäre unter den technischen Arbeiten Peuerbachs noch das „Quadratum geometricum" zu nennen, ein astronomisches Instrument, das auf trigonometrischen Grundsätzen beruht und zur Höhenwinkelmessung sowie zur Messung von horizontalen Distanzen geeignet war[99].

[Der vorliegende Aufsatz beruht zu großen Teilen auf dem entsprechenden Kapitel im Buch von H. Grössing, Humanistische Naturwissenschaft. Die Wiener mathematischen Schulen des 15. und 16. Jahrhunderts (= Saecvla Spiritalia Bd. 8, hgg. von D. Wuttke), Baden-Baden 1983, S. 79 - 166.]

97 In der Straßburger Ptolemäus-Ausgabe von 1525, fol. 1^{v}, wird von den kartographischen Arbeiten (picturis geographicis) Peuerbachs gesprochen. Als Gewährsmann wird Regiomontanus zitiert, der in seinem „Commentariolum singulare contra traductionem Jacobi Angeli Florentini, quod ad arbitros mittetur" diese Aussage getan haben soll. Dazu L. Gallois, Les geographes allemands de la renaissance, o.J., 4, Anm. 2.- Gallois unterliegt hier wie in vielen anderen Fällen einem Interpretationsirrtum. So schreibt er die von Johann Werner veranstaltete Übersetzung und Ausgabe des 1. Buches der Geographie des Ptolemäus von 1514 Regiomontanus zu. Freilich ist nicht auszuschließen, daß diese Übersetzung und ein Kommentar zur „Geographie" handschriftlich existiert haben, sind doch beide im Verlagsprospekt Regiomontans aufgeführt.

98 Nihil Bohemus schreibt 1455 „Die Karte mit der Kosmographie schickt zurück, wenn Ihr das Gewünschte daraus entnommen habt" (Mappam cum cosmographiam dum optata ex eadem absolvistis, remittite). Czerny, Briefwechsel (Anm. 18) 298.-Czerny konnte diese Kosmographie nicht ausmachen, vermutet aber, daß es sich um die des Ptolemäus oder um die zwei Bücher Kosmographie des Aeneas Silvius handeln könnte. Sein Hinweis auf eine Kosmographie des Johannes von Gmunden im Codex 5258 der ÖNB ist falsch. Von fol. 161^{r} bis 175^{r} befindet sich in diesem Codex, der im Besitz des Johannes Schöner war und zum Großteil auch von diesem geschrieben wurde, eine teilweise Abschrift der Kosmographie des Ptolemäus, wobei die Handschrift auffallend an jene des Regiomontanus erinnert.

99 „Quadratum geometricum". Herausgegeben von Johannes Stabius, Nürnberg 1516. Das Buch ist Stephan Rosinus gewidmet.

Albrecht Dürer, Konrad Celtis überreicht Kaiser Maximilian I. sein Werk. Holzschnitt. Graphische Sammlung Albertina, Wien.

Wolfgang Kaunzner

Über Georg von Peuerbach und die Mathematik des 15. Jahrhunderts

Dem Andenken von Professor Dr. Günther Hamann aus Wien gewidmet

Einleitung

Im 15. Jahrhundert wurde in Westeuropa ein beachtlicher Teil der aus der griechischen Antike, sowie aus der mittelalterlichen römischen, muslimischen, jüdischen, und aus der Klosterliteratur überlieferten mathematischen Kenntnisse übernommen, aufbereitet und in die Form gebracht, die schließlich den Siegeszug der modernen Mathematik dank ihrer einmaligen logischen Hilfsmittel ermöglichte: die indisch-arabischen Ziffern und eine symbolische Schreibweise, wie sie kein anderes System besitzt. In der vorangegangenen Zeit war im hiesigen Bereich - so sagen es die Quellen aus - der allgemeine Wissens- und Bildungsstand nicht hoch gewesen, denn lesen, schreiben und ein bißchen rechnen können war nur den Klerikern und einem kleinen Kreis aus der staatlichen Verwaltung vorbehalten geblieben. Der Übergang vom Tausch- zum Geldhandel, Papiererzeugung, Buchdruck, sodann kirchliche bzw. klösterliche, städtische und private Schulgründungen in großem Maße konnten nun dafür Sorge tragen, daß der Umgang mit Zahl und mit geschriebenem Wort in viel breitere Schichten drang, als dies bis dahin je der Fall gewesen war.
Der mathematische Fortschritt im frühen bis mittleren 15. Jahrhundert im deutschsprachigen Bereich war vornehmlich auf die sogenannte erste Wiener mathematische Schule hin konzentriert. Aus jahrhundertelanger Überlieferung heraus wurde seinerzeit bei uns auch so manches derzeit reichlich fachfremde Gebiet mit zur Mathematik gezählt, so daß sie neben Arithmetik, Kalenderrechnen mit den jährlichen Prognostiken, Geometrie, Perspektive, Astronomie, Astrologie, Punktierkunst, Geomantie d.h. Wahrsagen aus Erdbeben und Erdgeräuschen, Geographie, Geodäsie, Kartographie, Kosmographie d.h. Weltbeschreibung, Chorographie d.h. Beschreibung einer Landschaft, Topographie d.h. Ortsbeschreibung, Optik, Mechanik, Instrumentenbau usw. schließlich auch Trigonometrie und erstmals Algebra mit umfaßte; man konnte damals hier folglich noch gar nicht von einem eigentlichen Fach Mathematik im jetzigen Sinn sprechen. Die ominöse Bemerkung „Mathematicus non est collega" sorgte freilich später wohl zusätzlich für einen gebührlichen Abstand zu den anderen Disziplinen, selbst in den Sieben Freien Künsten. Den Berufsmathe-

matiker von heute gab es also im Spätmittelalter noch nicht, der trat bei uns erst um das Jahr 1480 auf.

Aus den neuen, aber aktuellen wirtschaftlichen und handelspolitischen Gegebenheiten und Notwendigkeiten heraus drang der Algorismus, d.h. die Kenntnis und der Umgang mit den Grundrechenarten in den noch ungewohnten indisch-arabischen Zahlzeichen, seither immer stärker ins praktische kaufmännische und gewerbliche Leben ein und erforderte einen eigenen Berufsstand, nämlich den Rechenmeister. In seiner Rechenschule wurde in der Muttersprache unterrichtet; somit wurde er einer der eifrigsten Förderer der deutschen Schriftsprache, die sich in jener Zeit vornehmlich aus der böhmisch-sächsischen Kanzleisprache und aus den einzelnen Dialekten herauszubilden begann. Der dauerhafte und heute selbstverständliche Umgang mit den über die Muslime zu uns gelangten indischen Ziffern ist zudem hauptsächlich dem Wirken der Rechenmeister zu verdanken. Der Buchdruck freilich wurde die stärkste Stütze dieser Entwicklung.

Angeregt durch die humanistische Strömung vor allem im österreichischen sowie im süd- und mitteldeutschen Raum, wurde der Blick nun auch verstärkt auf die Zeugnisse gelenkt, die zum Teil schon seit Jahrhunderten in Form von vielen Handschriften in hiesigen Bibliotheken, vorwiegend bei den Benediktinern, ihrer Entdeckung bzw. ihrer Bearbeitung harrten, nämlich auf die bis dahin meist lateinisch überlieferten mathematischen Werke der Griechen, der Inder, der Juden und der Muslime; diese wertvollen Schätze wurden nun auf ihre Brauchbarkeit und ihre theoretische Verwertbarkeit, vereinzelt bereits auch auf ihre Nützlichkeit hin untersucht. Der wissenschaftlich gebildete Mathematiker, der dann gewöhnlich an einer Hohen Schule oder bei Hof tätig war, blieb beim Latein.

Nachdem Martianus Capella (um 365 - 440) das Siebenersystem in „De nuptiis Mercurii et Philologiae" für das ganze Mittelalter verbindlich gemacht hatte, nachdem sich ferner für das Quadrivium ein erster Beleg bei Boetius (um 480 - 525) findet und die Artes liberales seit dem 7./8. Jahrhundert die Grundlage der abendländischen mittelalterlichen Bildungsordnung geworden waren, wurden Trivium und Quadrivium wohl durch die ganze Scholastik hindurch an die 300 Jahre lang in den hiesigen Bildungsstätten mehr oder minder unverändert aus dieser römischen Tradition heraus überliefert; ja, in der Arithmetik setzte man in den schriftlichen Disziplinen gar oft wieder die römischen an die Stelle der immer noch sehr ungelenk aussehenden und somit nur mühsam vordringenden indisch-arabischen Zahlzeichen.

Der Durchbruch zur modernen Mathematik erfolgte ab dem 15. Jahrhundert, als man daranging, die Kenntnisse der alten Völker bei gleichbleibendem Inhalt in eine verbesserte Form zu gießen - man entschloß sich, Symbole anzuwenden -, und im nämlichen Zuge erlangten auch unsere heutigen Ziffern schließlich ihr endgültiges Aussehen. Der ersten Wiener mathematischen Schule kommt bei der Transmission des überlieferten antiken und mittelalterlichen mathematischen Wissens und bei seiner Aufbereitung im Abendland eine besondere Bedeutung zu.

Ein tatkräftiger und erfolgreicher Mitstreiter für diese neue Mathematik des ausgehenden Mittelalters und dadurch für die Zeit bis heute wurde am 30. Mai 1423 in Peuerbach in Oberösterreich als Georg Aunpekh geboren. [Goldmann 1923,75f.;

Grossmann 1929, 235; Bernleithner 1965,68] - „Er hat die geistige Aufforderung, welche an seine Zeit ergangen, verstanden und ist ihr gefolgt." [Schubert 1828,12] - Seine wissenschaftliche Tätigkeit bedeutet für uns den Übergang zur neuen Zeit. [von Braunmühl 1900,115] - Ein gewaltiger Nachteil überschattete freilich sein schriftstellerisches Werk, weil er gerade in der Epoche lebte, als der Buchdruck erfunden wurde. Folglich gelangte keine seiner naturwissenschaftlichen oder mathematischen Arbeiten zu seinen Lebzeiten in die Presse, auch nicht die am vorletzten oder letzten Augusttag 1454 in Wien vollendeten, [Grossmann 1929, 240; Zinner 1968, 34] 1460 in Venedig aus drucktechnischen Gründen nicht herausgebrachten,[Samhaber, mündlich], von Johannes Regiomontanus (1436 - 1476) um 1473 und dann bis 1653 insgesamt 56 mal gedruckten „Theoricae planetarum", [Samhaber 2000, 247f.] die die „Sphaera materialis" des Johannes von Sacrobosco (Ende 12. Jh. - um 1256) als Lehrbuch an den Universitäten verdrängten. Somit bleibt die Frage offen, wieviel von dem, was teils in mathematischen Manuskripten überliefert wurde und schließlich teils erst einige Jahrzehnte nach seinem Tod auch im Druck erschien, wirklich der Feder des Georg von Peuerbach entstammt, bzw. wieviel hiervon durch fremde Zusätze jetzt einen veränderten Umfang oder ein anderes Erscheinungsbild trägt als ursprünglich.

Wenn man in einer mathematikhistorischen Abhandlung auf Georg von Peuerbach stößt, dann ist man gewöhnlich überrascht von der Menge der von ihm - dem bedeutenden Humanisten - stammenden bzw. auf ihn zurückgehenden Schriften auch zu Astronomie, Instrumentenkunde, Trigonometrie und Arithmetik, aber es ist in mancher Hinsicht trotzdem nur ein blasses Bild, das hierdurch von seiner Persönlichkeit entworfen wird. Wie bei kaum einem anderen, so zeigte sich jetzt gerade bei Georg von Peuerbach, daß sich aus der großen Anzahl von verschiedenartigen und verstreuten Hinweisen doch mehr als bloß eine undeutliche Skizze von diesem Wegbereiter des Übergangs vom Mittelalter zur Neuzeit entwerfen läßt, dessen Erscheinung wirklich darunter zu leiden hat, daß er zum einen nicht mehr in der ausgesprochenen Handschriften-, zum anderen jedoch noch nicht in der Buchdruckzeit lebte und wirkte.

Herangezogene Handschriften werden durch *kursiv unterstrichen* markiert. In eckigen Klammern [...] oder [= ...] stehen Literaturangaben bzw. Ergänzungen oder Erläuterungen; Lebensdaten werden in runde Klammern (...) gesetzt; in geschweiften Klammern {...} wird *kursiv* auf einschlägige Bestände in Bibliotheken verwiesen. Blatt- bzw. Seitenwechsel in Handschriften bzw. Drucken sind durch das Zeichen \ angedeutet. Die in den Originalen aufgeführte Schreibweise wird nach Möglichkeit beibehalten, Kürzungen werden jedoch aufgelöst.

Trotz reichlicher Bemühungen konnte kein Exemplar der vermutlich ersten Druckausgabe von 1492 seiner arithmetischen Rechenanleitung mit dem mutmaßlichen Titel und Incipit „Opus Algorismi jocundissimum Magistri Georgij Peurbachij Wiennensis [...]" [= Angenehmstes Rechenwerk des Wiener Magisters Georg Peuerbach [...]] aufgefunden werden, worüber Georg Pray anscheinend erstmals von eigenem Ansehen her [Pray 1781,243] und dann spätere Autoren berichten. [Denis 1789, 334; Kobolt 1824, 229; Hain 1838, 1796; Graesse 1922, 5106; Deutsches Bi-

ographisches Archiv 947, 323; Lexikon des Mittelalters 6,Sp. 990; Grössing 1983, 35] Es ist folglich nicht möglich, eine vollständige Übersicht über Umfang und Verbreitung dieses Werkes zu geben, das schließlich 1534 in Wittenberg - wohl unter der Ägide von Philipp Melanchthon (1497 - 1560) - offenbar eine zweite Renaissance erlebte.

Einige Angaben zu Leben und Wirken des Georg von Peuerbach

Über die schulische Grundausbildung des Georg von Peuerbach ist nichts bekannt, auch nicht darüber, wann er erstmals mit mathematischen Fragen in Berührung kam. Vermutlich konnte er sich schon zu Beginn der 40er Jahre des 15. Jahrhunderts im Stift Klosterneuburg bei dem versierten Mathematiker-Propst Georg I. Muestinger (gest. 1442) fachlich bilden, [Grössing 1983, 1] er traf dort vielleicht auch mit Johann von Gmunden (ca.1380/1385 - 1442), dem „Freund und Berater des Propstes" [Grössing 1983,1] zusammen. Im Sommersemester 1446 wurde er - ob auf Empfehlung des Peuerbacher Pfarrers Dr. Heinrich Barucher? [Grössing 1983, lf. mit Fußn.5] - an der Universität Wien eingeschrieben, wo vermutlich ein Eberhard bzw. ein Johann Wielant von Stuttgart einer seiner frühen Lehrer war; [Aschbach 1865, 482 Fußn.2; Bernleithner 1965, 68; Lhotsky 1965, 160; Grössing 1983,1 mit Fußn.3] am 2. Jänner 1448 erhielt er das artistische Baccalaureat, 1452 das Lizenziat, am 28. Feber 1453 wurde er Magister artium.[Grossmann 1929, 235; Bernleithner 1965, 68; Grössing 1983, 2 mit Fußn.7] Eine höhere Fakultät hat er nicht besucht. [Grossmann 1929,235]
Nach seinem Italienaufenthalt, etwa 1448/1449 bis 1451, wobei er sich zwischen 1453 und 1456 aus Not und Schulden zu einer gesicherten Lebensstellung emporrang [Grossmann 1929, 237] - soweit bekannt war er nicht Geistlicher, ein bedeutsames Zeichen der neuen Zeit! [Aschbach 1865, 481; Grossmann 1929, 237] Johannes Trithemius führt ihn jedoch im „Liber de Scriptoribus Ecclesiasticis [...]" unter den geistlichen Schriftstellern auf [Trithemius 1494, f.121^{r}; Trittenhem 1512, f.182^{r}] -, hielt er alle zwei Jahre von Herbst 1454 bis 1460 Vorlesungen über lateinische Klassiker an der Artistenfakultät in Wien, [Aschbach 1865, 481; Bernleithner 1965, 68; Burger 1969, 147] nicht jedoch über quadruviale Gebiete. [Kink 1854, 182; Aschbach 1865, 481; Grossmann 1929, 237; Lhotsky 1965, 161; Grössing 1983, 4] Mit öffentlichen mathematischen Vorlesungen gab er sich offensichtlich weit weniger ab als etwa Johann von Gmunden, [Günther 1887,235] oder gar nicht: „Peuerbach beschränkte sich auf seine Lieblingsfächer Humanismus und Astronomie. Keine einzige scholastische Vorlesung hat er gehalten, nicht einmal in Mathematik." [Grossmann 1929, 250] Dies ergänzte bzw. glich er jedoch angeblich reichlich durch private - sein Forum war die „Bürgerschule" [Lhotsky 1965, 161] - und vor allem durch literarische Tätigkeit aus. [Günther 1887, 236] Über die Art, wie er Mathematik unterrichtete, erfährt man allerdings nichts. Als mögliche Schüler

werden aufgeführt: Reimbert Mühlwanger, Karthäuser aus Gaming; [Grossmann 1929, 239] später Paul Leubmann aus Melk, Heinrich Seldner, Eberhard Schleisinger, Johannes aus Pforzheim, Johannes Engel aus Aichach, Johannes Dorn, Christannus Molitoris aus Klagenfurt, Johannes und Christof Fabri aus Weißenburg, Johannes Müntz aus Blaubeuren.[Tannstetter 1514, f.aa5^{r},aa6^{r}; Kästner 1797, 530f.; Grossmann 1929, 254; Bernleithner 1965, 69f.] Zwei Schüler von ihm sind urkundlich belegt: Johannes Reibel aus Kupferberg „diligentissimus observator astrorum"[Bernleithner 1965, 69] und Johannes Müller [= Johannes Regiomontanus] aus Königsberg, beide aus Franken. [Aschbach 1865, 482 Fußn.2; Günther 1887, 236]

Auch bei Georg von Peuerbach blieben zunächst Humanismus - in Form der trivialen Fächer Grammatik, Rhetorik und Dialektik - und Naturwissenschaften - d.h. das Quadrivium Arithmetik, Geometrie, Astronomie und Musik - getrennte Bereiche. [Grössing 1983, 6,7] Trotzdem vollzog sich gerade bei ihm insofern ein Wandel gegenüber früher und sonst, als er nämlich in seinen späteren Jahren die Rhetorik in die Naturwissenschaft einzubeziehen suchte, ausgehend weiterhin von einem humanistischen Wissenschaftsbegriff, allerdings „ohne sich darüber methodisch im Klaren zu sein". [Grössing 1983, 7] Wie nüchtern nimmt sich demgegenüber eine Bemerkung Johannes Regiomontans in *Cod.Vind.pal. 5291*, f 1^{v}, aus, daß die Mathematik sich wohl nicht zur Eloquenz eigne. [Grossmann 1929, 244] „Bei Peuerbach wird es ja wohl so gewesen sein, daß er zunächst die scholastische Astronomie in sich aufnahm, daß dann der Humanismus ihn ergriff, die Begeisterung für alles Wahre, Gute und Schöne, und diese wieder zurückwirkte auf seine astronomische Forschung. ... Die scholastische Mathematik und Astronomie wurde zum Humanismus geführt und umgekehrt der Humanismus zur Mathematik."[Grossmann 1929, 244] Dies zeigt sich deutlich, wenn man seine - in Manuskripten bzw. als Inkunabeln und Frühdrucke, freilich durch fremde Hände zu uns gelangte - arithmetische Schrift „Algorismus" bzw. „Opus Algorismi jocundissimum [...]" betrachtet, in der er in Eloquenz den Umgang und die Rechenoperationen mit den neuen indisch-arabischen Ziffern lehrte, ohne diese jedoch im einzelnen selbst mit aufzuführen. „Da ist es vielleicht interessant, daß wir in ihm zum ersten Mal jene Vermählung von Mathematik und Humanismus finden, die weiterhin geradezu charakteristisch wird und bis heute den Grundgedanken des humanistischen Gymnasiums abgibt." [Grossmann 1929, 244; Lhotsky 1965, 162] Nicht nur bei Georg von Peuerbach bewahrheitet sich, daß es vor allem Mathematiker waren, die der klassischen Philologie im deutschsprachigen Bereich den Weg bereiteten. [Gerhardt 1877,137; Bursian 1883,167; Grundel 1928, 29; Vogel 1973, 15f.J

Der angedeutete Konnex zwischen Trivium und Quadrivium verstärkte sich nur wenig später allgemein in der modernen damaligen Mathematik im süd- und mitteldeutschen Sprachraum, der ja Österreich mit einschließt: Im zweiten Drittel und dann verstärkt gegen Ende des 15. Jahrhunderts fand die Logik im Gewande von sich zwar fernerhin noch verändernden, und zwar aus der Sprache geschöpften Abkürzungen bzw. Symbolen, aber erstmals auch in Form von hieraus geschaffenen bereits beständigen Operationszeichen, zunächst Eingang in die Algebra und bald

darauf auch in die Arithmetik. In der Geschichte der Mathematik bezeichnet man diese, sich über Jahrhunderte hinziehende Entwicklung als den Übergang von der rhetorischen, über die synkopierte, zur symbolischen Darstellungsweise. Seit damals - nachweislich seit dem Jahre 1456 durch Johannes Regiomontanus - wurden bei uns algebraische Texte symbolisiert, [Smith 1970, 454-456; Rose 1975, 93; Folkerts 1985; Mett 1996, 172f.J und kurz nach 1480 wurden unsere heutigen Plus- und Minuszeichen sowie sinnvolle Kürzel für die algebraische Unbekannte und ihre Potenzen und für Wurzeln in Leipzig durch Johannes Widmann aus Eger (um 1462 - nach 1504) Allgemeingut der dortigen fortschrittlichen Mathematiker.
Der Weg dahin war jedoch noch nicht geebnet. Das heißt, die großenteils seit dem zwölften Jahrhundert in hiesigen Bildungsstätten vorhandenen mathematischen Texte mit zum Teil antiken Inhalten mußten erst einmal durchgesehen, verstanden, bereinigt und in die Form gebracht werden, die den wachsenden Ansprüchen des heraufziehenden Zeitalters der Erfindungen und Entdeckungen genügte. Ob bewußt oder unbewußt, dies wurde eine der Hauptaufgaben der ersten Wiener mathematischen Schule, vertreten durch ihre bedeutendsten Gelehrten Johann von Gmunden, Georg von Peuerbach und Johannes Regiomontanus.

Georg von Peuerbach als Mathematiker

Georg von Peuerbach stand in Kontakt mit bedeutenden Zeitgenossen wie etwa mit dem Astronomen und Mathematiker Giovanni Bianchini (gest. 1466), dem Humanisten Kardinal Johannes Bessarion (um 1403 - 1472) und dem Philosophen Kardinal Nikolaus von Cusa (um 1401 - 1464), [Grössing 1983, 16] der wohl 1457 am Schluß des Dialogs von „De circuli quadratura" schreibt: „Man sende \ dieses unserm gelehrten, lieben und treuen Meister Georg von Peuerbach, Astronomen." [Grossmann 1929, 235f.; siehe auch Doppelmayr 1730, 4; Cantor 1900, 195; DSB 3, 5156; DSB 15, 474a] Folgt man Regiomontanus, so nahm Georg von Peuerbach des Nikolaus von Cusa Schrift auf die Autorität des Verfassers hin zunächst an, dann aber hat er sie geprüft und verworfen.[Grossmann 1929, 243; DSB 15, 474a] Er stand vermutlich auch mit Paolo Toscanelli (1397 - 1482), Astronom, Geograph und Arzt, in Verbindung. [Durand 1952,71; Grössing 1983, 2 mit Fußn.11; Mett 1996, 108; Samhaber 2000, 140]
Im übrigen dürfte sich Georg von Peuerbach - dies zeigt die große Anzahl seiner auf uns überkommenen, vom Inhalt her breit gestreuten Schriften, die auch einen Teil der damals modernen Mathematik, nämlich Trigonometrie und den Algorismus zur Verbreitung der indisch-arabischen Zahlzeichen mit umfassen, anscheinend jedoch nicht Algebra - doch großenteils auf seine eigene Vorstellungs- und Schöpferkraft verlassen haben: [Lhotsky 1965, 160] „Seine Größe und darauf dann wohl auch sein Ruhm schon zu Lebzeiten ruht in der Kritik und Beobachtung und, in notwendigem Zusammenhang damit, in der Verbesserung der Trigonometrie und der

Beobachtungsinstrumente. Dann aber auch, und das ist eine andere Seite, die dem großen Gelehrten eignet, er stellte eine neue Theorie zur Erklärung der beobachteten und bekannten Tatsachen auf." [Grossmann 1929, 243]

Er bereinigte, ordnete, systematisierte und verbesserte vorhandene arithmetische und trigonometrische Schriften und brachte sie vermutlich um 1457 - dies waren wohl seine „materiell glücklichsten Jahre" mit Besoldung an der Wiener Universität, wenn auch vielleicht schon vom Beginn seiner Krankheit überschattet [Grössing 1983, 24] - in eine Form, die späteren Generationen von Fachmathematikern als Grundlage für ihre eigene Ausbildung sowie als Lehrinhalt für ihre Tätigkeit als Magister an einer Hohen Schule bzw. als Rechenmeister in einer Rechenschule dienen konnte. Dies alles wurde bislang noch nicht genügend gewürdigt und auch nicht deutlich genug herausgestellt.

Nachdem die Quellen über sein Leben nur spärlich fließen, ist man sowohl bezüglich des originalen Inhalts und Umfangs seiner mathematischen Werke nicht genau im Bilde, weil die entsprechenden Hinweise gerade in der einschlägigen Literatur bloß ziemlich allgemein gehalten sind, als auch betreffs ihrer Entstehungszeit. Zudem bleibt die Frage offen, ob er nur lateinisch schrieb, was allerdings anzunehmen ist, oder ob er auch deutsche Aufzeichnungen hinterließ.

Die Meinungen über die Bedeutung des Georg von Peuerbach, „der, ohne Schüler des Johann von Gemunden gewesen zu sein, als sein Nachfolger bezeichnet werden darf", [Cantor 1900, 180] gehen folglich bezüglich des Sinngehalts von einigen seiner Werke auseinander, denn methodisch und inhaltlich übertrifft z.B. das von ihm verfaßte „Opus Algorismi jocundissimum" kaum den „Algorismus vulgaris" des Johannes von Sacrobosco, das bis dahin gängige Standardwerk der aus muslimischer Quelle stammenden indisch-arabischen Zahlenlehre. [Cantor 1900, 181] Eine Tatsache ist jedoch unbestritten, daß er nämlich zumindest als einer der ersten im hiesigen Sprachraum dieses Lehrfach in ein neues Gewand kleidete. In den hierauf folgenden Jahrzehnten wurde sein Opus nicht nur handschriftlich vervielfältigt und schließlich wohl ab 1492 in verschiedenen Versionen gedruckt, sondern es stieg schließlich seinerzeit auch zum wichtigsten arithmetischen Lehrbuch an deutschen Universitäten auf. [Cantor 1900,180]

Inwieweit Georg von Peuerbach auf einen direkten Umgang mit Johann von Gmunden zurückgreifen konnte, entzieht sich unserer Kenntnis; dessen Schriften konnte er jedoch benützen, so etwa den „Algorithmus Magistri Joannis de Gmunden de minucijs phisicis", später unter diesem Titel gedruckt in einem Sammelband „Contenta in hoc libello" des Georg Tannstetter Collimitius (1482 - 1535), Wien 19. Mai 1515, {*BSB München: 4 Inc.s.a. 918*/Beibd.3}, f.[i viij^{v}] - [l vj^{r}]; in dieser bedeutenden Sammelschrift [Gerhardt 1867,43f.] ist auch von f.i i^{v}- [i viij^{r}] das „Opusculum Magistri Georgij Peurbachij doctissimi", und zwar unter der Kopfleiste „Algorithmus Peurbachij" abgedruckt. Gelegentlich wird vermutet, daß auch Georg von Peuerbach einen „Algorismus de minutiis" schrieb, [Cantor 1900, 181; Grossmann 1929, 243] denn die von Philipp Melanchthon und Johannes Vögelin (Mitte 16.Jh.) besorgte Auflage der „Elementa Arithmetices. Algorithmvs de nvmeris integris, fractis, Regulis communibus, et de Proporcionibus. Autore Georgio

Peurbachio. Omnia recens in lucem edita fide et diligentia singulari", WITTENBERG 1536, {*BSB München: Math.p. 421; Staat/. Bibi. Regensburg: Philos 1012* und *Philos 1079*}, „enthält einen dem PEURBACH zugeschriebenen algorithmus de minuciis und einen algorithmus de proportionibus, von welchen der erstere echt zu sein scheint". [CANTOR 1900, 181] Der Grund hierfür ist darin zu sehen, daß über den ersten vier von fünf Abhandlungen dieses Buches die Kopfleiste „Algorithmvs Pevrbachii" steht. Die genannte Anleitung Georg von PEUERBACHS zum Bruchrechnen soll auch in einer von Moritz CANTOR nicht näher bezeichneten Münchener Handschrift des 15. Jahrhunderts vorkommen - es handelt sich hierbei jedoch nicht um *Clm 19857*, BSB München.[WALLNER 1947, 13] Der betreffende Hinweis im Münchener Handschriftenkatalog für *Clm 19857*, f.372ff.,[GROSSMANN 1929,243; WALLNER 1947, 13] ist nicht richtig.

Die Autorschaft Georg von PEUERBACHS an einem „Algorismus de minutiis" wird in den „Elementa Arithmetices. Algorithmvs de numeris integris auctore Georgio Peurbachio. De nvmeris fractis, Regulis communibus, et Proporcionibus", Wittenberg 1534, {*BSB München: Math.p. 420*}, durch den Inhalt eines Hinweises „Lectori" an den Leser widerlegt. In diesem vierteiligen Werk trägt anschließend an die Vorrede Philipp MELANCHTHONS nur die erste Abhandlung, nämlich f.Aiij^{v}-Bv^{v} [Av^{r} falsch!] das „Opvscvlvm Magistri Georgii Pevrbachii doctissimi" mit dem Incipit „Nvmeri propositi representationem cognoscere ..." die Kopfleiste „Algorithmvs Pevrbachii". Der Inhalt dieses ersten Teiles stimmt im wesentlichen überein mit dem ersten in der Ausgabe Wittenberg 1536, Abschnitt „Opvscvlvm Magistri Georgii Pevrbachij uiri doctißimi", f.Aiij^{v}-Bv^{v}; dort werden ja, wie soeben erwähnt - irrtümlich - die insgesamt vier ersten Abschnitte bis einschließlich f.Gij^{v} als „Algorithmvs Pevrbachii" bezeichnet. Anschließend an den eben angesprochenen PEUERBACHSCHEN Text in der Ausgabe Wittenberg 1534, f.Bv^{v}, steht zu lesen:

Lectori.
HActenus Peurbachius, qui aut non absol=
uit ceptum compendium, aut pueris tan=
turn conscripsit quos in hac prima nume =
rorum tractatione tantum exercere uoluit, bona
enim fide quae in exemplari Vienensi aedita sunt
transcripsimus. Adiecimus autem id quod erat
reliquum, prodest enim in scholis integram huius
partis Methodum tradere, ut adolescentes in his
numerorum principijs bene exercitati, ea
facilius assequantur quae et in altera
Arithmetices parte et in reliquis o =
mnib. Mathematicis disciplinis
traduntur. Spero autem ex
hac epitome summam hu=
ius partis facile cogno=
sci atque intelligi pos=
sse, si usus accesse

rit, qui omnium
Magistro=
rum
praecepta
longe superat.

Daraus folgt, daß Georg von Peuerbach ein begonnenes arithmetisches Kompendium, einen Algorismus - die Grundrechenarten in ganzen Zahlen -, entweder nicht vollendete, oder für die Studierenden seinerzeit nur so viel zusammenstellte, wie er in diesem hier erwähnten ersten Traktat der Zahlenlehre für notwendig befand. Auch in der Auflage „Arithmetices Elementa. Algorithmvs de numeris integris autore Georgio Peurbachio. [...]", Frankfurt 1544, {*BSB München: L.impr.c.n.mss. 1069/Beibd.2*}, steht auf f.B4^{v} im Anschluß an die erste Abhandlung die nämliche Anweisung „Lectori". Somit erhebt sich die Frage, wo sich jetzt dieses offensichtlich handschriftliche Exemplar befindet, das seinerzeit - um 1534 - demnach in Wien lag, entweder ein Autograph Georg von Peuerbachs, oder eine Abschrift, die nur bis zu der angegebenen Stelle auf seine Vorlage zurückgriff. Es könnte sich um die Handschrift *Series nova 328* der ÖNB Wien handeln, f.1^{r}-16^{r} wie sich vielleicht durch Vergleich ergibt. Daß er also auch einen „Algorismus de minutiis" verfaßte, wird nicht angedeutet.

Ungeklärt jedoch ist die bereits angesprochene Frage - und sie kommt nicht von ungefähr -, ob sich Georg von Peuerbach auch mit Algebra beschäftigte, denn nirgends deutet eine Spur darauf hin. Sein Schüler Johannes Regiomontanus erzielte demgegenüber in diesem Fach Leistungen, die bis dahin bei uns unerreicht waren. Man denke an die entsprechenden Handschriften: *Plimpton 188* der Columbia University New York vom Jahre 1456; [Folkerts 1985] das in der Akademie der Wissenschaften in St. Petersburg liegende Manuskript der „Dreieckslehre", verfaßt wohl kurz nach 1460 [Folkerts 1996, 20] - früher MS Moskau *3 AKA. 3, Nr. 541*, der Bibliothek der Akademie der Wissenschaften der UdSSR -, gedruckt als: „Doctissimi viri et mathematicarum disciplinarum eximij professoris Ioannis de Regio Monte De Triangvlis omnimodis Libri qvinqve [...]", Nürnberg 1533; [Hughes 1967] *Cent 5 app 56*^{c}, der „Briefwechsel" des Johannes Regiomontanus in der Stadtbibliothek Nürnberg. [Curtze 1902; Kaunzner 1990]

Auch für Georg von Peuerbach hätte die Möglichkeit bestanden, die algebraische Gleichungslehre kennenzulernen und sich hiermit zu befassen, zum einen während seines Italienaufenthalts, zum anderen durch die Benützung von entsprechenden Manuskripten, die im Kernland Österreich damals schon vorhanden waren: die Handschriften *Cod.Vind.pal. 4770* der ÖNB Wien und *MS 612* in Stift Admont in der Steiermark; letztere wurde bereits im Jahre 1380 im Admonter zweiten Bücherkatalog des Peter von Arbon aufgeführt, sie weist eine ausgeklügelte algebraische Symbolik auf; 1937 wurde dieser Pergamentband verkauft und befindet sich jetzt als *MS Lyell 52* in der Bodleian Library Oxford. [Kaunzner 1986, 47]

Georg Tannstetter zählt in den „Tabulae Eclypsium Magistri Georgij Peurbachij. Tabula Primi mobilis Joannis de Monte regio", Wien 1514, im Abschnitt „Uiri Mathematici quos inclytum Uiennense gymnasium ordine celebres habuit", [Tannstetter 1514], f.aa3^{v}f., unter den insgesamt 21 Werken bzw. Arbeitsgebieten des Georg von

Peuerbach auch die folgenden auf:
Introductorium in Arithmeticam.
Canones Gnomonis cum noua tabula pulcherrima. Compositio Compasti cum regula ad omnia climata. Compositio nouae uirgae uisoriae: cum lineis & tabula noua.
Noua tabula sinus de decem minutis in decem / per multas millenarias partes / cum usu: quae plurimarum rerum nouarum in astronomia occasio fuit.
Plura de quadrantibus.
Fecit speras solidas / & alia plura instrumenta.
Georg von Peuerbach war somit sowohl Theoretiker als auch Praktiker. Bei diesen groben, der Nachwelt überlieferten Hinweisen auf mathematische Arbeiten bzw. auf Instrumente, die von ihm stammen sollen, handelt es sich um vier Gebiete der damaligen Rechenkunst, in denen er sich offensichtlich schöpferisch betätigte:
1) Eine Einführung in die Arithmetik,
2) eine im Abstand von 10' zu 10' laufende neue Sinustafel,
3) Arbeitsanleitungen zum Gnomon oder geometrischen Quadrat mit zugehöriger Tabelle,
4) mathematische Instrumente.
Spätere Autoren beziehen sich häufig auf dieses, wenn auch nicht sehr präzise Werksverzeichnis Georg von Peuerbachs mit fraglichen Hinweisen auf Schriften über einen Kompaß, eine neue Visierrute und mehrere Quadranten; [Grossmann 1929, 242] denn, definitive Belege hierfür finden sich nicht. Trotzdem wurden Georg Tannstetters „Tabulae Eclypsium [...]" bereits vor über 200 Jahren aufgrund des umfassenden Inhalts wie folgt eingeschätzt: „Eines der ansehnlichsten Producte meines Zeitraumes. Tannstetters Nachricht von den wien. Mathematikern verdiente ganz abgedruckt zu werden..." [Denis 1782, 111]
In vielen wissenschaftlichen Abhandlungen der vergangenen Jahrhunderte wurde bereits auf Georg von Peuerbach verwiesen. Die Aussagen verschiedener Autoren hinsichtlich gleicher Inhalte laufen hierbei jedoch bei weitem nicht jedesmal konform. Im folgenden soll ein knapper Überblick bezüglich seiner Bedeutung für die heutige Mathematik gegeben werden.

Georg von Peuerbachs theoretische mathematischen Schriften

Das „Introductorium in Arithmeticam"

Georg Tannstetter führt in den „Viri Mathematici", f.aa3^{v}, als eigentliche Zahlenlehre des Georg von Peuerbach ein nicht deutlicher beschriebenes „Introductorium in Arithmeticam" auf. Das genannte Werk, es kann sich nur um ein Manuskript gehandelt haben, wurde offensichtlich sowohl handschriftlich weitergegeben, als auch - wohl ab dem Jahre 1492 [Pray 1781, 243] - unter verschiedenen Titeln bis weit ins

16. Jahrhundert hinein gedruckt; es fand späterhin starke Beachtung in der einschlägigen Literatur. In dieser theoretischen mathematischen Schrift erläutert Georg von Peuerbach aus bereits genannten Gründen - es ist ja die Zeit deutlich vor 1480 - zunächst neun seinerzeitige Grundrechenarten in den neuen, weil noch nicht allgemein bekannten und folglich noch nicht eingebürgerten indisch-arabischen Ziffern. Obwohl er diese Zahlzeichen hierbei anscheinend fast konsequent selbst nicht verwendete - seine durch fremden Hände auf uns überkommenen diesbezüglichen handschriftlichen und gedruckten Texte lassen dies vermuten -, war deren Bekanntwerden und Anwendung ein Charakteristikum der damaligen Epoche, in der sie hauptsächlich durch den Buchdruck verbreitet wurden.
Der Reihe nach werden erläutert, und zwar großenteils ohne die Ziffernschreibweise selbst heranzuziehen: Numeration d.h. Aufbau des Zahlensystems nach den Stellenwerten und Aussprechen der Zahlen, Addition, Subtraktion, Mediation d.h. Halbieren, Duplation d.h. Verdoppeln, Multiplikation, Division, Progression d.h. arithmetische, geometrische und harmonische Reihenlehre, Quadratwurzelziehen; im Anschluß an die Division steht gewöhnlich: „In hijs autem omnibus speciebus vna probat aliam." Manchmal folgen auch - vermutlich als Ergänzungen von späteren Bearbeitern - Kubikwurzelziehen, Regula aurea siue de tre d.h. Dreisatz, vier oder sechs oder sieben praktische Beispiele, genannt „Enigma". Im allgemeinen findet sich bei der Multiplikation eine quadratische Einmaleinstafel bis 9.9, die auch „Tabula Probe" heißt, in der schon genannten Ausgabe Frankfurt 1544 „Mensa Pythagorae". In der hier im weiteren Verlauf aufgeführten Handschrift *Cgm 821*, BSB München, befindet sich eine Quadrattafel bis 10.10. Trotz der uns anmutenden Einfachheit ist die Bedeutung dieser Schrift nicht zu unterschätzen, denn es handelt sich nachweislich um eine der ersten indisch-arabischen Rechenanleitungen mit ganzen Zahlen - vielleicht gar um das älteste von einem Deutschen verfaßte Rechenbuch [Gerhardt 1867, 44] -, die, wiewohl vollständig auf muslimischer Tradition aufbauend, im deutschen Sprachraum selbständig geschaffen wurde.
Die Quelle für Georg von Peuerbachs „Introductorium in Arithmeticam" ist die berühmte, im arabischen Original nicht mehr zugängliche Schrift des Muslim Muhammad ibn Mūsā al-Hwārizmī (vor 800 - nach 847), die im frühen zwölften Jahrhundert in Spanien vermutlich von Adelhard von Bath (wirkte um 1116 - 1142) ins Lateinische übersetzt wurde, dort mit „Dixit Algorizmi" begann und gelegentlich mit ihrem mutmaßlichen Titel „De numero Indorum per novem literas" wiedergegeben wird. [Vogel 1963, 42f.] In diesem Werk - heute kennt man zwei lateinische Handschriften, nämlich eine unvollständige *Ii.6.5.*, f.104^{r}-111^{v},University Library Cambridge,[Vogel 1963] und eine vollständige *HC 397/726*, f.17^{r}- 24^{v}, Hispanic Society of America, New York, [Folkerts 1997] - hatte der genannte muslimische Universalgelehrte um 830 in Bagdad die Grundrechenarten mit den damals schon gut 250 Jahre alten ungelenken, aber durch ihr herausragendes Stellenwertsystem bedeutsamen indischen Ziffern gelehrt. Aus „al-Hwārizmī" entstand in den folgenden lateinischen Bearbeitungen seiner Arithmetik, in denen man im Spätmittelalter und schließlich bis weit in die Neuzeit hinein den Umgang in den neuen Zahlzeichen zu vermitteln suchte, schließlich die Bezeichnung „Algorismus" oder „Algorithmus"

Das „Introductorium in Arithmeticam" bzw. Georg von Peuerbachs Rechenbuch in handschriftlicher Überlieferung

Die von Georg Tannstetter in den „Viri Mathematici", f.aa3^{v}, als „Introductorium in Arithmeticam" aufgeführte Arithmetik des Georg von Peuerbach - über den weiteren Verbleib des Autographs ist nichts bekannt -, hatte vermutlich folgenden Titel: „Opus Algorismi jocundissimum Magistri Georgij Peurbachij Wiennensis (praeceptoris singularis Magistri Joannis de monte regio) sacreque mathematicae inquisitoris subtilissimo summa cum vtilitate editum." - Dieses Werk ist überliefert in einigen Manuskripten, wohl von fremder Hand:

1) In der ÖNB Wien besitzt man unter der Signatur *Series nova 328* eine aus 48 Blatt bestehende Papierhandschrift, 2. Hälfte des 15. Jahrhunderts, Provenienz Italien und Süddeutschland. Sie enthält eine Reihe von arithmetischen Traktaten, u.a. auf f.1^{r}-8^{r} eine im „Katalog der abendländischen Handschriften der Österreichischen Nationalbibliothek", Band 1, Wien 1965, S. 116, irrtümlich als „Algebra" verzeichnete, gut leserliche Abhandlung mit dem Incipit „Numeri propositi repraesentationem cognoscere. Numerum mathematici triperciuntur / quendam enim vocant digitum. qui minor est denario. Alium uero articulum ..." (Abb.1), ohne die anschließenden vermutlich späteren Ergänzungen. Verfasser bzw. Schreiber sind nicht genannt.

2) In den „Tabvlae Codicvm Manv scriptorvm ... in Bibliotheca Palatina Vindobonensi asservatorvm", Vol. 6, Wien 1873, S. 212, wird bei der Nummer *10621*, ÖNB Wien, f.2^{r}-7^{r} Papierhandschrift, 15. Jahrhundert, Provenienz nicht genannt, das nämliche Incipit „NVmeri propositi repraesentacionem cognoscere ..." angegeben, wobei ab f.6^{r} die Regula aurea und „Enigma" auftreten; lesbar; Verfasser bzw. Schreiber werden nicht genannt.

3) In *Clm 19857*, BSB München, Papier, 14. und 15. Jahrhundert, aus Kloster Tegernsee, findet sich am Innendeckel vorne die Datierung 1484 und für die mit vielen Korrekturen versehene Abhandlung auf f.364^{r}-372^{r} mit dem nämlichen Incipit „NVmeri propositi representacionem cognoscere ..." der nachträgliche Titel: „Algorismus magistri Georgij de peurbach de integriß." Am Schluß: „Finis algorismi de integris Magistri Georgij peurbach etc Amen." Die Regula aurea und „Enigma" sind nicht dabei. Schreiber ist nicht aufgeführt.

4) In *MS 85/1*, Hofbibliothek Regensburg, Papier, wohl Ende 15. Jahrhundert, wie ein nicht aufgelistetes Ochsenkopf-Wasserzeichen mit Schlange vermuten läßt, Herkunft unbekannt, findet sich unter früherer Blattbezeichnung ai^{r}-[aviij^{r}], jetzt innerhalb eines Sammelbandes f.52^{r}-59^{r}, die nämliche, deutlich geschriebene Abhandlung mit dem Incipit „NVmeri propositi repraesentacionem cognoscere ..." unter dem Titel „Opus algorithmi iucundissimum Magistri Georgij peurbachij wienensis (preceptoris singularis magistri Joannis de monteregio) sacreque mathematicae inquisitores [!] subtilissimi summa cum vtilitate exemplis ac cubice radicis extractione alleuiatoque praecedendi modo nuper digestum". Anschließend folgen bis auf f.60^{r} noch die vermutlich späteren Ergänzungen, dann: „Et tantum de hoc apere algoristico." Schreiber ist nicht genannt.

5) *Codex 24*, Yale Medical Library, USA, S. 393-407, spätes 15. Jahrhundert; früher Kodex *Melk 794 (627)*. Incipit: „Et si ars numerandi sufficienter algorismo ...”; ohne die wohl späteren Zusätze; schwer lesbar (Abb.2). Verfasser bzw. Schreiber sind nicht genannt. Hiernach aufgeführt als „(G. Peurbach), Algorimus” in [Thorndike/Kibre 1963, Sp. 524].
6) In *Cgm 821*, BSB München, Papier, f.68^{r}-73^{r}, aufgezeichnet zwischen 1500 und 1520, aus Tegernsee, schwer lesbar, dient die Überschrift „Algorismus de Jntegris magistri Georgij de peurbach” mit dem Incipit „Nvmeri propositi repraesentacionem cognoscere ...” für die entsprechende Eintragung als „George Peurbach, Algorismus” in [Thorndike/Kibre 1963, Sp. 858]. Von f.73^{r}-75^{v} folgen Zahlbeispiele bzw. „Enigma” zu den Rechenoperationen, also nicht die sonstigen Zusätze.
Das zugehörige Autograph Georg von Peuerbachs, von dem man nicht weiß, ob noch vorhanden und wo es sich eventuell befinden könnte, ist unter den sechs aufgeführten Kodizes, die von Inhalt und Aufbau her ähnlich sind und vielleicht auch durch Abschreiben voneinander entstanden, vermutlich nicht enthalten; schon deshalb nicht, weil sonst in den Katalogen bestimmt hierauf verwiesen worden wäre. - Wieviele solcher Handschriften in der Zwischenzeit verlorengingen, ist nicht bekannt.

Das „Introductorium in Arithmeticam” bzw. Georg von Peuerbachs Rechenbuch in Druckausgaben

Die sechs aufgeführten Manuskripte und wohl noch andere, die erst in unserem Jahrhundert aus dem Blickfeld verschwanden, dürften als Vorlagen für die vielen, vom Namen her unterschiedlichen Druckausgaben herangezogen worden sein, unter denen das „Introductorium in Arithmeticam” Georg von Peuerbachs schließlich auf den Markt kam, in die Lehrpläne der Universitäten Eingang fand und sich zumindest in Wittenberg durch Philipp Melanchthon bis zur Mitte des 16. Jahrhunderts als arithmetisches Standardlehrbuch hielt.
Die verschiedenen Auflagen an verschiedenen Orten, verstreut über ein gutes halbes Jahrhundert, trugen unterschiedliche Titel, obwohl die theoretischen Anweisungen bezüglich der einzelnen Rechenoperationen im wesentlichen bis auf sprachliche Abweichungen - abgesehen von erläuternden Ergänzungen - übereinstimmen. Somit ist es kaum möglich, diese Drucke vom Inhalt her deutlich gegen einander abzugrenzen. Diese Unübersichtlichkeit fand auch bald ihren Niederschlag: „Das kleine arithmetische Lehrbuch Peurbachs ... beherrschte für längere Zeit den Büchermarkt. Es ist unter drei Titeln bekannt, die jedoch unserer Überzeugung nach sich insgesamt nur auf die nämliche Schrift beziehen. v. Khautz spricht von einem ‘Introductorium in arithmeticam’, zu Wittenberg gab man dieselbe 1536 als ‘Elementa arithmetices’ heraus, für gewöhnlich führt sie die Bezeichnung ‘Algorismus’. Der Inhalt, der sich in der von uns zu Rate gezogenen Ausgabe auf acht Quartblätter verteilt, zeichnet sich nun freilich durch eine für ein Lehrbuch überraschende Gedrängtheit und Bescheidenheit aus.” [Günther 1887, 237] - „Der Algorismus freilich, der bald Opus

Algorismi jocundissimum, ... bald Opus Algorithmi, bald Institutiones in arithmeticam, bald ohne nähere Inhaltsbezeichnung Opusculum Magistri Georgii Peurbachii heisst, erhebt sich kaum über den, welchen er verdrängte", [Cantor 1900, 181] nämlich den „Algorismus vulgaris" des Johannes von Sacrobosco.
Heinrich Schreyber aus Erfurt (vor 1496 - Winter 1525/1526), genannt Grammateus, ein Schüler des Georg Tannstetter, Magister an der Universität Wien, beruft sich in seinem berühmten, in Nürnberg 1518/1521 erschienenen ersten deutschen Algebrabuch „Ayn new kunstlich Buech welches gar gewiß vnd behend lernet nach der gemainen regel Detre / welschen practic / regeln falsi vnd etlichen regeln Cosse [...]" bei der Multiplikationsregel a.b = 10a - (10-b).a auf f.[Avij^{v}] mit folgenden Worten auf Georg von Peuerbach: „Vnd diese regel beschreybt vns Maister Georgius von burbach jn dem lateinischen algorithmo / gemacht fur die jungen studenten der hoen schuel zu Wien". Mit diesem lateinischen Algorithmus kann also nur das zu Georg von Peuerbachs Lebzeiten noch nicht gedruckte „Introductorium in Arithmeticam" gemeint sein.

Von mir wurden folgende Exemplare eingesehen:
„Algorismus", Wien ca. 1498, {*BSBMünchen: 4/nc.s.a. 1440*}.
„Algorismus", Wien ca. 1500, {*BSB München: 4 Inc.s.a. 1439*}.
„Opus Algorithmi iucundissimum ...", [Leipzig] 1503, {*BSB München: 4 Math.p. 400(3*}.
„Opus Algorithmi iucundissimum ...", [Leipzig] 1507, {*BSB München:4 Math.p. 400(5n*}.
„Algorithmus", Wien um 1510, {*BSBMünchen: 4 Inc.s.a. 1438*}.
„Opus Algorithmi ...", [Leipzig] 1510, {*BSBMünchen: Res/4Math.p. 264p*}
„Georgii Peurbachii Mathematici ...", Wien 1511, {*BSB München: 4 Math.p. 267*}.
„Georgij Peurbachij. Mathematici ...", Nürnberg 1513, {*BSB München:4 Math.p. 400(8*}.
„Opusculum Magistri Georgij ...", Wien 1515, {*BSB München: 4 Inc.s.a. 918/Beibd.3*}.
„Algorithmus georgii Peurbachii ...", Wien 1515, {*BSB München: Res/4 Exeg. 279*}.
„Algorithmus Georgii Peurbachii ...", Wien 1520, {*BSB München: Res/4 Math.p. 266*}.
„Elementa Arithmetices ...", Wittenberg 1534, {*BSB München: Math.p. 420*}.
„Elementa Arithmetices ...", Wittenberg 1536, {*BSBMünchen: Math.p. 421; Staatl.Bibl. Regensburg: Philos 1012* und *Philos 1079*} (Abb.3).
„Arithmetices Elementa ...", Frankfurt 1544, {*BSB München: L.impr.c.n.mss. 1069*}

Diese arithmetischen Schriften sind freilich nicht sehr anspruchsvoll, weil vom Aufbau und vom Inhalt her der nämliche einfache Stoff behandelt wird, und zwar die Grundrechenarten und bei einigen auch Zahlbeispiele; sie scheinen jedoch den damaligen Anforderungen auf den Universitäten genügt zu haben. Nach Durchsicht dieser aufgeführten Handschriften und Drucke lassen sich bestimmte Entwicklungslinien aufzeigen:
Einige hiervon tragen Überschriften bei den einzelnen behandelten Abschnitten, also Numeratio, Additio usw. - andere nicht; einige führen nicht einmal die indisch-

arabischen Ziffern auf, obwohl der Umgang mit ihnen gelehrt wird, dann wurde dies von Lesern später bisweilen handschriftlich am Rande ergänzt - andere wiederum haben im Text bereits erläuternde Zahlbeispiele dabei. Es werden auch noch weitere Erscheinungsjahre für dieses Rechenbuch des Georg von Peuerbach angegeben: Eine nicht deutlicher beschriebene Ausgabe von 1505; [Kuckuck 1874, 215f.] nicht näher bezeichnete Auflagen von 1522 und 1533; [Tropfke 1902, 236 mit Fußn.970; Tropfke 1903, 316 mit Fußn.1285] Venedig 1539; [Smith 1970, 53f.] der British Museum General Catalogue of printed Books benennt auch eine Ausgabe von 1539. Erst über 300 Jahre nach Georg von Peuerbachs Tod erfährt man von einer Editio princeps von 1492, und zwar durch Georgivs Pray: Index Rariorvm Librorvm Bibliothecae Vniversitatis Regiae Bvdensis, Pars 2, K.-Z., Bvdae 1781, S. 243: „Purbachii (Georgii) Wiennensis opus algorismi jocundissimum: & Almanach magistri *Johannis de monte regio* ad annos XV. accuratissime calculata. Explicitum est hoc opus anno Christi domini. 1492. in 4. sine loco. *Opus valde rarum.*" [Pray 1781] Im Jahre 1492 soll demnach das genannte Rechenbüchlein Georg von Peuerbachs erstmals als „Opus Algorismi jocundissimum", zusammen mit einem Jahrbuch des Johannes Regiomontanus, ohne Angabe des Druckorts erschienen sein. Georg Pray bezieht sich also auf ein seinerzeit in der Universitätsbibliothek Buda vorhandenes Exemplar dieser schon damals sehr seltenen Schrift. Zum Inhalt selbst wird nichts gesagt.

Trigonometrie und Sinustafel Georg von Peuerbachs

Erst anschließend an die Arithmetik dürfte sich Georg von Peuerbach, und zwar mit wesentlich größerer Eigeninitiative, der Trigonometrie zugewandt haben; Georg Tannstetter spricht in den „Viri Mathematici", f.aa4^{r}, von einer „Noua tabula sinus de decem minutis in decem / per multas millenarias partes / cum usu: quae plurimarum rerum nouarum in astronomia occasio fuit". Die diesbezüglichen Vorlagen für den „Tractatvs Georgii Pevrbachii svper Propositiones Ptolemaei de Sinubus et Chordis", Nürnberg 1541, {*Staatl. Bibi. Regensburg: 2 Philos 2935*/angeb.}, waren folglich der „Almagest" des Klaudios Ptolemaios (um 100 - um 170) und az-Zarqali (gest.um 1100). [Grössing 1983, 27] Bei der Berechnung der Zahlwerte dieser Tafeln ging es nun um zwei Prinzipien, damit eine bis dahin nicht vorhandene Genauigkeit erreicht werden konnte: [Cantor 1900,182]

1) Der Kreisradius, auf den die Sinuswerte bezogen wurden, sollte möglichst groß sein:

Georg von Peuerbach arbeitete in der unter seinem Namen überlieferten Sinustafel in *Cod.Vind.pal. 5277*, f.287^{r}-289^{v}, - die wohl auf Giovanni Bianchini zurückgeht, wie durch gleiche Fehler nachgewiesen wird [Glowatzki/Göttsche 1990,iii,115,124) - mit Radius 60000; vielleicht handelte es sich hierbei zusätzlich noch um eine gedankliche Anleihe bei Johann von Gmunden. [Cantor 1900, 182; Grössing 1983, 27]

Georg Tannstetter verweist in den „Viri Mathematici", f.aa3^{v}, auf die „Canones Gnomonis cum noua tabula pulcherrima" des Georg von Peuerbach; diese sind als

Manuskript vorhanden in *Cod.Vind.pal. 5292*, ÖNB Wien, f.86^{v}-93^{v}, [DSB 15, 477b; Glowatzki/Göttsche 1990, 115]. Im Druck handelt es sich um das aus zehn Blättern bestehende „Quadratum Geometricum praeclarissimi Mathematici Georgij Burbachij" mit dem Untertitel „Canones pro compositione et vsu Gnomonis Geometrici [...]", Nürnberg 17. Juni 1516, Hrsg. Johannes Stabius (gest.1522), [Grössing 1983, 26 Fußn.127], {*BSB München: Res/2 J.rom.m. 62*/Beibd.3; *Hofbibliothek Regensburg: Ma 1105/Beibd.*} ferner um die von Johannes Schöner (1477 - 1547) in den „Scripta clarissimi Mathematici M. Ioannis Regiomontani [...]", Nürnberg 1544, f.57^{r}-74^{v} [Blattzählung beachten!] als „Libellus M. Georgij Purbachij de Quadrate Geometrico" erschienenen „Canones pro Compositione et Vsv Gnomonis Geometrici [...]". In diesem Werk, in seinen „Canones [...]" nämlich, dem „Quadratum Geometricum", wählte Georg von Peuerbach den Sinus totus zu 600000 Einheiten: „HVius quidem tabulae compositio haec fuit. Numerum partium propositarum multiplica in se, & productum iunge cum quadrato de 1200, quod est 1440000, et aggregati ex eis quaere radicem quadratam, eam serua pro diuisore. Deinde numerum partium propositarum duc in sinum totum, quem in tabulis meis suppositum habeo 600000, & quod exit, diuide per diuisorem seruatum, & exit sinus arcus quaesiti.... Item numerum partium propositarum, scilicet 600 duco in sinum totum, scilicet 600000, fiunt 360000000, ..."[*Cod.Vind.pal. 5292*, f.87^{v}; Canones 1544, f.59^{v}; Glowatzki/Göttsche 1990, 115] Deutlichere Angaben hierzu sind nicht vorhanden.
In dem schon erwähnten „Tractatvs Georgii Pevrbachii [...]", Nürnberg 1541, bleibt die Frage nach der Größe des herangezogenen Radius offen, weil dort zwar die Theorie abgedruckt wurde, u.a. auf f.A2^{r}: „Dicunt etiam nonnulli quod proportio diametri ad circumferentiam, sit sicut 20000. ad 62832. & ex hoc iterum uno noto alterum reperitur", die Tafeln selbst jedoch weggelassen wurden; wohl deshalb, weil sie mittlerweile durch die neuen von Johannes Regiomontanus überholt worden waren.
2) Um viele Zwischenwerte zu erhalten, ging Georg von Peuerbach bei der Bestimmung der Sinuswerte - vermutlich auch in Abhängigkeit von Giovanni Bianchini [Glowatzki/Göttsche,115] - in Schritten von 10' zu 10' vor.
Die Handschrift *Cod.Vind.pal. 5277*, f.287^{r}-289^{v}, enthält wohl seine älteste derzeit bekannte, vermutlich jedoch erst zwischen 1500 und 1520 von unbekannter Hand abgeschriebene Herleitung und Darstellung dieser fünfstelligen Sinustafel in Winkelschritten von 10' - „Die Sinus-Tafel Peuerbachs ist abschriftlich überliefert im Codex 5277 der ÖNB" [Grössing 1983, 27 Fußn.132] - mit folgenden Überschriften: „Compositio tabulae sinus" und „Sequitur Tabula sinus Magistri Georgij de Peurbach". Ausführlich unterrichtet hier [Pfleiderer 1802,20-26 mit Fußn.]

Georg von Peuerbachs praktische mathematischen Schriften

Georg Tannstetter berichtet in seinen „Viri Mathematici", f.aa3^{v}, daß Georg von Peuerbach eine Abhandlung über Visierruten mit dem Titel „Compositio nouae uirgae uisoriae: cum lineis & tabula noua" verfaßte; diese hat sich anscheinend nicht erhalten.[Grössing 1983, 34] Mit der kalibrierten Visierrute wurde festgestellt, wieviel Wein jeweils in einem Faß vorhanden ist.
Eine Mittelstellung zwischen Praxis und Theorie nimmt - durch seine Beschäftigung mit der Trigonometrie des Klaudios Ptolemaios und mit al-Zarqali [Grössing 1983, 27] - das bereits angesprochene, von Georg Tannstetter in den „Viri Mathematici", f.aa3^{v}, nicht direkt, sondern unter „Canones Gnomonis cum noua tabula pulcherrima" aufgeführte, in *Cod.Vind.pal. 5292*, f.86^{v}-93^{v} und als „Canones pro compositione et vsu Gnomonis Geometrici [...]", Nürnberg 1516 und 1544, beschriebene Meßinstrument Georg von Peuerbachs ein. Hiernach zitiert bei [Thorndike/Kibre 1963, Sp. 589]. Es soll auch eine Ausgabe Tübingen 1514 existieren [Panzer 1803, 71].
Beim geometrischen Quadrat - „das einzige Meßgerät der Renaissance, mit dem die Länge einer Strecke indirekt mit den Gerätemaßen und dem Ablesemaß bestimmt wird" [Peters 1999, 108] (Abb.5) - handelt es sich um „ein astronomisches Instrument, das auf trigonometrischen Grundsätzen beruht und zur Höhenwinkelmessung sowie zur Messung von horizontalen Distanzen geeignet war", [Grössing 1983, 26] zwar nicht Georg von Peuerbachs Erfindung, aber von ihm standardisiert. [Grössing 1983, 27] Es war in der Zeit, als es noch keine Linsenoptik gab, sondern über Kimme und Korn oder über ein Diopter anvisiert wurde. Die Seiten waren etwa je zwei Ellen lang - „id fiet: si duorum cubitorum aut circa sumetur" [Canones 1516, f.Aii^{r}; 1544,f.61^{r}; Kästner 1796, 532] -, waren in 1200 Teile gegliedert, so daß ein Teil ungefähr einem Millimeter entsprach. [Cantor 1900, 184] Auf der Regel, d.h. auf dem drehbaren Schenkel, den man in einer der Ecken des Gerätes befestigt hatte, war ein Diopter angebracht, mit dem bei senkrechter Stellung ein beliebig hoher Gegenstand, etwa ein Stern, anvisiert werden konnte; bei waagrechter Stellung war es in der Ebene zu handhaben.
Georg von Peuerbachs „Canones pro compositione et vsu Gnomonis Geometrici [...]" sind dem ehrwürdigsten Erzbischof Joannes von Strigonium [= Gran in Ungarn] gewidmet, [Canones 1516, f.Aii^{r}; 1544, f.61^{r}; Kästner 1796, 531f.; Cantor 1900, 184] das ist Johann Vitéz, dem er ein Modell aus Holz übersandte, das aber zur besseren Verwendung auch aus Metall gefertigt werden könnte. „Hier löst P. dem Sinne nach völlig richtig die Aufgabe, die lineare Entfernung zweier Punkte aus Einern Stande zu messen."[ADB 25, 560] Er zog dieses Instrument offensichtlich als erster auch zur Bestimmung von Sonnenhöhen heran. [Grössing 1983, 28] Im einzelnen werden 13 verschiedene Propositionen, d.h. Anwendungsmöglichkeiten aufgeführt, wobei die erste zur Trigonometrie gehört, die restlichen führen aufgrund der Kalibrierung der Seiten des geometrischen Quadrats zu Berechnungsmethoden über ähnliche Dreiecke: [Kästner 1796, 539f.]

[1] Altitudinem solis vel lune seu stellarum supra orizontem et distantiam eorum a zenith cognoscere. [Canones 1516, f.Aiii^{r}; 1544, f.63^{r}; Kästner 1796, 532-538] Höhe von Sonne, Mond oder Sternen über dem Horizont und deren Entfernungen vom Zenit auffinden. - Bei einwandfrei senkrecht gehaltenem Gerät, für das kein Stativ gefordert wird, kann aus dem vermittels des Lineals am latus versum bzw. latus rectum abgelesenen Wert, das sind senkrechter bzw. waagrechter Schenkel, [Canones 1516, f.Aiij^{v} 1544, f.62^{v}; Cantor 1900, 184 anders!] über eine beigegebene Tabelle der zugehörige Winkel von der Horizontalen kleiner bzw. größer als 45° in Grad, Minuten und Sekunden ermittelt werden. Findet man am latus versum z.B. die Maßzahl 320, dann geht man in die Tabelle und erhält den Horizontalwinkel 14°55'54" (Abb.4); bei Maßzahl 1111 gelangt man zu 42°47'4". Bei Ablesungen am latus rectum geht man entsprechend vor.
[2] Distantiam inter te et signum a longe positum hoc instrumento discernere. Die Entfernung zwischen dir und einem weit entfernten Gegenstand mit diesem Gerät bestimmen. - Der Gegenstand P liege in der Horizontalebene, so läßt sich bei waagrecht gehaltenem Gerät aus ND:DA = AB:BP die Entfernung BP ermitteln (Abb. 5).
[3] Distantiam inter te et basim rei non accessibilis in plano metiri. Die Entfernung zwischen dir und dem Fußpunkt eines nicht zugänglichen Gegenstandes in der Ebene finden. - Hier werden je nach Winkelhöhe des anvisierten Gegenstandes zwei Messungen durch definiertes Ansetzen des geometrischen Quadrats in waagrechter Flucht vorgeschlagen; die Berechnung erfolgt über ähnliche Dreiecke.
[4] Quod praecedens proponit aliter inquirere. Das vorangegangene auf eine andere Art. - Messungen erfolgen durch exaktes Übereinandersetzen des geometrischen Quadrats.
[5] Rei alte in plano site oculo in eodem plano existente altitudinem deprehendere. Die Höhe eines in der Ebene gelegenen Gegenstandes auffinden, wobei das Gesichtsfeld in der nämlichen Ebene liegt.
[6] Aliter et absque noticia distantie inter te et basim reperies altitudinem talis rei sic. Auf andere Art und ohne Kenntnis der Entfernung zwischen dir und dem Fußpunkt findest du die Höhe dieses Gegenstandes wie folgt. - Lösung erfolgt durch zweimaliges Ansetzen des geometrischen Quadrats in waagrechter Flucht.
[7] Alijs vijs idem quod praemisse volunt coniicere. Auf eine andere Art das nämliche, wie vorausgeschickt, herausfinden. - Die Berechnung erfolgt über ähnliche Dreiecke dadurch, daß das geometrische Quadrat definiert übereinandergesetzt wird.
[8] Altitudinem rei supra montem posite: cum basis et summitas eius apparet oculo in valle existenti. ostendere per aliquam praemissarum. Die Höhe eines auf einem Berg befindlichen Gegenstandes vom Tal aus zu ermitteln, wenn sein Fußpunkt und seine Höhe sichtbar sind. - Gemäß dem vorangegangenen findet man zunächst die Gesamthöhe von Berg und Gegenstand, dann die Höhe des Berges.
[9] Altitudinem rei existente oculo in eius summitate perscrutari. Die Größe eines Gegenstandes bestimmen, dessen Spitze sich in Augenhöhe befindet. - Gemäß [7].
[10] Quod precedens pollicetur aliter cognoscere. Das vorangegangene auf andere Art herausfinden. - Gemäß [3].

[11] Distantiam signi in plano a basi rei oculo existente in summitate demonstrare. Die Entfernung eines Gegenstandes aufzeigen, wobei sich dessen Spitze von seinem Fußpunkt aus in der Ebene in Augenhöhe befindet. - Gemäß [6] und [7].
[12] Oculo in cacuminibus alicuius altitudinis existente altitudinem rei eo altioris metiri. Wenn sich das Auge in der Höhe der Spitze eines Gegenstandes [z.B. einer Meßlatte] befindet, die Höhe eines noch höheren Gegenstandes bestimmen.
[13] Oculo in cacumine altioris existente altitudinem basioris mensurare.
Befindet sich das Auge in der Höhe der Spitze eines Gegenstandes, die Höhe eines Teiles dieses Gegenstandes bestimmen.
Georg Tannstetter benennt in den „Uiri Mathematici", f.aa4^{r}, auch „Plura de quadrantibus" als Arbeiten von Georg von Peuerbach, die vermutlich sowohl auf den soeben angesprochenen Traktat, als auch auf andere hindeuten könnten.[DSB 15, 478a] Der Quadrant diente zur Tiefen-, Höhen- und Längen-, schließlich auch zur Feldmessung. Tannstetter führt dort auch noch ein Werk Georg von Peuerbachs auf mit Bezug zur mathematischen Geographie: „Tabula noua proportionis parallellorum [!] ad gradus aequinoctialis cum compositione eiusdem", d.h. eine Tafel mit Zahlenwerten, die das richtige Verhältnis eines Äquatorgrades zu den Graden der einzelnen Breitenkreise der Erdkugel angeben. [Grössing 1983, 28 mit Fußn.136] Hierfür findet sich anscheinend kein Nachweis.

Zusammenfassung

Georg von Peuerbach, der bedeutende Humanist, hinterließ also auch wertvolle mathematische Schriften, die im deutschsprachigen Bereich weit verbreitet waren. Dankbar und freimütig nennt er seine Quellen. In der Arithmetik schreibt er bei der Numeratio: „In hac autem scientia sinistrorsum agi solet more arabum qui ipsius primi extiterunt inuentores" [In dieser Wissenschaft aber geht man nach links hin vor wie die Araber, die sich als deren erste Erfinder erweisen], bzw. er beruft sich in der Trigonometrie - wohl in Abhängigkeit von Johann von Gmunden - auf Klaudios Ptolemaios und az-Zarqali.
So führte auch er die Mathematik einen großen Schritt weiter, als Verfasser einer der ersten im hiesigen Raum geschaffenen Rechenanleitungen mit den neuen, damals noch nicht eingebürgerten indisch-arabischen Zahlzeichen, nachdem bis dahin - wenn überhaupt - gewöhnlich römisch verziffert worden war, durch seine trigonometrischen Arbeiten mit den einzeln zu berechnenden vielstelligen Tafelwerten, und durch seinen Gnomon, das geometrische Quadrat, durch welches theoretisch mit einer Messung eine Entfernung in der Ebene ermittelt werden konnte (Abb.5). Nicht zu vergessen sind andere, heute nicht mehr nachweisbare Werke von ihm.
Im 15. Jahrhundert wußte man noch nicht um die Immanenz arithmetischer Gesetzmäßigkeiten oder algebraischer Gleichungen in den Naturwissenschaften Bescheid - auch hierfür war wohl die fehlende algebraische Terminologie einer der

Hauptgründe. Aber bedeutende Algebraiker wie Johannes Regiomontanus, Frater Fridericus Amann aus Kloster St. Emmeram in Regensburg (gest.1463) der 1461 das älteste bekannte Stück deutscher Algebra in der jetzigen Handschrift *Clm 14908* der BSB München aufzeichnete, Johannes Widmann aus Eger der 1486 die erste Algebravorlesung an einer deutschen Universität in Leipzig vortrug - enthalten z.B. in Kodex *C 80* der Sächsischen Landes- und Universitätsbibliothek Dresden und in *Cod.Vind.pal. 5277* der ÖNB Wien auf f.331^{r}-334^{v}, Heinrich Schreyber aus Erfurt der in Wien tätig war und 1518/1521 in Nürnberg das erste deutsche Algebrabuch herausgab, Christoff Rudolff aus Jauer in Schlesien (Ende 15. Jh. - erste Hälfte 16. Jh.) der ebenfalls in Wien wirkte und 1525 in Straßburg das erste große deutsche Algebrabuch veröffentlichte, Adam Ries aus Staffelstein (1492 - 1559) und Michael Stifel aus Eßlingen (um 1487 - 1567) schufen eine algebraische Symbolik, durch die eine algebraische Gleichung sofort als solche erkannt wurde, nachdem bis dahin hier bei uns alles bis auf die Zahlen in Wörtern ausgeschrieben worden wäre. Bedeutende Arithmetiker wie Georg von Peuerbach, Ulrich Wagner aus Bamberg als Autor der beiden ersten gedruckten deutschen Kaufmannsrechenbücher von 1482 und 1483, Johannes Widmann als Verfasser des ersten großen deutschen Rechenbuches Leipzig 1489 mit den Zeichen + und -, Adam Ries und viele anderen sorgten dafür, daß die einfache Rechenlehre auch in breitere Volksschichten als früher dringen konnte. Die Trigonometrie wurde schließlich im 15. Jahrhundert eine eigene selbständige Disziplin, die nicht mehr der Astronomie untergeordnet war. Johann von Gmunden, Georg von Peuerbach und Johannes Regiomontanus stehen für diese Entwicklung, wo ein immer größerer Radius wegen der Ganzzahligkeit der Sinuswerte und immer kleinere Winkelschritte - bei Regiomontanus 1' - zu immer umfangreicheren Sinus- und auch zu Tangenstafeln führten.

Die Systematisierung und die Verkürzung des Rechengangs und ein viel lockerer Umgang mit den neuen Ziffern waren die äußeren Merkmale für die damalige Aufbereitung eines großen Teiles des antiken und mittelalterlichen mathematischen Wissens. Hierdurch wurden ab dem 15. Jahrhundert bereits die Weichen für die rasante weitere mathematische Entwicklung gestellt: Im 16. Jahrhundert Algebra und Prosthaphairese, das ist eine auf der Trigonometrie beruhende Vorstufe der Rechnung mit Logarithmen, im 16./17. Jahrhundert Algebra, Trigonometrie und Logarithmen, im 17. Jahrhundert Infinitesimalrechnung in Form von Differential- und Integralrechnung, sowie Differentialgeometrie und Differentialgleichungen.

Der Kreis, der von der ersten Wiener mathematischen Schule angerissen worden war, der über Regensburg, Nürnberg, Bamberg, Erfurt und Leipzig bis etwa 1480 seine Kontur erkennen ließ - überall dort gab es im 15. Jahrhundert bedeutende mathematische Zentren-, schloß sich schließlich über Ingolstadt und Krakau, [Markowski 1973, 140] von wo aus die Wurzeln zur sogenannten zweiten Wiener mathematischen Schule am Beginn des 16. Jahrhunderts hinführen.

Ein Gedicht des Thüringers Christoph Poppenheuser auf die Mathematiker der ersten und zweiten Wiener mathematischen Schule, wobei das Verzeichnis Georg Tannstetters in den „Viri Mathematici" als Grundlage diente: [von Aschbach 1877, 342]

Magnus Joannes Gmundanus, nobilis arte,
Ingenio praestans et pietate gravis.
Carus et Aoniis Purbachius ille Deabus,
Cujus sat laudes dicere nemo queat.
Quique sua a patria duxit cognomen, Janus [= Johannes Regiomontanus]
Fama doctrinae notus ad astra suae.
Clarus Joannes Phorcensis, clarus et alter
Cuperspergenis, lumina magna duo.
Et Stabius nullas non ingeniosus ad artes,
Plurima declarant ut monumenta viri.
Praeterea ingenii non dote Stiborii una
Effulgens, Boii gloria magna soli.
Quique suo studio divinae profuit arti
Angelus, eximiae dexteritatis homo.
Et Tannstetterus tantos non ultimus inter,
Quem sua praeclarum scripta fuisse docent.
Tum Vogelinus vir solertissimus atque
Senfthamer studii sedulitate bonus.
Andreasque potens sancta Perlachius arte,
Invida quem nuper fata tulere senem.

Literaturangaben

ADB = Allgemeine Deutsche Biographie.

Joseph Aschbach: Geschichte der Wiener Universität im ersten Jahrhunderte ihres Bestehens, Band 1, Wien 1865.

Joseph Ritter von Aschbach: Die Wiener Universität und ihre Humanisten. Geschichte der Wiener Universität, Band 2, Wien 1877.

Ernst Bernleithner: Sechshundert Jahre Geographie an der Wiener Universität. Studien zur Geschichte der Universität Wien, Band 3, Graz/Köln 1965.

Anton von Braunmühl: Vorlesungen über Geschichte der Trigonometrie, Teil 1, Leipzig 1900.

Heinz Otto Burger: Renaissance Humanismus Reformation, Bad Homburg/Berlin/Zürich 1969.

Conrad Bursian: Geschichte der classischen Philologie in Deutschland, Erste Hälfte, München/Leipzig 1883.

Moritz Cantor: Vorlesungen über Geschichte der Mathematik, Band 2, Leipzig 21900.

Maximilian Curtze: Eine Studienreise. Centralblatt für Bibliothekswesen, Jg.16, Heft 6 und 7, Juni-Juli 1899.

Michael Denis: Wiens Buchdruckergeschicht bis M.D.LX., Wien 1782.

Michael Denis: Annalivm Typographicorvm V. Cl. Michaelis Maittaire Svpplementvm, Pars 1, Wien 1789.

Johann Gabriel Doppelmayr: Historische Nachricht Von den Nürnbergischen Mathematicis und Künstlern, Nürnberg 1730.

DSB = Dictionary of Scientific Biography.

Dana Bennen Durand: The Vienna-Klosterneuburg Map Corpus of the fifteenth Century, Leiden 1952.

Mensa Folkerts: Regiomontanus als Vermittler algebraischen Wissens, in: Mathemata, Festschrift für Helmuth Gericke, Stuttgart 1985, S. 207- 219.

Mensa Folkerts: Johannes Regiomontanus - Algebraiker und Begründer der algebraischen Symbolik, in: Rechenmeister und Cossisten der frühen Neuzeit. Freiberger Forschungshefte, Reihe D 201: Wirtschaftswissenschaften, Geschichte, Freiberg 1996, S. 19-28.

Mensa Folkerts: Die älteste lateinische Schrift über das indische Rechnen nach al-Hwārizmī. Bayerische Akademie der Wissenschaften, Philosophisch-Historische Klasse, Abhandlungen, Neue Folge, Heft 113, München 1997.

Carl Immanuel Gerhardt: Zur Geschichte der Algebra in Deutschland. Berliner Monatsberichte vom 10.1.1867.

Carl Immanuel Gerhardt: Geschichte der Mathematik in Deutschland, München 1877.

Ernst Glowatzki und Helmut Göttsche: Die Tafeln des Regiomontanus ein Jahrhundertwerk. Algorismus, Studien zur Geschichte der Mathematik und der Naturwissenschaften, herausgegeben von Mensa Folkerts, Heft 2, München 1990.

Artur Goldmann: Familienname, Geburtsort und Geburtsdatum des Astronomen Georg von Peuerbach. Heimatgaue. Oberösterreichs Geschichte, Landes- und Volkskunde, Jg. 4, Linz 1923, S. 75-77.

Jean George Théodore Graesse: Trésor de livres rares et précieux, Tome 5, Berlin 1922.

Helmuth Grössing: Humanistische Naturwissenschaft. Zur Geschichte der Wiener mathematischen Schulen des 15. und 16. Jahrhunderts. Saecvla Spiritalia, Band 8, Baden-Baden 1983; Sonderdruck der dortigen S. 79-116: „Naturwissenschaft und Humanismus: Georg von Peuerbach", hier S. 1- 36.

Karl Grossmann: Die Frühzeit des Humanismus in Wien bis zu Celtis Berufung 1497, Kapitel 4: Peuerbach und Regiomontan. Jahrbuch für Landeskunde von Niederösterreich, Neue Folge, Jg.22, Heft 2 und 3, Wien 1929, S. 235-254.

Friedrich Grundel: Die Mathematik an den deutschen höheren Schulen, Teil 1, Leipzig/Berlin 1928.

Siegmund Günther: Geschichte des mathematischen Unterrichts Im deutschen Mittelalter bis zum Jahre 1525, Berlin 1887.

Ludovicus Hain: Repertorium Bibliographicum, Vol. 2, Pars 2, Stuttgart/Paris 1838.

Barnabas Hughes: Regiomontanus on Triangles, Madison/Milwaukee/London 1967.

Abraham Gotthelf Kästner: Geschichte der Mathematik, Band 1, Göttingen 1796; Band 2, Göttingen 1797.

Wolfgang Kaunzner: Die lateinische Algebra in MS Lyell 52 der Bodleian Library, Oxford, früher MS Admont 612. Österreichische Akademie der Wissenschaften, Philosophisch-Historische Klasse, Sitzungsberichte, Band 475, Wien 1986.

Wolfgang Kaunzner: On Regiomontanus's Arithmetic and Algebra in *De Triangulis omnimodis Libri quinque* and in *MS Cent V app 56c* of the Nuremberg City Library, in: Ernst Zinner: Regiomontanus: His Life and Work, Translated by Ezra Brown, Amsterdam/New York/Oxford/Tokyo 1990, p. 373-386.

Rudolf Kink: Geschichte der kaiserlichen Universität zu Wien, Band 1, Teil 1, Wien 1854.

Anton Maria Kobolt: Ergänzungen und Berichtigungen zum Baierischen Gelehrten=Lexikon, Landshut 1824.

Albert Kuckuck: Die Rechenkunst im sechzehnten Jahrhundert. Programm des Gymnasiums Graues Kloster, Berlin 1874.

Alfons Lhotsky: Die Wiener Artistenfakultät 1365 - 1497. Österreichische Akademie der Wissenschaften, Philosophisch-Historische Klasse, Sitzungsberichte, Band 247, Abhandlung 2, Wien 1965.

Mieczyslaw Markowski: Beziehungen zwischen der Wiener mathematischen Schule und der Krakauer astronomischen Schule im Licht der erhaltenen mathematisch-astronomischen Schriften in den Manuskripten der Österreichischen Nationalbibliothek in Wien und der Jagellonischen Bibliothek in Kraków, in: Mediaevalia Philosophica Polonorum 18 1973 S. 133-158.

Rudolf Mett: Regiomontanus Wegbereiter des neuen Weltbildes. Einblicke in die Wissenschaft, Stuttgart/Leipzig 1996.

Georg Wolfgang Panzer: Annales Typographici ab Anno MDI ad Annvm MDXXXVI continvati [...], Vol. 11, Nürnberg 1803.

Konrad Peters: Zur Genauigkeit des geometrischen Quadrats, in: Lehren vnd Lernen. Festschrift zvm 60. Gebvrtstag von Karl Röttel, Buxheim/Eichstätt 1999, S. 108-111.

Christoph F. Pfleiderer: Ebene Trigonometrie mit Anwendungen und Beyträgen

zur Geschichte derselben, Tübingen 1802.

Georgivs Pray: Index Rariorvm Librorvm Bibliothecae Vniversitatis Regiae Bvdensis. Pars 2, K.-Z., Buda 1781.

Paul Lawrence Rose: The Italian Renaissance of Mathematics. Travaux d'Humanisme et Renaissance CXLV, Genf 1975.

Friedrich Samhaber: Höhepunkte mittelalterlicher Astronomie. Georg von Peuerbach und das helle Mittelalter. Begleitbuch zur Ausstellung im Schloß Peuerbach 27. April - 2. November 2000. Die Zeitzither, Raab 2000.

G. H. Schubert: Peurbach und Regiomontan die Wiederbegründer einer selbstständigen und unmittelbaren Erforschung der Natur in Europa, Erlangen 1828.

David Eugene Smith: Rara Arithmetica, New York [4]1970.

Georg Tannstetter: Tabulae Eclypsium Magistri Georgij Peurbachij. Tabula Primi mobilis Joannis de Monte regio, Wien Idibus Aprilibus 1514; Abschnitt: Uiri Mathematici quos inclytum Uiennense gymnasium online celebres habuit.

Lynn Thorndike and Pearl Kibre: A Catalogue of Incipits of Mediaeval Scientific Writings in Latin, London [2]1963.

Iohannes Trithemius: Liber de Scriptoribus Ecclesiasticis, Basel 1494.

Johannes de Trittenhem: De scriptoribus ecclesiasticis [...], Paris 1512.

Johannes Tropfke: Geschichte der Elementar-Mathematik in systematischer Darstellung, Band 1, Rechnen und Algebra, Leipzig 1902; Band 2, Geometrie. Logarithmen. Ebene Trigonometrie. ..., Leipzig 1903.

Kurt Vogel: Mohammed ibn Musa Alchwarizmi's Algorismus. Das früheste Lehrbuch zum Rechnen mit indischen Ziffern, Aalen 1963.

Kurt Vogel: Der Donauraum, die Wiege mathematischer Studien in Deutschland. Neue Münchner Beiträge zur Geschichte der Medizin und Naturwissenschaften, Naturwissenschaftshistorische Reihe, Band 3, München 1973.

Hermann Wallner: Georg von Peuerbach. Ein Beitrag zum Wiener Frühhumanismus. Phil. Diss. Nr.16340 der Universität Wien 1948.

Ernst Zinner: Leben und Wirken des Joh. Müller von Königsberg genannt Regiomontanus, Osnabrück 21968.

Nachbemerkung

Um die vorangegangenen Ausführungen zusammenstellen zu können, bedurfte es vieler helfender Hände, schon allein deshalb, um an etliche der an verschiedenen Orten liegenden Handschriften oder Drucke zu gelangen, die nachweislich oder vermutlich auf Georg von Peuerbach zurückgehen, bzw. um auch nur Andeutungen darauf zu erlangen, wo sich einzelne seiner Werke befinden könnten. All jenen Stellen - Bibliotheken und Archiven, vor allem der Staatlichen Bibliothek Regensburg und der Bayerischen Staatsbibliothek München - sei hier herzlich für ihre Hilfsbereitschaft gedankt.
Herr Professor Dr. Helmuth Grössing, Wien, empfahl mir die nähere Beschäftigung mit Georg von Peuerbach, wodurch ich erst den Einblick in das Werk dieses bedeutenden Humanisten, Naturwissenschaftlers und Mathematikers erhielt. Herr Professor Dr. Menso Folkerts, München, war nicht nur bei der Klärung vieler Fragen behilflich, sondern in seinem Archiv konnten auch einige diesbezüglichen Filme eingesehen werden; hierfür gilt ihm mein besonderer Dank. Herr Dipl. Ing. Dr. Friedrich Samhaber, Peuerbach, der den Anstoß für die Beschäftigung mit Georg Aunpekh an seinem Geburtsort gab, ließ mir viele wertvolle Hinweise zukommen; für diese umfangreiche Hilfe mein herzlicher Dank.

Regensburg, Dezember 2000
Wolfgang Kaunzner

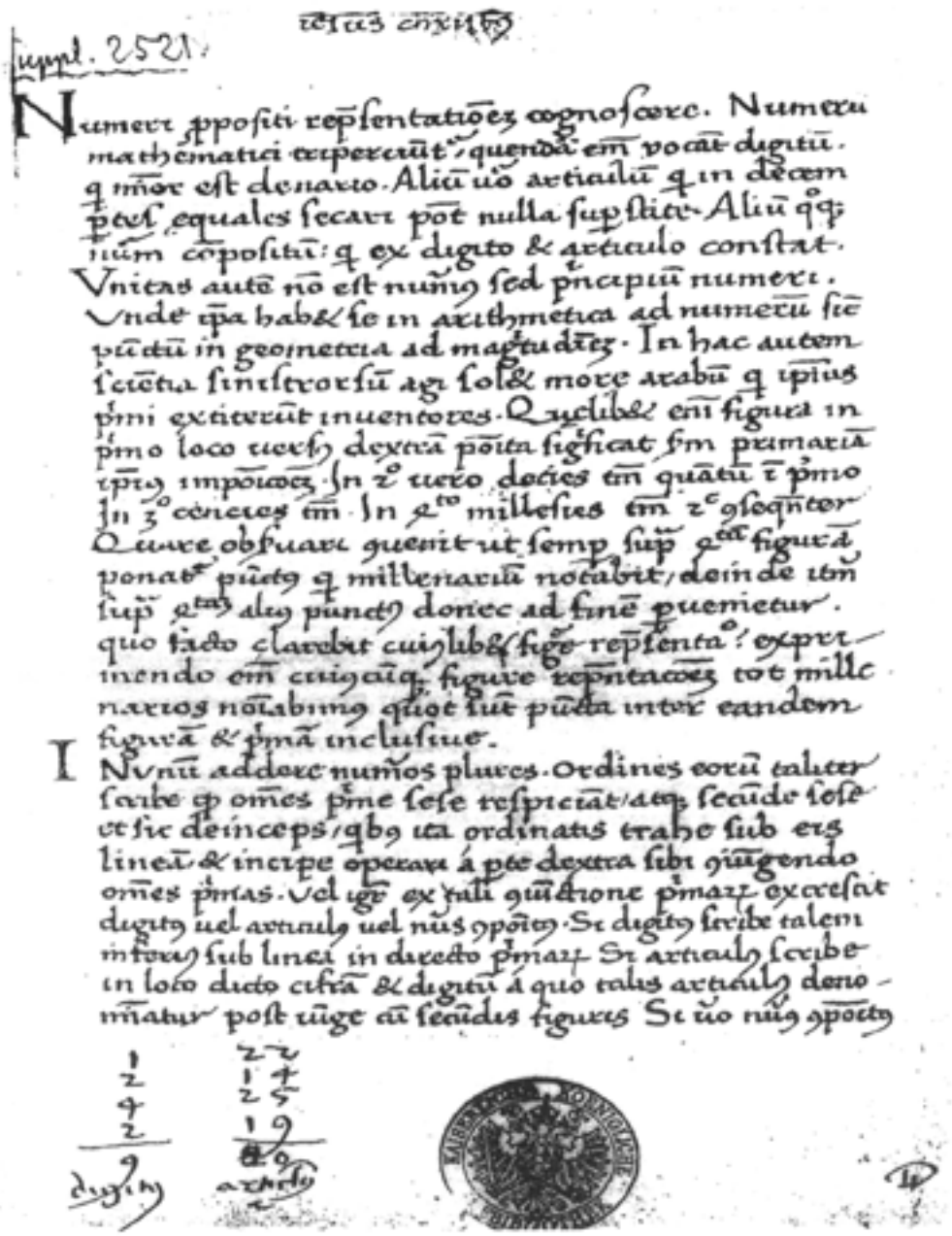


Abb. 1: Texteginn des Introductorum in Arithmeticam in Codex series nova 328, ÖNB Wien fol. 1r: Numeration und Addition (Mit freundlicher Unterstützung der Bibliotheksleitung.)

Abb. 2: Seite 399 aus Codex 24, Yale Medical Library, früher Melk 794 (627). In der Mitte das Zahlenspiel 408746:398 = 1027, unten die arithmetische Folge 5, 9, 13, 17.

ELEMENTA ARITHMETICES.

ALGORITHMVS DE NVmeris integris, fractis, Regulis communibus, & de Proportionibus.

Autore Georgio Peurbachio.

Omnia reverte in locum edita fide & diligentia singulari.

An. M. D. XXXVI.

Cum præfatione Philip. Melanth.

OPVSCVLVM MAGISTRI GEORGII PEVRbachij viri doctissimi.

Numeri propositi repræsentationem cognoscere.

Numerus Mathematici tripertiuntur. Quendam enim vocant digitum, qui minor est denario alium vero articulum, qui in decem partes æquales secari potest, nulla superstite. Alium quoq; numerum compositum, qui ex digito & articulo constat. Vnitas autem non est numerus, sed principium numeri. Vnde ipsa habet se in Arithmetica ad numerum, sicut punctum in Geometria ad magnitudinem. In hac autem scientia singulorum ajj solet more Arabum, qui ipsum primi exercerunt inuentores. Quilibet enim figura in primo loco versus dextram posita, significat secundum primariam ipsius impositionem. In secundo vero decies tantum, quantum in primo. In tertio centies tantum. In quarto millesies tantum & sic consequenter. Quare obseruare conuenit ut semper supra quartam figuram punctum ponatur, qui mil lenarium notabit, deinde iterum supra quartam alium punctum, donec ad finem perueniatur. Quo facto clarebit cuiuslibet figuræ repræsentatio exprimendo

ALGORITHMVS.

exprimendo enim cuiuscunq; figuræ repræsentationem tot millenarios nominabimus, quot sunt puncta inter eandem figuram & primam inclusiue.

DE ADDITIONE.

In unum addere numeros plures,

Ordines eorum taliter scribe, quod omnes primæ sese reficiant atq; secundæ sese, & sic de inceptis, quibus ita ordinatis trahe sub eis lineam, & incipe operari à dextra parte, sibi coniungendo omnes primas. Vel igitur ex tali coniunctione primarum excreuerit digitus, uel articulus, uel numerus compositus. Si digitus, scribe talem digitum inferius sub linea in directo primarum. Si uero articulus, scribe in loco dicto cifram, & digitum à quo talis articulus denominatur, post iunge cum secundis figuris. Si uero numerus compositus scribe digitum qui est pars talis compositi infra lineam directe, & digitum à quo denominatur articulus adde cum secundis figuris iunctis tali; primis, eodem modo iunge sibi secundas, hoc obseruato si digitum aliquem ex

A iij additione

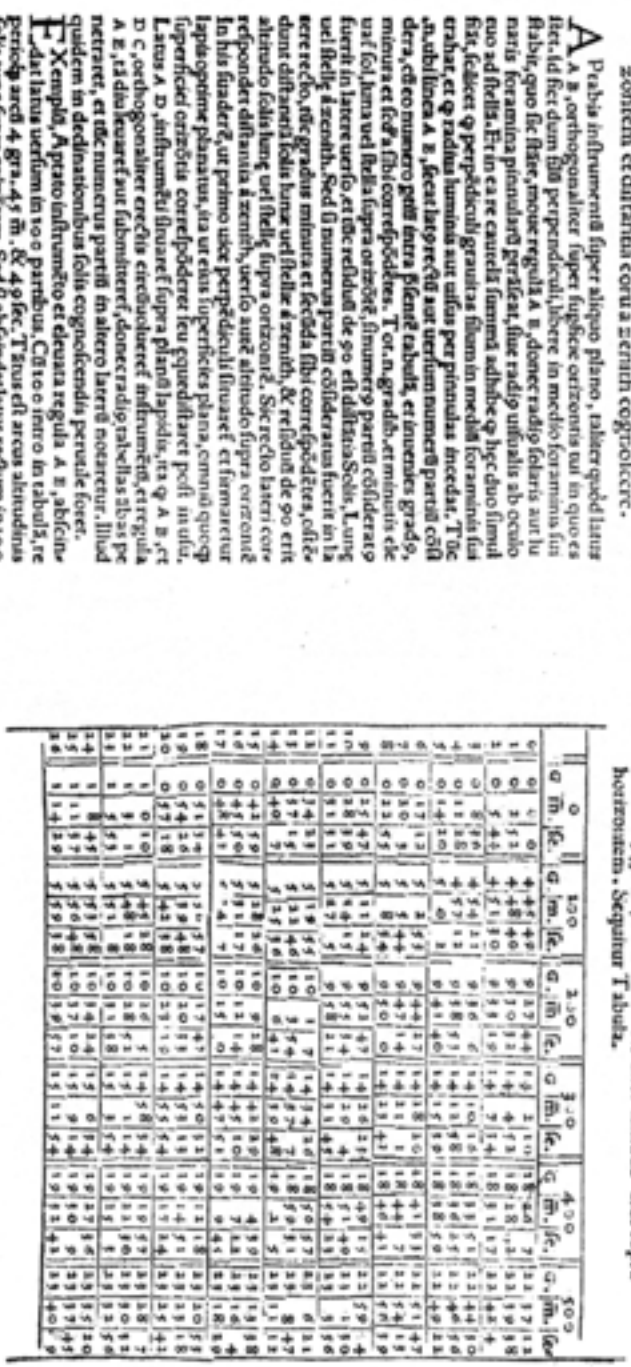
PEVRBACHII

additione primarum loco articuli mentem teneas tum (ut dixi) eum cũ secundis iunge, expeditis secundis ad tertias procede, deinde ad quartas & sic consequenter. Cum autem ad ultima loca ueneris, non oportet amplius digitum in loco denarij (si fuerit) mente tenere, sed expresse poni, eo quod non sunt differentiæ subsequentes. Et quando contingeret differentias sibi iungendas, omnes essent cifras directe, nec ex precedentibus fuisset digitus articuli in illum locum reseruatus, sub illis propter sequentes esset scribenda cifra.

Vtrum autem in isto opere error commissus sit, an non, sic expedieris. Cuiuslibet ordinis addendi figuras colligo proiciendo nouem quotiens poteris, residuum uocabis probam. Acceptis autem omnibus probis numerorum addendorum summa ipsas, abiciendo nouem iterum si possit, residuum tenendo, & uocabis probam primam. Deinde simili modo accipe probam numeri ex additione creati, quæ si cum proba ante seruata concordauerit bene actum est. Si uero non, scias errorem accidisse. Quare opus titerandum erit.

DE

Abb. 3 Titelseite und Textbeginn der Elementa Arithmetices, Wittenberg 1536.



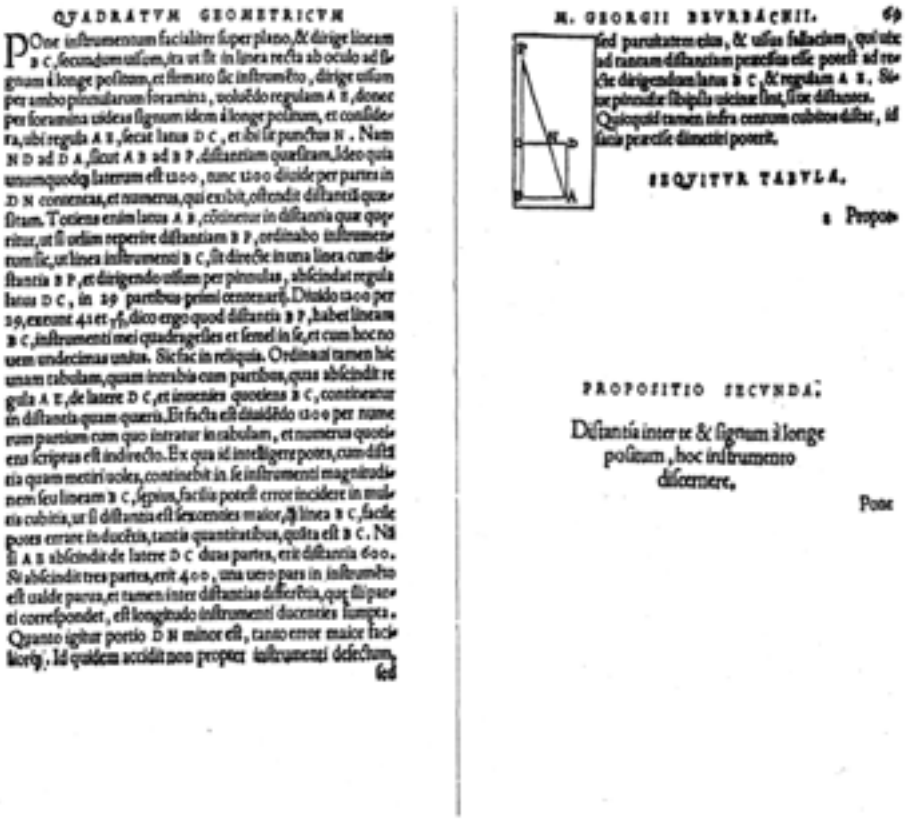
PROPOSITIO PRIMA.

Altitudinem Solis uel Lunæ, seu stellarum supra orizontem et distantiæ eorũ a zenith cognoscere.

A Prabis instrumentũ super aliquo plano, latiusq́ uel latius A B, orthogonaliter super superficie orizontis tui in quo es stet. Id fiet dum filo perpendiculi, libere in medio foraminis sui habit, quo sic stãte, mouetur regula A B, donec radio solaris aut lunaris foramina pinnularũ gradiat, siue radio uisualis ab oculo euo ad stellã. Et in ea re cauetis summã adhibẽdã q́ hęc duo simul fiat, scilicet q́ perpẽdiculi grauitas filum in medio foraminis sui erabat, et q́ radius luminis aut uisus per pinnulas incedat. Tũc ubi linea A B, secat latiq́ recta aut uersum numeri partiũ cõsidera, et eo numero petit intra plenũ rabulæ, et inuenies gradũ, minuta et secũda sibi correspondẽtes. Tot. n. gradũ, et minutis et uel sol, luna uel stella supra orizõtẽ, si numero partiũ cõsideras fuerit in latere uersio, et tũc reliquũ de 90 est distantia Solis, Lunæ uel stellæ a zenith. Sed si numerus partiũ cõsideratus fuerit in latere recto, tũc gradus minuta et secũda sibi correspondẽtes, cũ eis dum distantiã solis lunæ uel stellæ a zenith, & reliquũ de 90 erit altitudo solis lunæ uel stellæ supra orizontẽ. Sic recto lateri correspondet distantia a zenith, uersio autẽ altitudo supra orizontẽ. In his tamẽ, ut primo uisce perpẽdiculi tangat et tangatur lapis optime planatus, ita ut eius superficies plana, omnio quoq́ superficiei orizõtis correspondeat seu quiediffaret post in uiu. Latus A D, instrumẽtũ tangat supra planũ lapidis, ita q́ A B, et D C, orthogonaliter erectis circũdaret instrumẽtũ, et regula A B, ita diuideret aut submitteret, donec radio, rabellas abas penetraret, et tũc numerus partiũ in altero latere notaretur. Illud quidem in declinationibus solis cognoscendis peruile foret.

Exemplũ. A plato instrumẽto et elevata regula A B, abscindat latus uersum in 100 partibus. Cũ 100 intro in tabulã, reperiq́ arcũ 4 gra. 45 m. & 40 sec. Tãtus est arcus altitudinis solis tunc supra orizõtem. Sed si abscindat latus rectum in 100 partes

Abb. 4: Bestimmung des Höhenwinkels in den *Canones pro Composicione et Vsv Gnomis Geometrici*, Nürnberg 1544 fol. 63r f., mit dem Geometrischen Quadrat aus den Ablesewerten am Latus versum; hier: Maßzahl 320 führt zum Winkel 14°55'54".



QVADRATVM GEOMETRICVM

POne instrumentum facilitèr super plano, & dirige lineam B C, secundum usum, ita ut sit in linea recta ab oculo ad signum à longe positum, et firmato sic instrumento, dirige usum per ambo pinnularum foramina, volucdo regulam A E, donec per foramina videas signum idem à longe positum, et considera, ubi regula A E, secit latus D C, et ibi fit punctus N. Nam N D ad D A, sicut A B ad B P, distantiam quaesitam, Ideo quia unumquodq; laterum est 1200, nunc 1200 divide per partes in D N contentas, et numerus, qui exibit, ostendit distantiam quaesitam. Totiens enim latus A B, continetur in distantia quae quaeritur, ut si velim reperire distantiam B P, ordinabo instrumentum sic, ut linea instrumenti B C, sit directe in una linea cum distantia B P, et dirigendo usum per pinnulas, abscindat regula latus D C, in 29 partibus primi centenarij. Dividdo 1200 per 29, exeunt 41 et 7/29, dico ergo quod distantia B P, habet lineam B C, instrumenti mei quadragesies et semel in se, et cum hoc nono unum undecimas unius. Sic fac in reliquis. Ordinaui tamen hic unam tabulam, quam intrabis cum partibus, quas abscindit regula A E, de latere D C, et inuenies quotiens B C, continetur in distantia quam quaeris. Et facta est dividdo 1200 per numerum partium cum quo intratur in tabulam, et numerus quotiens scriptus est in directo. Ex qua id intelligere potes, cum distantia quam metiri voles, continebit in se instrumenti magnitudinem seu lineam B C, sepius, facilis potest error incidere in multis cubitis, ut si distantia est sexcenties maior, q̃ linea B C, facile potes errare in ductis, tantis quantitatibus, quita est B C. Nisi si A B abscindit de latere D C duas partes, erit distantia 600. Si abscindit tres partes, erit 400, una uero pars in instrumento est valde parua, et tamen inter distantias differtia, quae sibi parti correspondet, est longitudo instrumenti ducenties sumpta. Quanto igitur portio D N minor est, tanto error maior facilior q̃; Id quidem accidit non propter instrumenti defectum, sed

M. GEORGII BEVRBACHII. 69

sed paruitatem eius, & usus fallacium, qui ubi ad tantam distantiam praecisus esse potest ad recte dirigendum latus B C, & regulam A E. Si tot pinnulae sibipsis uicinae sint, sicut distantes. Quicquid tamen infra centum cubitos distat, id facile praecise dimetiri poterit.

SEQVITVR TABVLA.

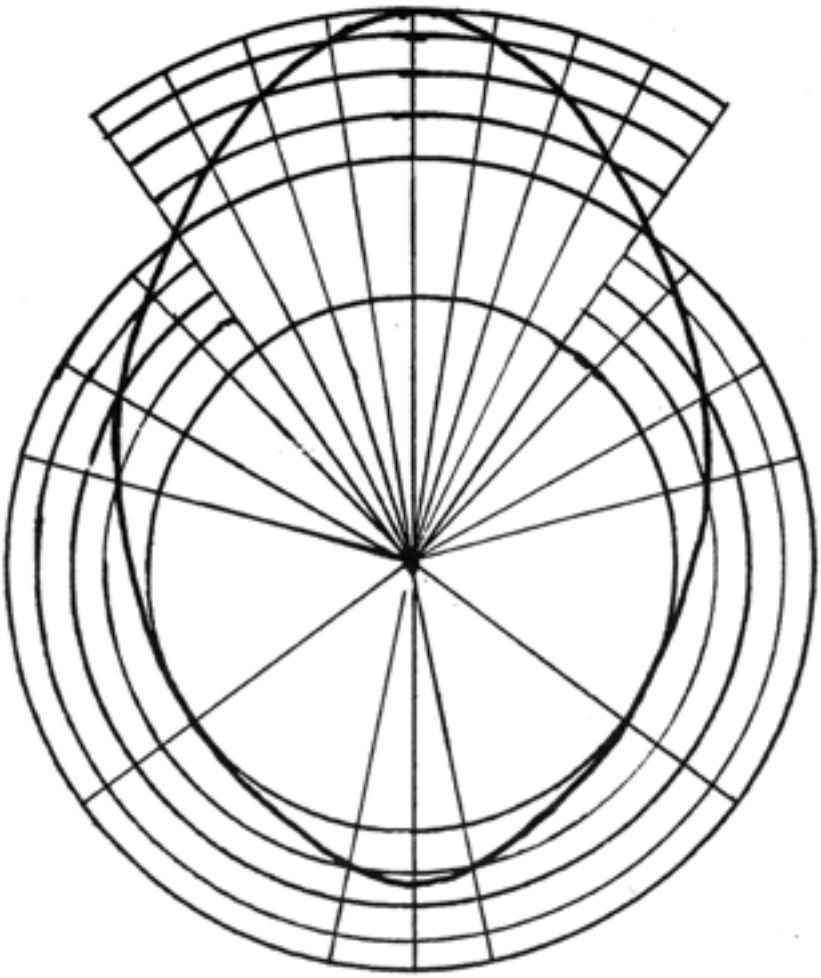
1 Propo-

PROPOSITIO SECVNDA.

Distantia inter te & signum à longe positum, hoc instrumento discernere.

Pone

Abb. 5: In den „Canones [...]" Nürnberg 1544, f. 68^{v} f., wird in Proposition zwei erläutert und in einer Figur aufgezeigt, wie durch das Geometrische Quadrat mit einer einzigen Messung eine Entfernung in der Ebene ermittelt werden kann.



Georg von Peuerbach, Theoricae novae planetarum, Nürnberg [1473].
Darstellung der ovalen Bahnform des Mittelpunktes des Merkur-Epizykels.

Hermann Mucke

Überprüfung von Beobachtungen Georgs von Peuerbach

Absicht

Beobachtungen, die Georg Aunpekh von Peuerbach angestellt hat und die im Symposion kurz veranschaulicht wurden, werden aus Sicht der astronomischen Phänomenologie mit einer dafür besonders geeigneten Software behandelt. Damit möchte ich nun hier einen Beitrag zu deren Beurteilung leisten und vielleicht damit weitere Untersuchungen erleichtern. Auch solche Beobachtungen wurden einbezogen, von denen bisher keine Ergebnisse Peuerbachs vorliegen, denn die große Anregung, die das Peuerbacher Symposium 2000 der Peuerbach-Forschung gegeben hat, läßt auch Erfolge bei der Suche nach weiteren Angaben erhoffen.

Grundlagen

Die Zahlenangaben für Sonne und Planeten beruhen auf der Theorie von Bretagnon-Francou, wie sie im Softwarepaket Uraniastar 1.1© [1] verwendet wird. Für den Mond wurde die Theorie von Brown-Eckert-Vondrak und für ΔT = DT-UT nach Spencer-Jones wie in [2] verwendet. Letztere stellt nach [3] Finsternisse bis ins 3. Jahrtausend v. Chr. derzeit am besten dar. Die Bahnelemente der Kometen stammen aus dem Catalogue of Cometary Orbits [4], die Sternörter aus dem PPM-Katalog (FK5-System) [5]. Die Graphiken wurden mit [1] erstellt.

Jupiter-Bedeckung durch den Mond, 1451 08 09

In den ersten Märztagen des Jahres 1451 war Peuerbach aus Italien nach Wien zurückgekehrt [6]. Als Lehrer und Forscher begann er hier eine bedeutsame Tätigkeit und beobachtete am 9. August kurz nach Sonnenuntergang die Bedeckung Jupiters durch den Mond [7].
Sie ereignete sich niedrig nahe Südsüdosten, weshalb anzunehmen ist, daß Peuerbach von einem höheren Gebäude, vielleicht von dem schon 1433 vollendeten Südturm von St. Stephan aus, beobachtete. In diesem Fall wäre wohl die 67m hoch

gelegene Türmerstube mit ihren verhältnismäßig großen Fenstern zweckmäßig gewesen, die nach dem Turmbrand von 1449 [8] wohl schon wieder zugänglich gewesen sein könnte. Für den Beobachtungsort in Wien wurden demnach die geographischen Koordinaten 16°22,4'E, 48°12,5'N und die Seehöhe (Adria) 171+67 = 238m verwendet. ΔT = +5m02s. Angaben für die Jupiter-Scheibenmitte.
Die Bedeckung begann um 19h33,1m mittlere Ortszeit = 19h30,0m wahre Ortszeit. Die bürgerliche Dämmerung war noch nicht zu Ende (Sonnentiefe 4,4°), weshalb eben gerade Jupiter, aber noch keine hellen Sterne sichtbar waren. Der Kontrast zwischen Dämmerungshimmel und dem fast vollen Mond (Alter 12,5 Tage) war deshalb gemildert; Jupiter (Azimut 146,5°, scheinbare Höhe 12,8°) hatte einschließlich 0,9mag Extinktion für klaren Himmel [9] die scheinbare Helligkeit -1,4mag und wurde vom dunklen, linken Mondoberrand bedeckt.
Das Ende der Bedeckung um 20h37,7m mittlere Ortszeit = 20h34,5m wahre Ortszeit trat kurz nach Ende der nautischen DämmerW1g (Sonnentiefe 13,5°) ein und war am hellen, linken Mondoberrand wegen Überstrahlung - wenn überhaupt - gewiß erst verspätet sichtbar; Jupiter (Azimut 161,2°, scheinbare Höhe 17,6°) hatte einschließlich 0,6mag Extinktion für klaren Himmel die scheinbare Helligkeit -1,7mag. Beobachtungsergebnisse liegen mir leider derzeit keine vor.

Komet 1P/Halley, 1456 K1

1983 haben D.K. Yeomans und T. Kiang [10] die Bahn des Halley'schen Kometen durch numerische Integration bis 240 v.Chr. zurück gesichert. Ihre Elemente für die Wiederkehr 1456 nach (4), T = +4,9m und reduzierte scheinbare Kopf-Gesamthelligkeit nach [11] lauten:

Epoche	1456 06 28,000 DT	Bahnneigung	162,890° 2000,0
Periheltermin	1456 06 09,636 DT	Periheldistanz	0,5797 AE
Perihelargument	105,835° (2000,0)	Num. Exzentrizität	0,96800
Knotenlänge	51,866° (2000,0)	Red.Helligkeit	+3,5mag (H10, ml)

Er zog im Bereich der Sichtbarkeit mit freiem Auge überhaupt (ml = +5,4 bis + 5,4mag) von April bis Juli 1456 vom Widder (+5/ + lmag) durch den Perseus (+1/0mag, Perihel), wechselte in den Fuhrmann (größter Glanz am 17. Juni mit -0,4mag bei einer Elongation 18° von der Sonne und Deklination +41°), und Luchs (-0,4/0mag, Schweiflänge geschätzt zu 60° (?) am 18.Juni, dann Erdnähe 0,45AE am 19.Juni ebenfalls dort) und bewegte sich weiter durch Krebs (0mag) und Löwen (0/ +3mag) bis in die Jungfrau (+3/ +5mag). Er wurde von 26.Mai bis 8.Juli beobachtet [11], und zwar außer in China und Japan sowie in Italien (Toscanelli) auch in Wien von Peuerbach.
Für Wien (Koordinaten wie im Vorabschnitt) kann angenommen werden, daß die Sichtbarkeit dieses Kometen mit freiem Auge bei klarem Himmel zwischen jenen

Terminen liegt, für die innerhalb der astronomischen Dämmerung (Sonnentiefe zwischen 12° und 18°) die scheinbare Gesamthelligkeit des Kopfes in 3° scheinbarer Höhe einschließlich 4,0mag Extinktion m1' = +5,4mag beträgt.
Hier begann demnach seine Sichtbarkeit für das freie Auge am org um den 31. Mai und endete nach Übergang auf den Abendhimmel Mitte Juni um den 29. Juni.
In den Mitteilungen des Instituts für Österreichische Geschichtsforschung, Band 68, 266-290 hat A. Lhotsky ein Gutachten ediert [12], das Peuerbach über den Kometen des Jahres 1456 verfaßte und das sich im Kodex XIX a 5 (L 200 oder N 214) in der Bibliothek des Bischöflichen Alumnates in St. Pölten befindet. Lhotsky schreibt dort: „Es ist eine dickleibige Papierhandschrift in altem Einband, im üblichen Kleinformat des 15.Jahrhunderts, und auf den Folien 143^{r}-149^{v} steht: Iudicium magistri Georgii de Peurbach super cometa, qui anno Domini 1456to per totum fere mensem Junii apparuit. Dieses Gutachten hat zweifelsfrei der Wiener Theologieprofessor und Historiograph Thomas Ebendorfer († 1464) vor sich gehabt und etwas verändert in seine *Cronica Austriae* übernommen."
In der genannten Chronik ist auch noch ein Gutachten Peuerbachs über den Kometen des Jahres 1457 in der Fassung von Ebendorfer enthalten. „Es steht sprachlich jenem für den Kometen von 1456 so nahe, daß hier gleichermaßen die Verarbeitung eines Peuerbach'schen Textes in Betracht zu kommen schien" (Lhotsky). Beide Gutachten hat K. Ferrari d'Occhieppo astronomisch bearbeitet und auch noch Näheres zu beiden in den Mitteilungen der Universitäts-Sternwarte Wien, Bd.11, 69-89, Wien 1960-1962, veröffentlicht [13].
Peuerbach schreibt in dem ersten Gutachten:
Nocte diem nonam Iunii sequente post medium noctis ad quartam hore partem stella caudata supra orizontem Wiennensem oriri mihi visa est, cuius caput iuxta stellam, que in dextro pede Persei ponitur, tunc apparuit, cauda vero contra signorum successionem versus caput Algol usque ad eam, que est in clune sinistro Persei, pretendebatur. Unde locum capias sextum Geminorum, in latitudine tamen 19 graduum, locum autem extremitatis caude 26^{rum} Thauri, in latitudine 22 graduum versus Arctos instrumentis deprehendi. Tota itaque eius a capite usque ad caude finem longitudo 10 gradibus subfuit. Movebatur autem motu primi mobilis continue eundem situm ad iam dictas stellas fvcas servando et cum eis versus cenith ascendendo, donec hora tercia post noctis medium aurore claritas eius sicut eciam stellarum Lumen obfuscaret.
Peuerbach hat also zunächst den Kometen kurz nach der Mitte der Nacht vom 9. auf den 10. Juni aufgehen sehen (.. *post medium noctis ad quartam hore parte .. oriri mihi visum est* ..) und deshalb wird der Beobachtungsort wie bei der Jupiterbedekkung mit (16°22,4'E, 48,12,5'N, 237m) anzunehmen sein. In der Tat ging der Kometenkopf um 0h12,5 MOZ = 0h12,7 WOZ auf und erreichte 37m später einschließlich 4,0mag Extinktion mit m1' = +4,1mag die scheinbare Höhe 3°. Er stand nahe bei dem Stern im rechten Fuß des Perseus (.. caput iuxta stella, que in dextro pede Persei ponitur ..), 58 Per, m = +4,2mag und der Schweif erstreckte sich bis zum Stern im linken Hinterschenkel des Perseus (.. cauda . .in clune sinistro Persei pretendebat ..), v Per, m = +3,8mag. Als Beobachtungsuhrzeit liegt nahe, jeweils den Beginn der nautischen Morgendämmerung (Sonnentiefe 12°) anzunehmen:

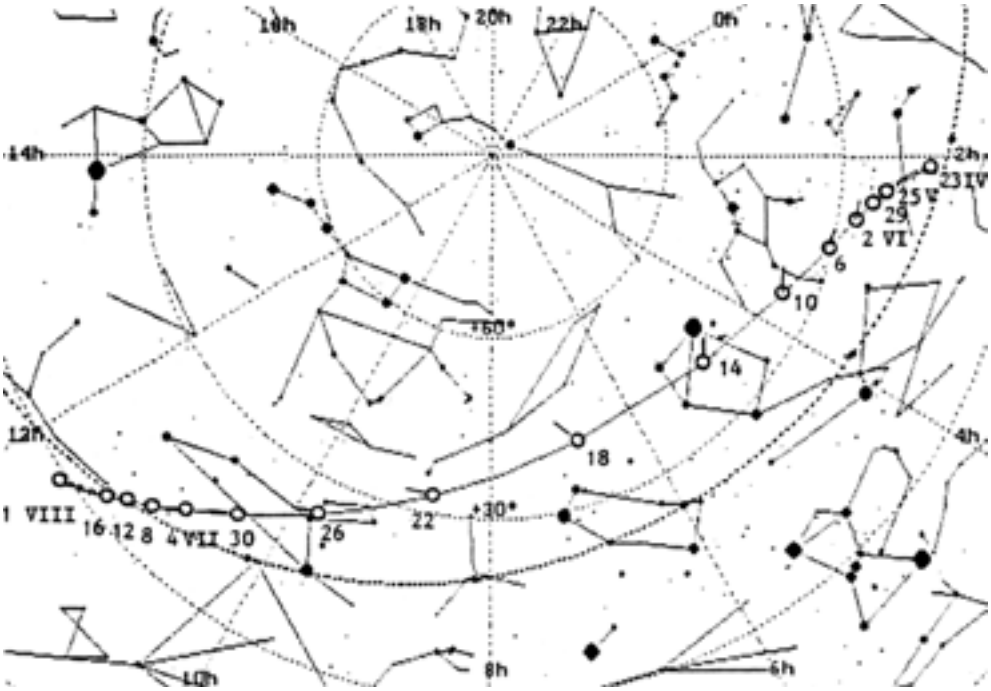


Abb.1: Die geozentrische Bahn des Kometen 1P/Halley für den Bereich der Freisichtigkeit, von April bis in den Juli 1456. Örter für 0h UT, bezogen auf 1456,5. Sterngrenzgröße +4,8mag. Die Schweifrichtung (nicht die scheinbare Schweiflänge) ist angedeutet.

In der folgenden Tabelle sind die zugehörigen Beobachtungsumstände für den 10. und 14. sowie - um den Lauf zu zeigen - für den jeweiligen Folgetag beschrieben und es bedeuten MOZ Mittlere und WOZ Wahre Ortszeit, A Azimut (NOSW), H' scheinbare Höhe, also einschließlich Refraktion), α bzw. δ geozentrische Rektaszension bzw. Deklination und λ. bzw. β geozentrische ekliptikale Länge bzw. Breite, bezogen auf 1456,5; m1 scheinbare Gesamthelligkeit des Kopfes ohne, m1' mit 0,9 / 1,0 / 1,3 / 1,5mag Extinktion für klaren Himmel.

1456	MOZ		WOZ		A	H'	α		δ	
julian.	h	m	h	m	°	°	h	m	°	'
Jun.10	2	17,5	2	17,5	50,3	+12,8	3	38,6	+35	23
Jun.11	2	17,5	2	17,3	47,8	+12,5	3	53,2	+36	42
Jun.14	2	17,5	2	16,7	37,7	+10,0	4	53,5	+40	20
Jun.15	2	18,5	2	17,5	33,8	+08,6	5	19,7	+41	08

1456	λ	β	m1	m1'
julian.	°	°	mag	mag
Jun.10	60,7	+15,4	+0,1	+1,0
Jun.11	64,0	+16,0	0,0	+1,0
Jun.14	76,8	+17,6	-0,3	+1,0
Jun.15	82,0	+17,9	-0,4	+1,1

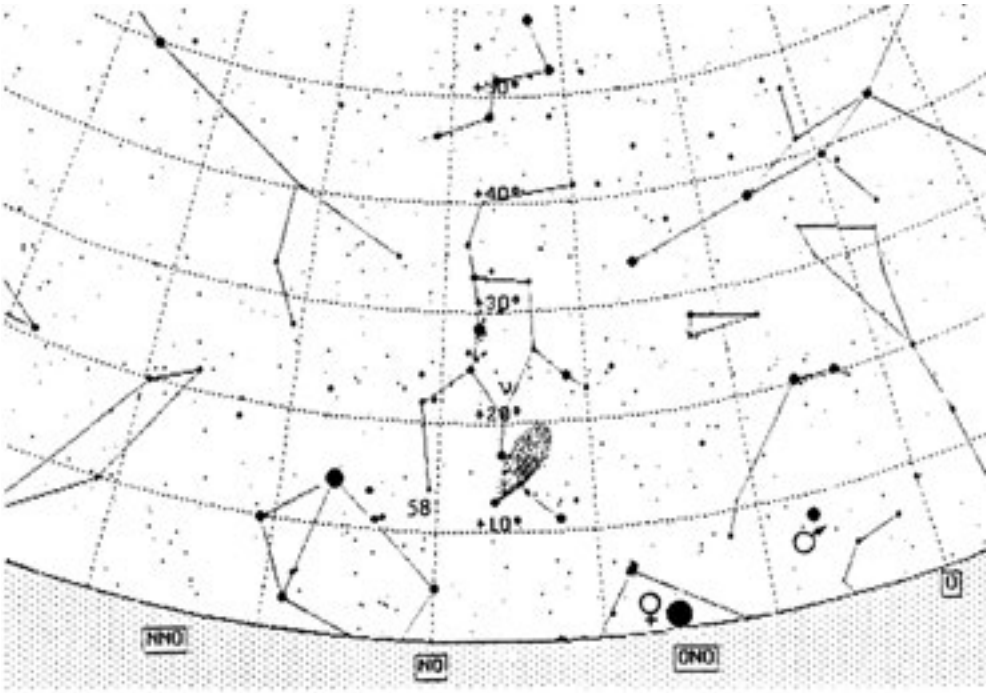


Abb.2: Komet 1P/Halley 1456 Juni 10, 2h17,5 MOZ = 2h17,5 WOZ, Wien. λ = 61°, β = +15°

Die graphischen Darstellungen sollen diese in Zahlenangaben dargestellten Himmelsanblicke besser vorstellbar machen. Ohne Berücksichtigung der Extinktion sind in den Abbildungen 2 bis 5 Sterne bis +6,0mag wiedergegeben und die Richtungen des Kometenschweifes - nicht aber dessen scheinbare Längen - sind angedeutet. Kartenausschnittin A 180° und in H 60°.
Am Morgen des 10.Juni fand Peuerbach für den Kopf des Kometen den Ort λ = 66° (6° Zwillinge), β = +19° und für das Schweifende λ = 59° (29 Stier), β = +22° mit Hilfe von Instrumenten (.. *instrumentis deprehendi* ..). In dem von Ferrari d'Occieppo [13] erstmals edierten deutschen Paralleltext [14] zu dem genannten Gutachten spricht Peuerbach gleich eingangs von „ .. *mit meynem astrolabi und der sphere ...* ". Letzteres könnte auf eine Armillarsphäre hindeuten, wie sie Ptolemaios in der Syntaxis [14] beschreibt und die nach entsprechender Einstellung ihrer geteilten Ringe ekliptikale Koordinaten abzulesen gestattet. Dabei könnte es sich um das armillenähnliche Gerät im Museum der Stadt Schweinfurt handeln [7], das vielleicht von Peuerbach stammt - worauf die ähnlichen Punzen wie auf dem Peuerbach-Astrolab hindeuten [6]. Dann wäre der zitierte Textteil ein erster Hinweis auf ihren Gebrauch durch Peuerbach zur Demonstration oder gar Beobachtung.- Die Schweiflänge gibt er zu 10° an.

Peuerbach setzt im Gutachten fort:
Verum licet ea nocte mihi visus sit, ante tarnen sex dies, scilicet in nocte terciam Junii sequente - ut vera relacione, cui credo, percepi - apparere incepit; postea vero noctibus

aliis pluribus iterum ortum eius et loca notando continue illa veriata reperi. Sie in nocte 13°m Junii sequente caput eius in 22do Geminorum cum latitudine 16 graduum inveni, ex quibus manifestum est motum proprium huius cometis secundum successionum signorum in 4 diebus naturalibus per 16 gradus in longitudine, in latitudine autem fuisse per 3.

Peuerbach berichtet aufgrund einer verläßlichen Nachricht, daß der Komet sechs Tage vor dem 10. Juni, in der Nacht vom 3. auf den 4. Juni, zu erscheinen begann (.. *apperere incepit.*). Die Rückrechnung zeigt, daß damals sein Kopf in 3° scheinbarer Höhe, noch während der astronomischen Dämmerung, die scheinbare Gesamthelligkeit m1' = 4,9mag hatte. Er habe ihn dann in verschiedenen Nachten beobachtet und seinen Kopf in der Nacht vom 13. auf den 14. Juni bei λ = 82° (22° Zwillinge), β = +16° gefunden. Die Abbildungen 2 und 3 stellen die Himmelsanblicke für den Beginn der nautischen Morgendämmerung am 10 und 14. Juni dar. Eine Vorstellung vom Wandern des Kometen geben die Abbildungen 4 und 5 je einen Tag später; dazu passen Peuerbachs Beobachtungen besser!
Den Versuch, die Entfernung des Kometen abzuschätzen, beschreibt er in seinem Gutachten; sein Ergebnis von rund 1000 Deutschen Meilen steht aber in Widerspruch zu der nicht gemessenen, aber als ganz gering erkannten Parallaxe. Aus der scheinbaren Schweiflänge von 10° am 10. Juni (übrigens zeigte sich damals der Schweif nahezu unverkürzt) folgert er damit fehlerhaft 80 Deutsche Meilen statt richtig rund doppelt so viele. K. Ferrari d'Occhieppo erläutert und kommentiert diese ganze, trotzdem achtenswert erstmals behandelte Thematik in [12].

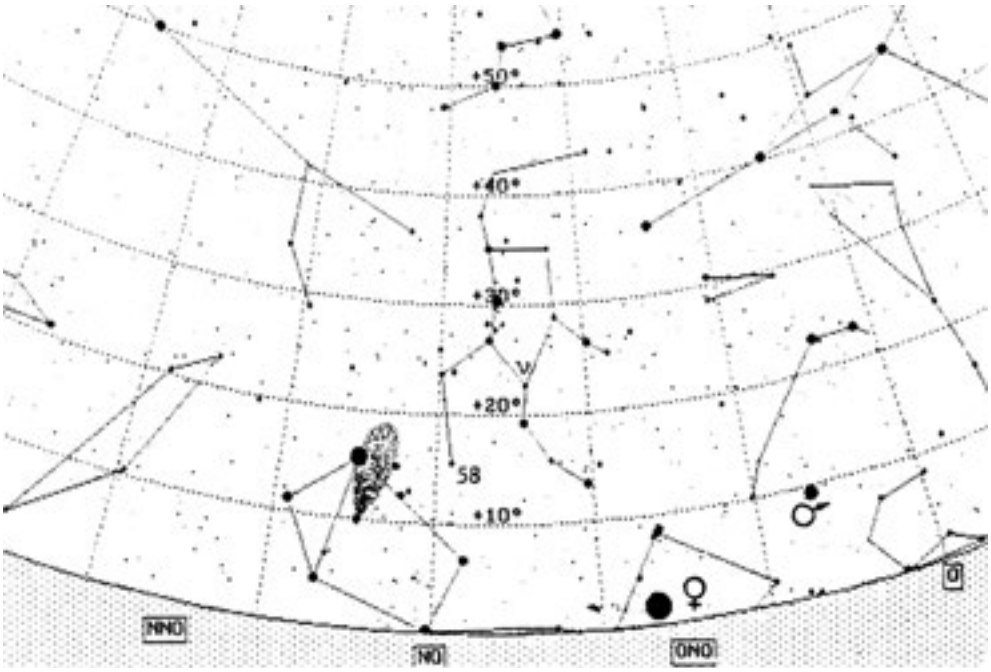


Abb.3: Komet lP/Halley 1456 06 14, 2h17,5 MOZ = 2h16,7 WOZ, Wien.
λ = 77°, β = +18°

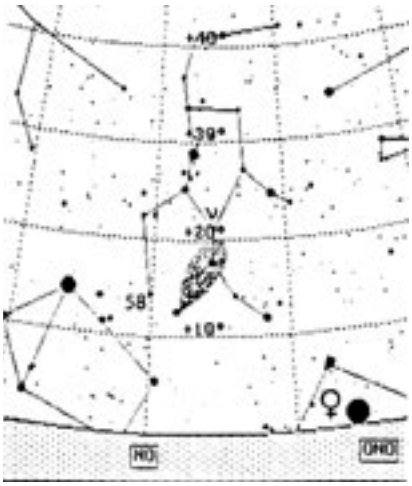


Abb.4: 1P/Halley 1456 06 11, 2h17,5 MOZ = 2h16,7 WOZ, Wien. λ = 64°, β = +16°

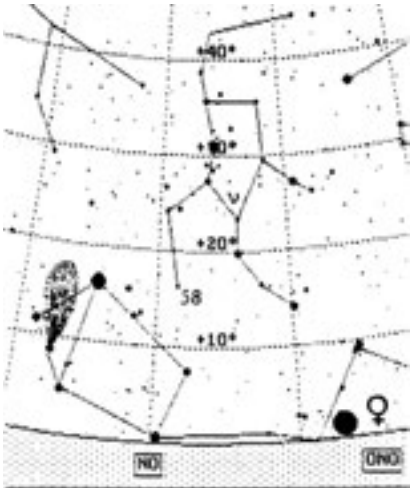


Abb.5: 1P/Halley 1456 06 15, 2h18,5 MOZ = 2h17,5 WOZ, Wien. λ = 82°, β = +18°

Komet 1457 L1= 1457 II

G.Celoria [16] hat aus den guten Beobachtungen P.dal Pozzo Toscanellis [17] folgende Bahnelemente abgeleitet [4]; ΔT = +4,9m, reduzierte scheinbare Kopf-Gesamthelligkeit nach [18].

Epoche	Periheltermin ?	Bahnneigung	7,335° (2000,0)
Periheltermin	1457 08 08, 108 DT	Periheldistanz	0,76991 AE
Perihelargument	183,281° (2000,0)	Num. Exzentrizität	1,0
Knotenlänge	187,551° (2000,0)	Red.Helligkeit	+3,1mag (H10, m1)

Er zog im Bereich der Sichtbarkeit mit freiem Auge überhaupt (m1 = +5,4 bis +5,4mag) von Mai bis Oktober 1457 vom Adler (+ 5/ +4mag) durch Wassermann (+4mag), Füllen (+3mag), Pegasus (+3/ +1mag, Schweif 20°, 22. Juni), Andromeda (+1mag), Fische (1mag), Andromeda (0mag, Erdnähe 0,27 AE, 2. Juli), Dreieck (0mag), Perseus (größter Glanz +0,2mag bei Elongation 67° von der Sonne und Deklination + 35°, 11. Juli), Fuhrmann (0mag), Stier (1mag), Zwillinge (+ 1/ +2mag, Perihel) und Krebs (+2/+5mag). Beobachtet: 15. Juni -26. Oktober (?).
Beobachtungen liegen aus China, Japan, Korea und Italien (Toscanelli), leider aber bislang keine von Peuerbach vor; es besteht aber Gewißheit, daß er solche angestellt hat.
Für Wien (Koordinaten wie imVorabschnitt) begann seine Sichtbarkeit für das freie Auge - bei diesem Kometen wohl das sichtbare Erreichen der scheinbaren Gesamthelligkeit des Kopfes von ml = +5,4mag - in der zweiten Hälfte der Nacht, also

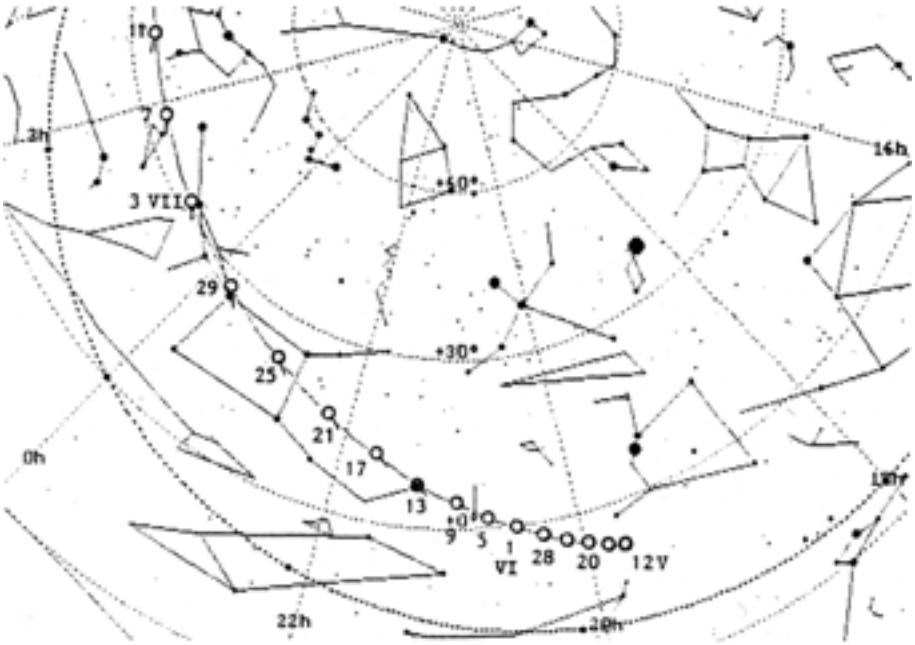


Abb.6: Die geozentrische Bahn des Kometen 1457 L1 für den Bereich der Freisichtigkeit, Abschnitt Mai bis Juni 1457. Örter für 0h UT, bezogen auf 1457,6. Sterngrenzgröße +4,8mag. Die Schweifrichtung (nicht die Schweiflänge) ist angedeutet.

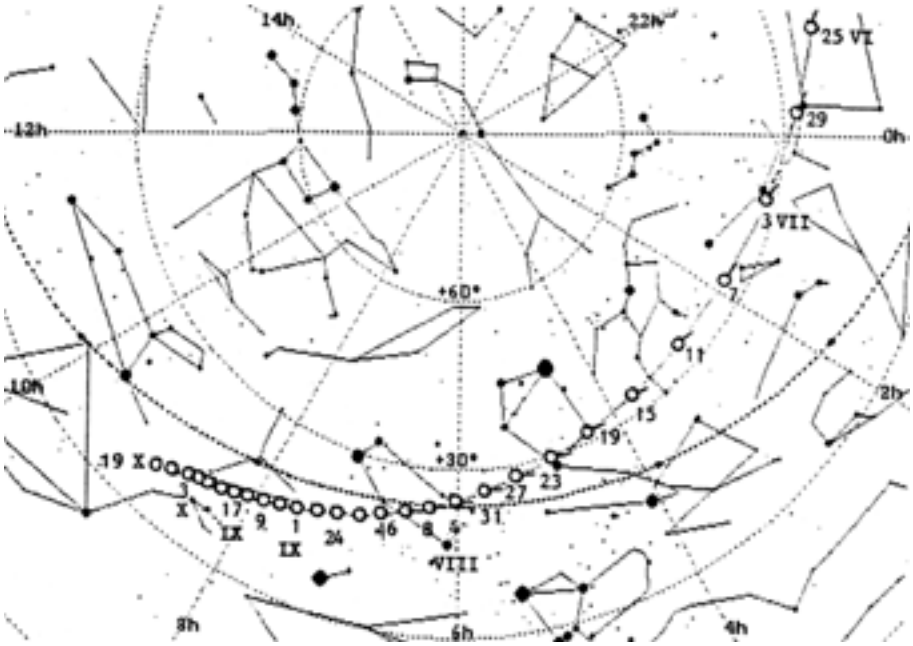


Abb.7: Die geozentrische Bahn des Kometen 1457 L1, Fortsetzung Abb.6 bis Oktober 1457.

vor dem Beginn der Morgendämmerung etwa um den 12. Mai herum und endete, ebenfalls in der zweiten Hälfte der Nacht, also auch vor dem Beginn der Morgendämmerung, um den 18. Oktober herum.
Wie im Vorabschnitt erwähnt, hat A. Lhotsky aus der Chronica Austriae noch ein weiteres Gutachten Peuerbachs in der Fassung von Th. Ebendorfer über den Kometen von 1457 (1457 L1) ediert [12]. K. Ferrari d'Occhieppo hat auch dieses ebendort astronomisch bearbeitet und daraufhin die dort benützte Vorlage Peuerbachs gesucht. Die Suche blieb zwar offenbar bislang erfolglos, führte aber zur Auffindung von zwei Paralleltexten zu dem erwähnten Gutachten über den Kometen von 1456, die er in [13] edierte und ebenfalls kommentierte. Zum Gutachten über den Kometen von 1457 führt er dort auf p. 79 aus:
„Obwohl bisher keine Arbeit darüber von Peuerbach oder Regiomontanus gefunden wurde, besteht doch kein Zweifel daran, daß Ebendorfer eine solche vor Augen gehabt haben muß; denn die rein astronomischen Angaben seines Berichtes sind sogar ausführlicher als 1456, aber hier wie dort infolge seines nicht durch genügende Sachkenntnis geleiteten Strebens nach selbständiger Formulierung gegenüber den wirklichen Verhältnissen etwas in Verwirrung geraten". Ebendorfers Text gibt aber auf die Originalarbeit Hinweise, die K.Ferrari d'Occhieppo in [13], p. 81 wie folgt zusammenfaßt:
„Jedenfalls stützte sich diese Arbeit auf eine rund 6 Wochen umspannende Beobachtungsreihe und müßte daher nach heutiger Auffassung bei weitem wertvoller sein als das wesentlich schlechter fundierte Gutachten von 1456 oder dessen deutschsprachige Vorläufer".
So muß auf die Auffindung verläßlicher Nachrichten über Peuerbachs Beobachtungsergebnisse am Kometen 1457 L1 gewartet werden, der nur in der zweiten Nachthälfte und schwächer als jener von 1456 sichtbar und aus beiden Gründen nicht so auffällig war. Deshalb wurden wohl auch die Nachrichten über diesen Kometen spärlicher verbreitet.

Totale Mondfinsternis, 1457 09 03/04

Diese Mondfinsternis beobachtete Peuerbach mit Regiomontanus in Melk [7]. Als Beobachtungsort könnte der 60m hohe, gegen die Donau steil abfallende Felsen gedient haben, auf dem die unter Markgraf Leopold II 1089 gegründete, 1701-1738 neuerbaute Benediktinerabtei steht. Die Koordinaten lauten: 15°19,9'E, 48°13,7'N, 248m. Der Mond war um 18h06 MOZ= 18h11 WOZ nahe Osten aufgegangen. Der Eintritt in den Kernschatten erfolgte am linken Unterrand des Mondes, nahe dem Mare Humorum, der Austritt schon nach Mitternacht, also nach heutiger Zählung wäre es das Folgedatum, am rechten Unterrand nahe dem Mare Fecunditatis. Die Finsternisgröße zur Finsternismitte betrug 1,252. Während des freisichtigen Finsternisverlaufs zog der Mond hoch vom Südosten bis Südsüdwesten.
Unter Verwendung der Sonnentheorie von Bretagnon-Francou nach [1], der Mondtheorie von Brown-Eckert-Vondrak nach [2] sowie ΔT = +4m50s ergeben

sich folgende Daten mit der Schattenvergrößerung nach Danjon [19], mit welcher die tatsächlichen Verhältnisse dargestellt werden [20], [21]. Die Uhrzeiten mit * beziehen sich auf den 4. September.
Es bedeuten MOZ Mittlere und WOZ Wahre Ortszeit Melk, P Positionswinkel der Richtung Mondmitte-Schattenmitte, A Azimut (NOSW) und H' scheinbare topozentrische Höhe der Mondmitte. Unter η Tau sind Azimut und scheinbare Höhe von η Tau, Alkyone, α = 3h15,6, δ = +22°17'(1457,7), m1 = +2,9mag, angegeben. Bei Anfang und Ende der Freisichtigkeit beträgt die mittlere, hier verwendete Finsternisgröße im Halbschatten erfahrungsgemäß 0,700.

Phase der Finsternis	MOZ		WOZ		P
	h	m	h	m	°
Eintritt in den Halbschatten	20	27,7	20	31,9	85,3
Anfang der Freisichtigkeit	21	08,4	21	12,6	89,6
Eintritt in den Kernschatten	21	23,4	21	27,6	92,0
Anfang der Totalität	22	28,4	22	32,6	118,0
Mitte der Finsternis	23	03,0	23	07,3	162,5
Ende der Totalität	23	37,7	23	42,0	206,9
Austritt aus dem Kernschatten	*00	42,7	*00	47,0	232,9
Ende der Freisichtigkeit	*00	57,7	*01	02,0	235,3
Austritt aus dem Halbschatten	*00	38,4	*01	42,7	239,6

Phase der Finsternis	A	H'	η Tau	
	°	°	°	°
Eintritt in den Halbschatten	124	+21		
Anfang der Freisichtigkeit	133	+26		
Eintritt in den Kernschatten	137	+28	70,3	+12,5
Anfang der Totalität	154	+34	81,6	+22,9
Mitte der Finsternis	164	+36	87,9	+28,7
Ende der Totalität	174	+37	94,4	+34,5
Austritt aus dem Kernschatten	194	+37	108,4	+45,1
Ende der Freisichtigkeit	198	+36		
Austritt aus dem Halbschatten	210	+34		

Bestimmung der örtlichen Uhrzeit:

Mit einem Astrolabium - möglicherweise mit dem im Germanischen Nationalmuseum in Nürnberg bewahrten Peuerbach-Astrolabium aus dem Jahre 1457 - wurden die Höhen des Hauptsterns der Plejaden, Alkyaie, bei Anfang und Ende der Finsternis mit der Diopterregel an der Teilung auf der Astrolab-Rückseite gemessen [7], p. 56. Aus diesen Höhen konnte mit den Netzelementen auf der Astrolab-Vorderseite - durch vermutlich korrigierte Interpolation für die betreffende geographische Breite - die örtliche Uhrzeit ermittelt werden.
Solche Uhrzeiten können in mittleren nördlichen geographischen Breiten aus Höhen von Sternen mit nicht allzu großer nördlicher Deklination im oder nahe dem Ostwest-Vertikal (Azimut 90°/270°) am genauesten bestimmt werden, weil dort die Höhenänderung mit der Uhrzeit besonders schnell erfolgt. Peuerbach und Regiomontanus haben deshalb bei dieser Finsternis Alkyone gewählt - siehe deren Azimut und scheinbare Höhe in obiger Tabelle.
Beispielsweise entspricht beim Anfang der Totalität einem Grad Höhenänderung bei Alkyone eine Uhrzeitänderung von 6m03s. Da der Abstand der beiden Lochabsehen auf der Diopterregel des Peuerbach-Astrolabiums nur rund 102mm beträgt und sie je etwa 1,5mm Ø haben, ist wohl bei sorgfältiger Handhabung in diesem und ähnlichen Fällen ein Meßfehler von etwa ±1/2° oder rund ±3m zu erzielen.- Einer auf ±0,1° gemessenen Höhe entspräche daher eine auf ±0,6m genaue Uhrzeit.
Leider liegen mir derzeit von den beiden Beobachtern keine gemessenen Uhrzeiten dieser Finsternis vor - vielleicht finden sie sich in Zukunft.

Partielle Mondfinsternis, 1460 07 03

Diese Mondfinsternis beobachteten Peuerbach und Regiomontanus in Wien. Weil sie sehr tief zwischen Ostsüdosten und Südosten begann, ist wohl wieder als Beobachtungsort die Türmerstube von St.Stephan (16°22,4'E, 48°12,5'N, 238m) anzunehmen. Der Mond war um 19h45,5 MOZ = 19h41,1 WOZ zwischen Ostsüdosten und Südosten kurz nach Beginn der Freisichtigkeit aufgegangen, wäre aber der Kimmdepression wegen schon etwas früher zu sehen gewesen. Die verfinsterte Stelle am Unterrand des Mondes nahe Tycho lag beim Eintritt in den Kernschatten in nur 1,3° scheinbarer Höhe. Zur Mitte der Finsternis (Größe 0,280) verlief der Kernschattenrand etwa vom Südrand des Mare Nubium zum Südrand des Mare Nectaris und zu rund einem Drittel des Monddurchmessers war der rechte untere Mondteil verfinstert. Der Austritt aus dem Kernschatten erfolgte am rechten Unterrand des Mondes, beim Mare Australe. Während des freisichtigen Finsternisverlaufs stieg der Mond vom Aufgang zwischen Ostsüdosten und Südosten in den niederen Südsüdosten. Rechts neben dem Mond, zur Finsternismitte 3,7° entfernt, stand Saturn. Ein Uhrzeitstern ist leider nicht genannt.
Mit den gleichen Grundlagen und Symbolen wie bei der im Vorabschnitt behandelten Finsternis, aber mit ΔT = +4m45s, ergeben sich die folgenden Daten:

Phase der Finsternis	MOZ		WOZ		P	A	H'
	h	m	h	m	°	°	°
Eintritt in den Halbschatten	18	25,5	18	21,1	119,5	109	-12
Anfang der Freisichtigkeit	19	23,0	19	18,6	132,0	119	-04
Eintritt in den Kernschatten	20	00,7	19	56,3	145,0	126	+02
Mitte der Finsternis	21	03,4	20	59,0	177,1	138	+09
Austritt aus dem Kernschatten	22	06,1	22	01,7	209,3	151	+15
Ende der Freisichtigkeit	22	43,7	22	39,3	222,3	159	+17
Austritt aus dem Halbschatten	23	41,2	23	36,8	234,8	173	+20

Beobachtungsergebnisse von dieser nur ungünstig sichtbaren und noch dazu partiellen, nicht eben großen Finsternis liegen mir leider nicht vor - vielleicht finden sich noch welche! E.Zinner deutet in [7], p. 42,43 an, daß mit ihrer Beobachtung Peuerbachs neue Finsternistafeln „Tabulae eclypsium" (1459) [22], [6], geprüft werden sollten. In ihnen werden in den Beispielen die beiden Mondfinsternisse von 1460 als künftige bezeichnet.

Totale Mondfinsternis, 1460 12 27/28

Auch diese Mondfinsternis beobachteten Peuerbach und Regiomontanus in Wien; es werden wieder, obwohl sich die Finsternis diesmal in hoch am Himmel ereignete, der Einheitlichkeit halber die gleichen Koordinaten wie im Vorabschnitt verwendet. Der Mond war um 15h55,5 MOZ = 15h48,6 WOZ zwischen Nordosten und Ostnordosten aufgegangen. Der Eintritt in den Kernschatten erfolgte am linken Mondrand, nahe Aristarch, der Austritt, am Folgedatum, am rechten Unterrand des Mondes, nahe dem Mare Crisium. Die Finsternisgröße zur Finsternismitte betrug 1,284. Während des freisichtigen Finsternisverlaufs zog der Mond sehr hoch von Südsüdosten bis nahe Westsüdwesten.
Mit den gleichen Grundlagen wie bei der im Vorabschnitt behandelten Mondfinsternis, aber mit ΔT = +4m44s, ergeben sich folgende Daten (R). Die Uhrzeiten mit * beziehen sich auf den 28. Dezember. Unter α Boo sind Azimut und scheinbare Höhe von α Boo, Arcturus (arabisch Al Simak al Ramih, davon degeneriert Al Ramec [23], nach [7], p. 43 bei Peuerbach Alramech) α = 16h43,9, δ = +22°03' (1461,0), m1 = 0,0mag, angegeben.

Phase der Finsternis	MOZ		WOZ		P	A	H'	α Boo	
	h	m	h	m	°	°	°	°	°
Eintritt in den Halbschatten	22	37,3	22	30,3	79,1	140	+59		
Anfang der Freisichtigkeit	23	17,8	23	10,8	75,1	157	+62	58,7	+02,5
Eintritt in den Kernschatten	23	33,8	23	26,8	72,8	165	+63	61,6	+04,7
Anfang der Totalität	*00	37,5	*00	30,5	48,7	197	+63	72,8	+14,4
Mitte der Finsternis	*01	13,7	*01	06,7	1,1	213	+60	79,1	+20,3
Ende der Totalität	*01	49,9	*01	42,9	313,5	227	+57	85,6	+26,2
Austritt aus dem Kernschatten	*02	53,6	*02	46,6	289,5	246	+48	97,7	+36,9
Ende der Freisichtigkeit	*03	09,6	*03	02,5	287,1	250	+46	101,0	+39,5
Austritt aus dem Halbschatten	*03	50,1	*03	43,0	283,1	258	+39		

Für diese sehr günstig sichtbare Mondfinsternis gibt es Vergleichsuhrzeit n (R'), die Peuerbach nach seinen „Tabulae Eclypsium" berechnet hat. Auch liegen gemeinsame Uhrzeitbestimmungen (B) von Peuerbach und Regiomontanus vor [7], p. 43: diese erhielten sie aus der - möglicherweise wieder mit dem Peuerbach-Astrolab - gemessenen Höhe von α Boo bei Anfang und Ende der Totalität mit der Polhöhe 48°22'.

Quelle	Totalität Anfang			Totalität Ende			Dauer		
MOZ	h	m	m	h	m	m	h	m	m
Nach „Tabulae Eclypsium" berechnet (R')	0	42	R'-R +4,5	1	58	R'-R +8,1	1	16	R'-R +3,6
Peuerbach mit Regiomontanus beobachtet	0	47	B-R +9,5	1	55	B-R +5,1	1	08	B-R -4,4

Genauigkeit der Messung:

Es mögen korrekte äquatoriale Sternkoordinaten vorausgesetzt werden. Dann führt die Reduktion der Höhen von α Boo unter Berücksichtigung der Refraktion hier zunächst mit der ***um 8,5' zu groß angenommene Polhöhe*** bei Totalitätsanfang auf eine um 0,3m und bei Totalitätsende auf eine um knapp 0,1 m ***frühere*** Uhrzeit. Wird ferner unterstellt, daß die hier gemessenen scheinbaren Höhen ***nicht auf Refraktion korrigiert***, also als wahre Höhen zur Uhrzeitbestimmung verwendet worden wären, so hätten sich daraus mit der richtigen Polhöhe bei Totalitätsanfang eine um 0,4m und bei Totalitätsende eine um 0,2m ***spätere*** Uhrzeit ergeben. Ohne Wissen um die Ursachen der Refraktion hätten die beiden Beobachter aber doch von ihrer Wirkung Kenntnis haben können, denn schon Ptolemaios fand, daß die Poldistanz eines

Sterns bei dessen Kulmination merklich kleiner sei als beim Auf- oder Untergang [24]. Aber erst Tycho stellte 1590 eine Refraktionstafel für Sterne her [25].
Die durch die fehlerhafte Polhöhe und Nichtberücksichtigung der Refraktion verursachten Uhrzeitfehler hätten sich also praktisch aufgehoben. Wie obige Tabelle zeigt, lag der Fehler für den Anfang bzw. das Ende der Totalität nach den „Tabulae Eclypsium" bei +4,5m bzw. +8,1m und der gesamte Meßfehler bei Peuerbach und Regiomontanus bei +9,5m bzw. +5,1m. Der Gesamtmeßfehler setzt sich aus einem zufälligen und einem systematischen Anteil zusammen. Letzterer fällt bei der Messung von Zeitunterschieden heraus. Im Fehler für die Dauer der Totalität zeigt sich daher bei den beiden Beobachtern der zufällige Fehler von rund 4m. Die Übereinstimmung mit dem aus der Instrumentengeometrie geschätzten Fehler (siehe Mondfinsternis 1457 09 03/04) ist vorzüglich. Da hier, bei α Boo, 1° in Höhe 6,1m entspricht, bedeutet das in Höhe einen zufälligen Meßfehler von ± 2/3°. Mehr war mit dem kleinen Astrolab Peuerbachs von 128mm Durchmesser gewiß nicht zu erwarten und beweist dessen genaue Ausführung und Handhabung.

Literatur und Quellen

[1] Pietschnig, M., Vollmann, W.: Uraniastar 1.1, Version 2000 04 04. Softwarepaket für IBM-PC und compatible aus Wien. <pietschnig@utanet.at>,<vollmann@ping.at>.Wien 1995.

[2] Mucke, H, Meeus, J.: Canon of Solar Eclipses, -2003 to +2526. Astronomisches Büro, 2.Auflage, Wien 1992.

[3] Pang., K.D., Yau, K.K., Chau, H-H: Postglacial Rebound and Other Influences on the Earth's Secular Rotation Rate, from Analysis of Ancient Eclipse Records. Georesearch Forum Vols. 3-4, 459-488. Trans Tech Publications, Schweiz 1998.

[4] Marsden, B.G., Williams, G.V.: Catalogue of Cometary Orbits 1999. 13th Ed., International Astronomical Union, Central Bureau for Astronomical Telegrams & Minor Planet Center, Cambridge, Mass., 1999

[5] Röser, S., Bastian, U.: PPM Star Catalogue, Positions and Proper Motions J2000,0. Vols.1-4, Astronomisches Rechen-Institut, Heidelberg 1993.

[6] Samhaber, F.: Die Zeitzither. Georg von Peuerbach und das helle Mittelalter. Verlag Wambacher, Raab OÖ 2000.

[7] Zinner, E.: Leben und Wirken des Joh. Müller von Königsberg. Verlag O.Zeller, 2., vom Verfasser verbesserte und erweiterte Auflage, Osnabrück 1968.

[8] Czeike, F.: Das Große Groner Wien Lexikon. Verlag F. Molden, Wien 1974.

[9] Mucke, H: Refraktion und Extinktion. In den Seminarpapieren 1992/1993, Modeme Astronomische Phänomenologie, Astronomisches Büro für Österreichischen Astronomischen Verein, Wien 1993.

[10] Yeomans, D.K., Kiang, T.: The long-term motion of comet Halley. Monthly Notices Roy.Astron.Soc.197, 633-646, 1981.

[11] Mucke, H: Der Komet P/Halley als säkulare Himmelserscheinung. Die Sterne, 61, 5/6, 276-287, J.A.Barth, Leipzig 1985. Dazu: Das säkulare Helligkeitsverhalten des Kometen P/Halley. MS unveröff., Astronomisches Büro, Wien 1983.

[12] Lhotsky, A., Ferrari d'Occhieppo, K.: Zwei Gutachten Georgs von Peuerbach über Kometen (1456 und 1457). Mitteilungen des Instituts für Österreichische Geschichtsforschung, 68.Band, H. Böhlaus Nachf., Graz-Köln 1960.

[13] Ferrari d'Occhieppo, K.: Weitere Dokumente zu Peuerbachs Gutachten über den Kometen von 1456 nebst Bemerkungen über den Chronikbericht zum Sommerkometen 1457. Mitteilungen der Universitäts Sternwarte Wien, Band 11, aus dem Anzeiger und den Sitzungsberichten der Österreichischen Akademie der Wissenschaften in Wien, 1960-1962.

[14] Codex Vindobonensis Palatinus (Österr.Nationalbibliothek) Nr.4756, fol.139/140.

[15] Ptolemaios, C.: Syntaxis, V,1, Konstruktion des (sphärischen) Astrolabs. Nach Manitius, Handbuch der Astronomie, Band I , deutsche Übersetzung mit Vorwort und Berichtigungen von O. Neugebauer. B.G.Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig 1963.

[16] Celoria, G.: Sulle osservazioni di comete fatte da Paolo dal Pozzo Toscanelli, Publ.R.Osservatorio Brera-Milano 55, 45 (1921).

[17] Celoria, G.: Astronomische Nachrichten, Bd.110, Nr.2627.

[18] Vsekhsvyatskii, S.K.: Fizicheskie kharakteristiki komet. Gosudarstvennoe Izdatel'stvo Fiziko-matematicheskoi Literatury, Moskva 1958. Aus dem Russischen: Physical Characteristics of Comets, Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem 1964.

[19] Danjon, A: Les éclipses de Lune par la pénombre en 1951; L' Astronomie, Vol.65, 51-53 (Feb.1951).

[20] Mucke, H.: Kleinste freisichtige Finsternisgrößen, in den Seminarpapieren 1997, Angwandte Astronomische Phänomenologie, Astronomisches Büro für Österreichischen Astronomischen Verein, Wien 1997.

[21] Mucke, H.: Die Berechnung von Mondfinsternissen und der „Canon of Lunar Eclipses, -2002 bis +2526". In den Seminarpapieren 1999, Astronomisches Büro für Österreichischen Astronomischen Verein, Wien 1999.

[22] Purbachius, G.: Tabulae eclypsiwn Von Peuerbach auf dem Totenbett 1463 Kardinal Bessarion übergeben. Bibliotheca Marciana, Lat.89 (342), Venedig.

[23] Allen, R.H.: Star Names, Their Lore and Meaning. Dover Publications Inc., New York 1963. Ungekürzter und verbesserter Nachdruck von des Autors Originalwerk unter dem Titel „Star-Names and Their Meanings", G.E. Stechert, 1899.

[24] Krisch (Krziz), A.: Astronomisches Lexikon. A. Hartlebens Verlag, Wien, Pest, Leipzig, um 1905.

[25] Thoren, V.E., with contributions by Christianson, J.R.: The Lord of Uraniborg. Cambridge University Press, 1990.

Genäherte Übersetzung Gutachten 1 Auszug:

In der auf den 9. Juni folgenden Nacht sah ich ein (drei) Viertel Stunde nach Mitte der Nacht den Schweifstern über dem Wr. Horizont aufgehen, dessen Kopf erschien nahe bei dem Stern, der im rechten Fuß des Perseus liegt, der Schweif erstreckte sich gegen die Zeichenfolge gegen den Kopf Algol bis zu jenem der im linken Steiß des Perseus. Den Ort erfaßte ich mit den Instrumenten als 6.Grad der Zwillinge, in Breite jedoch 19 Grade, der Ort des Schweifendes war der 26.Grad des Stiers, in Breite 22 Grade. Die Länge vom Kopf bis zum Schwanzende war 10 Grade. Mit der täglicher Bewegung bewegt, behielt er seinen Ort bei den genannten Sternen bei und stieg mit jenen gegen den Zenit empor, bis in der dritten Stunde nach der Mitte der Nacht sein Glanz und auch das Licht der Sterne durch die Morgendämmerung ausgelöscht wurde. Mir wurde er erstmals in jener Nacht tatsächlich sichtbar, aber er begann in der dem 3.Juni folgenden Nacht, nach einer richtigen Nachricht, die ich glaube, zu erscheinen. Später habe ich seinen Aufgang am bezeichnetem Ort, verschiedentlich in anderen Nächten mehrfach erfaßt. So kam in der dem 13.Juni folgenden Nacht dessen Kopf in den 22.Grad der Zwillinge in 16 Graden Breite, woraus sich ergibt, daß die wahre Bewegung dieses Kometen in 4 natürlichen Tagen 16 Grade in Länge und 3 in Breite gewesen ist. Wird eine gleichförmige Bewegung angenommen, die in der genannten Zeit von jedem Gelehrten verfolgt werden könnte, wird durch die Rechnung nachgewiesen, daß am Anfang seiner Erscheinung der Ort des Kopfes rund 12 Grade im Stier bei 24 Graden in Breite, das Ende des Schweifes etwa 2 Grade im Stier bei 27 Graden in Breite stand. Offensichtlich ist er in rund einem Mondmonat vom Anfang des Stiergesichts in den Anfang der Jungfrau gelangt und war daher anfänglich morgens vor Sonnenaufgang, später abends nach Sonnenuntergang zu sehen.

Wolfgang Kaunzner

Von Georg von Peuerbach zu Johannes Kepler - Zwei Jahrhunderte mathematischer Entwicklung im Abendland

Emil A. Fellmann, Basel, in Freundschaft zum 75. Geburtstag

Wie gelangten mathematische Kenntnisse in den hiesigen Sprachraum?

Man spricht gewöhnlich von einigen Renaissancen, in denen das kulturelle und zum Teil auch das zivilisatorische Erbe der Völker des Orients im Okzident übernommen wurde, d. h. von den Phasen des in Westeuropa vollzogenen Wiederaufbereitens der antiken - meist griechischen und muslimischen - Kenntnisse und Erkenntnisse:
[l] Die karolingische Frührenaissance im 8./9. Jahrhundert läßt sich wohl in ihrem Keim mit auf islamischen Einfluß zurückführen: „Harun al Raschid [etwa 763 - 809] legte so großen Eifer für die Wissenschaft an den Tag, daß er selbst mit dem fernen Westen Verbindungen anknüpfte und in gegenseitigen Geschenken mit Karl dem Grossen [742-814] wissenschaftliche Schriften austauschte."[1] Der damalige hiesige kulturelle Aufschwung unter Alkuin von York (um 735 - 804), der während seiner Tätigkeit am Aachener Hof schon die Schulpflicht für Knaben vorsah[2], eröffnete vermutlich mit eine jahrhundertelange Entwicklung, in der das Abendland zumindest bis zum Ausklang des Mittelalters zum Schuldner des Morgenlandes wurde.
[2] Über Spanien erfolgte in der zweiten Hälfte des zehnten Jahrhunderts eine arabischlateinische Transmission, als die Mozaraber - arabisierte Christen - im katalanischen Kloster Ripoll und in Barcelona ihre Übersetzertätigkeit durchführten; entlang der Handelsroute, die Rhone und Rhein folgte, gelangte dieses Wissen auch in den deutschsprachigen Raum[3].
[3] Im zwölften Jahrhundert wurde in Sizilien direkt griechisch-lateinisch übersetzt, als man auf entsprechende Manuskripte aus Byzanz - seit 330 Konstantinopel

1 Matthäus Sterner: Geschichte der Rechenkunst, Teil 1, München und Leipzig 1891, S. 91.

2 Man sehe etwa Karl Werner: Alcuin und sein Jahrhundert, Paderborn 1876, 4. Kapitel, S. 34-40: „König Karls Pläne und Maßnahmen zur Hebung und Verallgemeinerung des Unterrichtswesens im fränkischen Reiche. Alcuins und anderer Männer Antheil und Mitwirkung bei denselben."

3 Juan Vemet: Mathematik, Astronomie, Optik, in: Das Vermächtnis des Islams. Die Bibliothek des Morgenlandes, Band II, Zürich und München 1980, S. 238-271, hier S. 267f.

- zurückgriff, den Ort, an dem das fast 1500 Jahre alte klassische griechische Wissen gesammelt und bewahrt worden war und somit die Zeiten überdauert hatte; vor der Vertreibung der Gelehrten aus Konstantinopel durch die Türken im Jahre 1453 kehrte z.B. Francesco Filelfo (1398-1481) bereits 1427 mit einer großen Zahl griechischer Schriften nach Florenz zurück[4], „darunter auch die vier ersten Bücher des bisher fast unbeachteten Apollonios"[5] von Perga (wirkte um 200 v. d. Z.).

[4] Die große Entlehnungs- und Übersetzerbewegung aus dem Arabischen brachte im zwölften Jahrhundert als Folge der direkten Berührung von Muslimen, Juden und Christen im arabisch-lateinischen Grenzbereich in Spanien eine gewaltige Menge an bis dahin unbekanntem Wissensstoff nach Europa, so auch die Geometrie Euklids (um 295 v. d. Z.), die Grundrechenarten in frühen Formen der indisch-arabischen Zahlzeichen und die Algebra.

Viele Werke der Griechen - Aristoteles (384-322), Euklid, Klaudios Ptolemaios (um 100 - um 170) - und etliche der Muslime standen somit im 13. Jahrhundert den abendländischen Interessenten schon dadurch zur Verfügung, daß seinerzeit ein reger wissenschaftlicher Austausch zwischen den einzelnen gelehrten Stätten - dies waren großenteils die Klöster, insbesondere die Benediktiner - stattfand; die überkommenen Schriften wurden eifrig kopiert und dadurch verbreitet. Nun, als man auf diesen bedeutsamen Schatz an philosophischen Erkenntnissen und an naturphilosophischen Betrachtungen zurückgreifen konnte, begann Albertus Magnus (um 1208 - 1280) zu wirken.

Nachdem sich das Zentrum der Wissenschaften bereits im 13. Jahrhundert von den spanischen Übersetzerschulen weg nach Norden verlagert hatte und die geistigen Errungenschaften der Griechen und der Muslime somit in die neu aufkommenden Universitäten in Frankreich und in England gelangt waren, folgten die großen Scholastiker dieses Zeitabschnitts in ihrer Auffassung von der Philosophie den Vorstellungen des Aristoteles: „Philosophie war ihnen gleichbedeutend mit dem Inbegriff aller natürlichen Disziplinen: der metaphysischen, mathematischen, naturwissenschaftlichen, nicht ausgeschlossen die praktischen: der Ethik, Staats- und Sozialwissenschaften und selbst der Künste. Wem war diese Auffassung eigener als Albert v. Bollstätten, der durch seine Universalität alle Großen seiner Zeit, überhaupt das ganze Mittelalter, überragte und dem sein Riesenwissen schon in der ersten Hälfte

4 Kurt Vogel: Das antike Erbe in der abendländischen Mathematik. Vortragsmanuskript München, 28. 6. 1956, S. 14; Kurt Vogel: Byzantine Science, in: J. M. Hussey (Ed.): The Cambridge Medieval History, Vol. 4, Part 2, Cambridge 1967, S. 279: „Private, public and ecclesiastical libraries still had a rich store of books, which were much coveted and bought by the increasingly large number of Latins who bad come to Constantinople to learn Greek and to gain acquaintance with Greek culture. lt was men such as Filelfo and (Johannes) Bessarion of Trebizond (1403-1472) ..., and George of Trebizond [1396-1486), ... who took Greek manuscripts back with them to ltaly. The study of such manuscripts and of earlier arrivals in Italy, taken together with the Latin and Hebrew translations made from Arabic editions, brought to its full flowering the mathematical renaissance in the West which bad begun with Adelard of Bath [wirkte 1116-1142), Leonardo of Pisa [um 1170 - nach 1240), Jordanus Nemorarius [wirkte um 1220) and William of Moerbeke [um 1220 - 1286]."

5 Vogel 1956 [Fußn. 4], S. 14.

des XIV. Jahrhunderts den Ehrentitel: der *Große* eintrug."[6] In Glaubenssachen galt folglich weiterhin der Kirchenvater Aurelius Augustinus (354-430) als höchste Autorität, doch in allen Bereichen der Philosophie mußte dieser sich der Lehre des Aristoteles unterordnen[7]. Albertus Magnus suchte demgegenüber das nützliche Wissen: „Alles wahre Wissen, gleichviel woher es kommt, ob von Heide oder Jude, Grieche oder Römer oder Araber, gleichviel ob metaphysisch oder physikalisch, ist nützlich und kann unmöglich dem Christentum widersprechen."[8] Hieraus entstand sein Plan, der Welt des christlichen Abendlandes die gesamte Wissenschaft des Aristoteles, wie der Araber und der Juden, in einer großen Gesamtschau vorzuführen[9]. „Jedenfalls ... war er ein Beobachter allerersten Ranges, und wäre die Entwicklung der Naturwissenschaften auf der von Albertus eingeschlagenen Bahn weitergegangen, so wäre ihr ein Umweg von drei Jahrhunderten erspart geblieben."[10]So hob er die Induktion als das Beweisverfahren von den logischen Teilen zum Ganzen aus der Sinneserfahrung heraus bereits deutlich von der Deduktion ab[11]. Hiermit lief die Frage parallel, ob und wie man induktive Methoden in die Praxis umsetzen kann, nämlich in den Schluß vom Speziellen zum Allgemeinen. Indem er ein „fui et vidi experiri" betont[12] und hierdurch vielleicht auch das naturwissenschaftliche Experiment befürwortete, d. h. die Möglichkeit, einen Versuch mit zu erwartenden Resultaten zu wiederholen, wurde Albertus Magnus sozusagen zum Begründer der abendländischen Naturwissenschaft: „Es ist viel Zeit nötig, ein Experiment so einzurichten, daß es allen Anforderungen genügt; man darf nämlich nicht nur auf eine einzige Art experimentieren, sondern muß dies unter allen möglichen Umständen tun, um eine sichere Grundlage für die Arbeit zu finden."[13] Freilich ist nicht nachgewiesen, daß er z. B. je physikalisch experimentierte. Wozu auch? Er hätte das Ergebnis doch auch nur auf überkommene Art und Weise in Worte fassen und beschreiben können, weil ihm keine einzige physikalische Formel zur Verfügung stand!

[5] Ab dem 14. Jahrhundert, als von Italien aus die humanistische Renaissance mit dem Bestreben einsetzte, den Glanz des geistigen Alten Rom wiedererstehen zu lassen, stand den seinerzeitigen Wissenschaftlern, den Nachfahren der Hochscholastiker des 13. Jahrhunderts - was die Philosophie und die Beschreibung von Naturvorgän-

6 Gallus Maria Manser: Albert der Große als Neuerer auf philosophischem Gebiete, in: Divus Thomas. St. Albertus-Magnus-Festschrift. Jahrbuch für Philosophie und spekulative Theologoie Serie 3 Ja. 10 Freiburg/Schweiz 1932, S. 19-40, hier S. 19.

7 Bernhard Geyer: Die patristische und scholastische Philosophie. Friedrich Ueberwegs Grundriss der Geschichte der Philosophie, Teil 2, Tübingen 121951, S. 400 und 411.

8 Manser 1932 [Fußn. 6], S. 23.

9 Manser 1932 [Fußn. 6], S. 24: „Nostra intentio est, omnes dictas partes (physicam, metaphysicam et mathematicam) facere Latinis intelligibiles." [= Unsere Absicht ist, alle erwähnten Teile (physikalisch, metaphysisch und mathematisch) für die Lateiner zu erschließen.]. - Siehe auch Geyer 1951 [Fußn. 7], S. 404.

10 Hans Stadler: Albenus Magnus von Cöln als Naturforscher und das Cölner Autogramm seiner Tiergeschichte. Verhandlungen der Gesellschaft deutscher Naturforscher und Ärzte, 80. Sitzung Teil 1 Leipzig 1909 S. 29-37 hier S. 35f.

11 Manser 1932 [Fußn. 6], S. 30.

12 Eduard Jan Dijksterhuis: Die Mechanisierung des Weltbildes, Berlin/Göttingen/Heidelberg 1956, S. 148.

13 Dijksterhuis 1956 [Fußn. 12], S. 148.

gen anlangt -, nun auch nicht wesentlich mehr an antiken Vorlagen zur Verfügung als den Zeitgenossen von Albertus Magnus; trotzdem ging gerade von den zur Philosophie gehörenden Mathematica, die damals neben dem Quadrivium auch Kalenderrechnen, Perspektive, Punktierkunst[14], Geomantie[15], Geographie, Geodäsie, Feldmeßkunst, Kartographie, Kosmographie, Optik, Mechanik, Instrumentenbau usw. mit umfaßten, vorwiegend im deutschsprachigen Bereich im 15. Jahrhundert eine neue Entwicklung aus, die binnen 100 Jahren das gesamte Erscheinungsbild der Rechenkunst, vor allem jedoch der Arithmetik, der Trigonometrie und der Algebra, weitgehend umgestaltete.

Über die Zeit vor Georg von Peuerbach

Wenn man fragt, worin der Unterschied zwischen den im hiesigen Lebensraum zur Verfügung stehenden Quellen hinsichtlich der naturwissenschaftlichen Erkenntnisse und der mathematischen Kenntnisse in der Zeit um 1200 und um 1420 bestand, dann findet sich nicht viel Handfestes. Überkommene technische Verfahren - Rad, Hebel, Flaschenzug -, sowie neue zivilisatorische und kulturelle Errungenschaften - Klöster, Städtegründungen, Burgenbau, Münzgeld, Schwarzpulver, Lebensweise, Universitäten, Verbreiten von Wissensgut -, hatten das Alltagsleben vermutlich noch nicht wesentlich verändert. Warum hatten es aber die Wissenschaftler um 1200 dann nicht geschafft - als nicht nur über Spanien ein so beachtlicher Teil des Wissens der Griechen und der Muslime, sondern auch über Sizilien schon vieles von den Griechen nach Westeuropa gedrungen war-, das Mittelalter sozusagen zu beenden, d. h. etwa in den naturwissenschaftlichen Disziplinen und in der Mathematik, einschließlich der vielen Fächer, die man seinerzeit dazu zählte, den Weg aufzuzeigen, der schließlich ab dem 15. Jahrhundert zur Neuzeit führte? Die Antwort liegt vermutlich darin begründet, daß in der Hochscholastik neben der kirchlichen Autorität des Aurelius Augustinus die weltliche Autorität des Aristoteles verstärkt an Einfluß gewann, so daß von den vom 13. bis zum 15. Jahrhundert führenden Gelehrten immer noch die beschreibende und nicht die forschende bzw. die erkenntnistheoretisch begründete, oder gar die experimentierende Natur- und Weltbetrachtung die Oberhand gewann. Man betrieb weiterhin Naturphilosophie, fundiert im Aristotelismus, nun zwar großenteils bereits in Form der Interpretation des Albertus Magnus - „Albert hat dem christlichen Abendlande als erster die ganze Philosophie des Aristoteles vermittelt"[16] -, aber noch keine Naturwissenschaft. Die Hilfsmittel für diese Erkenntnis bezog man nämlich, so wie bislang, aus der Beschreibung der entsprechenden Abläufe, bzw. aus Analogien, durch die man die jeweilige, an die Natur gerichtete Frage zu beantworten versuchte, nicht aus dem Experiment. Man stützte sich auch fernerhin auf ein Spektrum von Analogien, wobei die zwischen Musik und

14 Deutung der Zukunft aus wahllos in Erde oder Sand markierten oder nach einer Regel auf Papier verteilten Punkten.

15 Wahrsagen aus Erdbeben oder Erdgeräuschen.

16 Manser 1932 [Fußn. 6], S. 24.

Arithmetik[17], sowie zwischen Musik und Astronomie wohl die ältesten und somit die am geläufigsten sind, aber man hatte weder das mathematische Rüstzeug gefunden, noch eine entsprechende Formel zur Hand, um etwa einen physikalischen Vorgang zu dokumentieren, d. h. eine Analogie zwischen Physik und Arithmetik herzustellen. „Die ganze Scholastik mußte noch vorüberziehen, bis über 300 Jahre später, wohl unter gleichen Aspekten, aber mit dem Wissen um die Formulierbarkeit der erhaltenen Daten und in voller Absicht, Ergebnisse zu erzielen, dieser Weg eingeschlagen wurde."[18] Das Wissen und der geistige Schwung des Albertus Magnus, von dem offensichtlich auch ein Euklid-Kommentar bis zu Buch 4 stammt[19], hatten somit nicht auf die nachfolgenden Forschergenerationen weitergewirkt[20].
Die Geometrie erfuhr in der Hoch- und Spätscholastik, also von etwa 1200 bis 1450, auf den hiesigen Lehranstalten noch nicht die Pflege, die ihr als einziger axiomatisch begründeter Disziplin der Mathematica hätte zukommen können; man begnügte sich, wenn überhaupt, gewöhnlich mit den vier ersten Büchern Euklids.

---

17 Rudolf Haase: Johannes Keplers Weltharmonik. Diederichs Gelbe Reihe, Band 145, München 1998, S. 12: „Die Monochordexperimente zeigen, daß Proportionen und Intervalle oder Zahlen und Töne untrennbar miteinander zusammenhängen, oder, mit anderen Worten, daß quantitative, mathematische Gegebenheiten mit qualitativen Sinneserlebnissen engstens zusammenhängen. Die Tatsache, daß der Fülle der Sinneseindrücke mathematische Gesetze zugrunde liegen, ist keineswegs neu, auf ihr beruht vielmehr das gesamte naturwissenschaftliche Denken, das ohne diese Kopplung von mathematischen Gesetzen mit qualitativen Erlebnissen undenkbar wäre, und es wurde auch längst erkannt, daß die Naturwissenschaften faktisch auf die einfachen Monochordexperimente der Pythagoreer (6. Jh. v. d. Z.] zurückgehen."; S. 14: „Es läßt sich ... nachweisen, daß solche einfachen Zahlenverhältnisse, wie sie unseren Intervallen zugrunde liegen, in den verschiedensten Naturbereichen vorkommen; man braucht lediglich diese Zahlen auf ein Monochord zu übertragen und kann nun buchstäblich die unterschiedlichsten Naturgesetze hörend in sich aufnehmen."; S. 18f.: „So wie durch das naturwissenschaftliche Denken eine Analogie zwischen bestimmten Naturgesetzen und der Fähigkeit des Intellekts, mathematisch zu denken, gebildet wird, so ist Voraussetzung der harmonikalen Erkenntnis eine Analogie zwischen anderen Naturgesetzen und der unbewußten Fähigkeit, Töne zu Intervallen zu verschmelzen. Beide Erkenntnisarten beruhen also prinzipiell auf der gleichen erkenntnistheoretischen Voraussetzung: nämlich einer Analogie von bestimmten Naturgesetzen mit entsprechenden Dispositionen des Menschen.... Die Harmonik bedient sich ... methodisch des Analogiedenkens, des morphologischen Nebeneinanderstellens unabhängiger Bereiche, und sie beweist identische Strukturen, also daß eben auch in der Natur gesetzmäßige Identität, Analogie oder, mit einem anderen Wort, Harmonie herrscht." - Man sehe auch Rudolf Haase: Geschichte des harmonikalen Pythagoreismus, Wien 1969, S. 34: Harmonikale Aspekte in der Musik des Mittelalters sind weniger an Kompositionen nachweisbar, als vielmehr in der Musiktheorie.

18 Wolfgang Kaunzner: Von Albertus Magnus zu Johannes Kepler, in: Verhandlungen des Historischen Vereins für Oberpfalz und Regensburg, Band 120, Regensburg 1980, S. 407-430, hier S. 413.

19 Gemäß Bernhard Geyer: Die mathematischen Schriften des Albertus Magnus, in: Angelicum 35, Rom 1958, S. 159-175, hier S. 167-175, handelt es sich um die Handschrift *80/45* des Dominikanerklosters Wien, f. 105^{v}-145'; hierzu auch Joseph Ehrenfried Hofmann: Über eine Euklid-Bearbeitung, die dem Albertus Magnus zugeschrieben wird, in: Proceedings ofthe International Congress of Mathematicians 13, 1958, Cambridge 1960, S. 554-566, hier S. 554; ferner Paul M. J. E. Tummers: The Commentary of Albert on Euclid's Elements of Geometry, in: Albertus Magnus and the Sciences. Commemorative Essays 1980, Toronto 1980, S. 479-499; außerdem Paul Hoßfeld: Zum Euklidkommentar des Albertus Magnus. Archivum Fratrum Praedicatorum LII (1982), S. 115-133.

20 Hofmann 1960 (Fußn. 19], S. 561: „zusammenfassend möchte ich sagen, daß wir Albertus als einen auch auf fachmathematischem Gebiet sehr wohlunterrichteten Gelehrten anzusehen haben. Daß ihm gelegentlich Fehler unterlaufen, ist für den größeren Zusammenhang von geringer Bedeutung gegenüber der Fülle des gesicherten Wissens, das Albertus sowohl an mathematischen Einzelheiten wie an entwicklungsgeschichtlichen Zusammenhängen besitzt - ein Wissen freilich, das bedauerlicherweise nicht auf die nachfolgenden Forschergenerationen weitergewirkt hat."

Der Muslim Abū Ja'far Muḥammad ibn Mūsā AL-ḪWĀRIZMĪ (um 780 - nach 847) verfaßte um 830 in Bagdad eine arithmetische Abhandlung, in der er die Grundrechenarten mit den seinerzeit schon ein Vierteljahrtausend alten indischen Ziffern erläuterte; der arabische Urtext mit dem mutmaßlichen Titel Al-Ǧam' wat-ta.frīq bi-ḥisab AL-Hind, der nicht mehr vorhanden ist, wurde seinerzeit - es gab eine Reihe von Zwischengliedern[21] - vielleicht auch von Gerhard von Cremona[22] (um 1114 - 1187) in der Übersetzerschule von Toledo[23] in eine eigene lateinische Form gebracht[24]. Von diesem richtungweisenden Werk, für das sich im Laufe der Zeit die Bezeichnung *Algorismus bzw. Algorithmus* - verbalhornt aus AL-Ḫwārizmī - eingebürgert a e, steht heute „nur die Bearbeitung einer lateinischen Übersetzung aus dem Arabischen, die im 12. Jahrhundert angefertigt wurde"[25] unter dem geläufigen Titel *De numero Indorum per novem literas*[26] zur Verfügung. Diese über Spanien zu uns gekommene wertvolle lateinische Schrift wurde in den Klöstern zunächst auf Pergament, dann auf Papier verbreitet und war schließlich in einer Reihe von Abschriften, Kommentaren, Bearbeitungen, Neubearbeitungen und auch in wesentlichen Erweiterungen vorhanden[27]. Die Muslime hatten in ihren eigentlichen mathematischen Texten bis zum 13. Jahrhundert die Zahlen nicht verziffert[28], so daß von da her von diesem Opus jedoch zunächst noch keine breite Wirkung ausgehen konnte. Die von Muḥammad ibn Mūsā AL-Ḫwārizmī kurz vor seiner Arithmetik geschaffene[29] Lehre von den Gleichungen mit dem Titel Al-Kitāb al-muḫtaṣar fī ḥisab al-ǧabr wa-l-muqābala - hierdurch versuchte er, im muslimischen Erbteilungsrecht vorhandene Schwierigkeiten zu erläutern[30] war in der Mitte des zwölften Jahrhunderts in zwei

---

21 Kurt VOGEL: Mohammed ibn Musa Alchwarizmi's Algorismus. Das früheste Lehrbuch zum Rechnen mit indischen Ziffern, Aalen 1963, S. 42-44: „Alchwarizmi's Arithmetik und ihre lateinischen Bearbeitungen im Mittelalter."; Menso FOLKERTS: Die älteste lateinische Schrift über das indische Rechnen nach AL-HWÄRIZMI Bayerische Akademie der Wissenschaften, Phil.-hist. Klasse, Abhandlungen, N. F., Heft 113, München 1997, Kapitel 2, S. 7-12: „Frühe lateinische Algorismustraktate."; Hubertus Lambertus L. BUSARD: Über die Entwicklung der Mathematik in Westeuropa zwischen 1100 und 1500, in: Schriftenreihe für Geschichte der Naturwissenschaften, Technik und Medizin, N. S., Band 5, No. 4 (1997), S. 211-235 hier S. 211-215: 1. Arithmetik."

22 VOGEL 1963 [Fußn. 21], S. 43; DSB 15, S. 175b, bezüglich Gerhard von CREMONA: 11. AL-KHWARIZMI *Arithmetic* (John of SEVILLE; Adelard of BATH [?])" und S. 187b: „(48]. *Algorismus de integris*. This is perhaps translanon (probably a new version) of AL-KHWARIZMI's *Arithmetic* in one of the many Latin adaptions of this famous Arabic text (now lost)."

23 Joseph Ehrenfried HOFMANN: Geschichte der Mathematik, Teil 1, Von den Anfangen bis zum Auftreten von FERMAT und DESCARTES. Sammlung Göschen, Band 2261226a, Berlin 21963, S. 72; DSB 15, S. 173a.

24 VOGEL 196., [Fußn. 21] und FOLKERTS 1997 [Fußn. 21] behandeln diese, jetzt in zwei Handschriften zugängliche Bearbeitung von AL-HWARIZMI's Arithmetik.

25 FOLKERTS 1997 [Fußn. 21], S. 19.

26 Näheres in VOGEL 1963 [Fußn. 21], S. 42 mit Fußn. 2.

27 Neben anderen handelt es sich um die Hinweise in Fußn. 21.

28 Peter TREUTLEIN: Die deutsche Coss. Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik, Heft 2 (1879), S. 30 HOFMANN 1963 [Fußn. 23], S. 64.

29 FOLKERTS 1997 [Fußn. 21], S. 13.

30 Einzelheiten hierzu bei Julius RUSKA: Zur ältesten arabischen Algebra und Rechenkunst. Sitzungsberichte der Heidelberger Akademie der Wissenschaften, Phil.-hist. Klasse Jg. 1917 Abhandlung 2 Heidelberg 1917, S. 24-27.

bedeutenden Übersetzungen ebenfalls über Spanien in den Westen gelangt[31]. Diese schwer verständliche Abhandlung konnte sich vorerst nach außen hin noch weniger durchsetzen als seine Lehre von den Grundrechenarten in indischen Ziffern - Wer gab sich denn damals hier mit derlei Fragestellungen ab? -, lag sie doch in einer Form vor, in der alles in Wörtern ausgeschrieben war, d. h. wo bei einem schwierigen Inhalt sowohl die Zahlzeichen, als auch jedwede Symbolik fehlten! Das bedeutet also, daß man ab der Hochscholastik - einerseits infolge der Schaffenskraft der Benediktiner; andererseits unter der Einwirkung des Aristotelismus?[32] - die hier bereits zugängliche orientalische Gleichungslehre vermutlich ebenfalls kopierte, auch kommentierte[33], daß man sie aber noch nicht auf die Art und Weise zu Rate zog, um zu versuchen, hieraus praktischen oder theoretischen Nutzen zu erzielen.
Es dauerte somit gut 250 Jahre lang, bis ein zwar durch die Scholastiker verstärkt ausgelöster, von ihnen aber dennoch nicht behobener Widerstreit zwischen mathematischem Problem und System, mathematischer Theorie und Praxis, Naturphilosophie und Naturwissenschaft, Denken in althergebrachten Strukturen einerseits und in völlig revolutionären Bahnen andererseits, zu einem dauerhaften Ergebnis führte[34]; er brachte in der Folgezeit in der Mathematik die technischen Voraussetzungen für eine rasante weitere Entwicklung vermittels der indischarabischen Ziffern und der algebraischen Symbolik, in der Naturlehre die experimentell begründeten exakten Naturwissenschaften, in der historischen Abfolge die Neuzeit.

Von Georg von Peuerbach zu Johannes Kepler

[1] Die hier angesprochene humanistische Renaissance ging um 1420 von der ersten Wiener mathematischen Schule aus, wo man sich darum bemühte, das hauptsächlich bei den Benediktinern bewahrte mathematische Schriftgut in eine dem Lernenden leichter verständliche, für die Praxis geeignete Form zu bringen. Hierdurch wurde trotz des theoretischen Inhalts der herangezogenen Schriften eine auf die praktische Anwendungsmöglichkeit hin ausgerichtete Phase eröffnet: In der Arithmetik und in der Trigonometrie versuchte man, das vorhandene Wissensgut zu festigen und dadurch einem breiteren Interessentenkreis als bisher zugänglich zu machen.

---

31 Barnabas Hughes: Gerard of Cremona's Translation of al-Khwarizmi's *al-Jabr*: A Critical Edition. Mediaeval Studies, Vol. 48 (1986); Barnabas B. Hughes: Robert of Chester's Latin Translation of al-Khwarizmi's al-Jabr. A New Critical Edition. Boethius, Band 14, Stuttgart 1989.

32 Man sehe den Text bei Fußn. 9.

33 So existiert eine Bearbeitung der *Algebra* al-Ḫwārizmī's, die dem schwer faßbaren Guglielmo de Lunis (13. Jh.?) zugeschrieben wird; hierzu Wolfgang Kaunzner: Über eine frühe lateinische Bearbeitung der Algebra al-Khwarizmi's in MS Lyell 52 der Bodleian Library Oxford, in: Archive for History of Exact Sciences, Vol. 32, Number 1 (1985), S. 1-16, hier S. 10f.

34 Sinngemäß übernommen aus Wolfgang Kaunzner: Gedanken zur praktischen und theoretischen Mathematik vor Kepler, in: Verhandlungen des Historischen Vereins für Oberpfalz und Regensburg, Band 112, Regensburg 1972, S. 267-278, hier S. 277.

Nach außen hin trat der wohl um 1420 geschaffene *Tractatus de Minuciis phisicis* des Johann von Gmunden (um 1380 - 1442) in Erscheinung, die vermutlich erste im süd- und mitteldeutschen Sprachbereich verfaßte Sexagesimalbruchrechnung; gedruckt wurde diese von Johannes de Lineriis (1. Hälfte 14. Jh.) abhängige Abhandlung 1515 in Wien[35] (Abb. 1). Neben Astronomie trug Johann von Gmunden - einzelne seiner Vorlesungsthemen bezeugen dies - die traditionellen Algorismen in ganzen Zahlen und in Brüchen vor[36], d. h. er gab sich auch mit der einfachen Rechenlehre ab; seine Bedeutung als Trigonometer und als Autor eines 1437 geschriebenen[37] *Tractatus de sinibus, chordis et arcubus*, ediert gemäß ÖNB Wien, Kodizes CVP 5268, f 34^{r}-97^{v}, und CVP 5277, f. 69^{r}-90^{v}, wurde schon deutlich herausgestellt[38]. Obwohl Johann von Gmunden nicht der Lehrer von Georg Aunpekh aus Peuerbach (1423-1461) war, läßt er sich doch als dessen direkter Vorläufer in der eigenständigen Entwicklung der Mathematik im süd- und mitteldeutschen Raum ansehen[39].

Georg Aunpekh, bekannt als Astronom und als humanistischer Dichter und Schriftsteller, wurde bislang im Hinblick auf seine Bedeutung als Mathematiker noch nicht genügend gewürdigt, obgleich bereits Georg Tannstetter (um 1480 - 1530) - nach dem Geburtsort Rain am Lech Collimitius genannt - 21 Arbeitsgebiete bzw. Werke des Peuerbachers aufzählt; unter ihnen sind neun - wobei man je nach Lesart auch

35 DSB 7, S. 120a. - Der Druck lautet: Jncipit tractatus de Minucijs phi= // sicis: compositus Vienne Austrie per magistrum // Joannem de Gmunden, Wien 1515 (Joannes Singrenius). - Carl Immanuel Gerhardt: Geschichte der Mathematik in Deutschland, München 1877, S. 5: „Zum Behuf seiner astronomischen Vorlesungen und als Ergänzung zu dem Algorismus des Sacro Bosco, dessen Inhalt sich nur auf Rechnung mit ganzen Zahlen erstreckte, verfaßte Joh. von Gmunden eine Schrift über die Bruchrechnung, die als kanonisches Lehrbuch für die Vorlesungen auf der Universität lange Zeit diente."

36 Gmunden 1515 [Fußn. 35], f. i viij^{v}: „Qvamuis ars numerandi in minucijs tam vulgaribus quam phisicis copiose sit tradita in algorithmo de minucijs. Veruntamen / quia modus calculandi in minucijs vulgaribus / difficilis est / et ad practicam tabularum astronomie parum vtilis. Ars vero practicandi in minucijs phisicis / est facilior et ad eandem practicam tabularum vtilis / ac necessaria." [= Ausführlich wird die gewöhnliche wie die Sechzigerbruchrechnung im Algorithmus von den Brüchen überliefert. Gleichwohl, weil Rechnen mit gewöhnlichen Brüchen schwierig ist, ist es auch für die Praxis der astronomischen Tafeln wenig nützlich. Rechnen in Sechzigerbrüchen ist leichter und für diese Art von Tafeln zweckmäßig und nötig.]; gemäß diesem Incipit aufgeführt bei Lynn Thorndike/Pearl Kibre: A Catalogue of Incipits of Mediaeval Scientific Writings in Latin, London ^{2}1963, Sp. 1163. - Adolf Pavel Juschkewitsch: Geschichte der Mathematik im Mittelalter, Leipzig 1964, S. 353: „Nach dem Buch des Sacrobosco hielt ... Johannes von Gmunden in Wien seine Vorlesungen." - Hubertus Lambertus L. Busard: Der Traktat ‚De sinibus, chordis et arcubus' von Johannes von Gmunden. Österreichische Akademie der Wissenschaften, Math.-naturw. Klasse, Denkschriften, Band 116, Abhandlung 3, Wien 1971, S. 73- 113, hier S. 76: „In seinen Vorlesungen behandelte er nach 1417 nur mathematische und astronomische Themen, sodaß er mit Recht als der erste Fachprofessor und Begründer der älteren mathematischen Schule in Wien bezeichnet werden kann."; man sehe auch DSB 7, S. 118a.

37 Busard 1971 [Fußn. 36], S. 76 und 113.

38 Busard 1971 [Fußn. 36], speziell S. 76 und S. 82 Fußn. *). - Hierzu auch Anton von Braunmühl: Vorlesungen über Geschichte der Trigonometrie, Teil 1, Von den ältesten Zeiten bis zur Erfindung der Logarithmen, Leipzig 1900, S. 110.

39 Hier sei verwiesen auf Hans K. Kaiser: Johannes von Gmunden und seine mathematischen Leistungen, in: Günther Hamann/Helmuth Grössing (Hrsg.): Der Weg der Naturwissenschaft von Johannes von Gmunden zu Johannes Kepler. Österreichische Akademie der Wissenschaften, Phil.-hist. Klasse, Sitzungsberichte, Band 497, Wien 1988, S. 85-100; Helmuth Grössing: Johannes von Gmunden, ein Lehrer des Georg von Peuerbach, in: Helmuth Grössing (Hrsg.): Der die Sterne liebte. Georg von Peuerbach und seine Zeit, Wien 2002, S. 77-88, mit entsprechenden Literaturverweisen.

weniger oder gar mehr hierzu zählen könnte-, die dessen Tätigkeit in den breit gefächerten Disziplinen der seinerzeitigen Mathematica erkennen lassen[40]:

1) Introductorium in Arithmeticam.
2) Canones Gnomonis cum noua tabula pulcherrima.
3) Compositio Compasti cum regula ad omnia climata.
4) Compositio nouae uirgae uisoriae: cum lineis & tabula noua.
5) Instrumentum pro ueris coniunctionibus solis & lunae.
   In quo uetus instrumentum de insufficientia taxat.
6) Noua tabula sinus de decem minutis in decem / per multas millenarias partes / cum usu: quae plurimarum rerum nouarum in astronomia occasio fuit.
7) Modus componendi & demonstrandi tabulam altitudinis solis cum tabula ipsa.
8) Plura de quadrantibus.
9) Fecit spaeras solidas / & alia plura instrumenta.

Georg von Peuerbach war somit sowohl Theoretiker als auch Praktiker. Bei diesen groben, der Nachwelt überlieferten Hinweisen auf mathematische Arbeiten bzw. auf Instrumente, die von ihm stammen sollen, handelt es sich - neben den beiden derzeit nicht nachweisbaren[41] - um sieben Gebiete der damaligen Rechenkunst, in denen er sich offensichtlich schöpferisch betätigte[42]:

(1) Eine Einführung in die Arithmetik,
(2) Arbeitsanleitungen zu Gnomon bzw. geometrischem Quadrat mit sehr Schöner neuer Tabelle,
(5) Ein Gerät zur Bestimmung des wahren Zusammentreffens von Sonne und Mond,
(6) Eine von 10' zu 10' laufende neue Sinustafel, mit Anweisung, die in der Astronomie zu vielerlei neuen Überlegungen anregte,
(7) Aufbau und Gebrauch einer Tafel für die Sonnenhöhe und zugehörige Tabelle,
(8) Etliches über Quadranten,
(9) Er stellte Sonnensphären her und viele andere Instrumente.

Zum Inhalt dieser hier relevanten, auf Georg von Peuerbach verweisenden bzw. von ihm stammenden Schriften:

(1) Wahrscheinlich um 1457 zeichnete Georg von Peuerbach in Wien[43] die früheste

---

40 Georg Tannstetter: Tabulae Eclypsium Magistri // Georgij Peurbachij. // Tabula Primi mobilis Jo= // annis de Monte regio, Wien 1514, f. aa 3^{v}f.

41 (3) Aufbau einer Reisesonnenuhr mit Einstellungsmöglichkeit für alle Gegenden; (4) Eine neue Visierrute, vermutlich mit Graphik und Tabelle zum Ablesen. - Hierzu Friedrich Samhaber: Die Zeitzither. Georg von Peuerbach und das helle Mittelalter, Raab 2000, S. 251: „3. Verschollene Werke Georgs von Peuerbach."

42 Einiges hiervon wird aufgeführt bei Wolfgang Kaunzner: Über Georg von Peuerbach und die Mathematik des 15. Jahrhunderts, in: Grössing 2002 [Fußn. 39], S. 43-76, hier S. 53. - Ausführliches hierüber findet sich bei Wolfgang Kaunzner: Über Georg von Peuerbach, einen Wegbereiter der modernen Mathematik am Übergang vom Mittelalter zur Neuzeit; dieser Aufsatz erscheint voraussichtlich 2003 in einer Schriftenreihe.

43 Helmuth Grössing: Humanistische Naturwissenschaft. Zur Geschichte der Wiener mathematischen Schulen des 15. und 16. Jahrhunderts. Sonderdruck aus Saecvla Spiritalia, Band 8, Baden-Baden 1983, S. 1-36, hier S. 24.

im deutschsprachigen Raum entstandene Rechenlehre mit ganzen Zahlen auf[44]. Er zog hierbei vermutlich sowohl den von Johannes von Sacrobosco (um 1180 - 1256 [1244?]) verfaßten *Algorismus vulgaris*[45], d. h. al-Ḫwārizmī's erste eigenständige abendländische Version, hinzu, als auch die Kenntnisse, die er zwischen 1448 und 1451 während seines Italienaufenthalts bei Giovanni Bianchini (gest. 1466) in Ferrara erfahren hatte[46]. Hiervon sind drei verschiedene lateinische Texte überliefert, die noch nicht untereinander verglichen und diesbezüglich ausgewertet wurden:
(1.1) Das Autograph Georgs von Peuerbach ist nicht mehr nachgewiesen, wohl aber - vielleicht als älteste aller vorhandenen? - eine vielleicht noch zu Lebzeiten des Verfassers hergestellte, jedoch anscheinend nicht datierte Mitschrift oder Abschrift[47] von einem aus Stift Melk zum Studium bzw. zum Kopieren zu Georg Aunpekh nach Wien abgesandten Klosterschüler[48]. Dieses anonyme Unikat mit dem Incipit *Et si ars numerandi sufficienter algorismo veterj exposita sit* [= Wenn auch die Kunst des Zählens im überkommenen Algorismus hinreichend gelehrt wird] war ein Teil von Kodex *794*(627)*, Stift Melk, S. 393-407, wurde dort durch Jahrhunderte hindurch wohl sorgsam gehütet und behütet, bevor das gesamte wertvolle Schriftstück nach dem ersten Weltkrieg in die Yale Medical Library, New Haven, USA, gelangte, Signatur *Codex 24*[49]; als Besonderheit ist bei dieser äußerst schwer lesbaren Handschrift

44 Gerhardt 1877 [Fußn. 35], S. 9f.: „Zur Förderung seiner astronomischen Vorträge mußte sein Augenmerk auf eine gute Grundlage für den Unterricht im Rechnen gerichtet sein; das bisher gebrauchte Compendium, der Algorismus des Sacro Bosco, war veraltet. Er hatte auf seinen Reisen, die er, bevor er seine Vorlesungen an der Wiener Universität begann, wahrscheinlich in den Jahren 1450-1453 unternahm, die bessere Behandlung der Arithmetik nach den Compendien der Araber kennen gelernt; er verfaßte demnach einen Leitfaden für die ersten Elemente des Rechnens, der unter die kanonischen Lehrbücher für die Vorlesungen an der Wiener Universität aufgenommen wurde. Da dieser Leitfaden wegen des großen Ruhmes des Verfassers auch auf andern Universitäten, wie Leipzig, Wittenberg, als Grundlage für die Vorlesungen benutzt und später durch Beispiele und Zusätze vielfach erweitert wurde, und da er vielleicht das älteste von einem Deutschen verfaßte Rechenbuch ist, so verdient es eine ausführliche Beschreibung."; Peter Treutlein: Das Rechnen im 16. Jahrhundert. Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik, Heft 1 (1877), S. 11: „Als eine der frühesten Bearbeitungen der Arithmetik auf deutschem Boden, vielleicht die erste, ist die des berühmten Astronomen Georg von Peurbach (1423-1461) zu nennen, der nach damaliger Sitte eine Zeit lang in Italien verweilte und wohl von dort sich Anregung zur Abfassung seines Werkchens mitnahm ... Da Peurbach, sowie sein grosser Schüler Johannes Müller, genannt Regiomontanus, zuerst das Ziffernrechnen in ausgedehnterem Maasse praktisch verwerthete, so hat er durch sein Beispiel schon gewiss Viele dem neuen Rechnen gewonnen, viel später erst durch sein Buch." - Georg von Peuerbach behandelte folgendes: Numerare, addere, subtrahere, dimidiare, duplare, multiplicare, diuidere, cuiuscumque progressionis summam artificialiter reperire, radicem quadratam extrahere, radicem cubicam extrahere. [= Numerieren d. h. Ziffern und Zahlen erkennen und aussprechen, addieren, subtrahieren, halbieren, verdoppeln, multiplizieren, dividieren, eine beliebige Reihensumme finden, Quadratwurzelziehen, Kubikwurzelziehen.]

45 Herausgegeben von Maximilian Curtze: Petri Philomeni de Dacia in Algorismum vulgarem Johannis de Sacrobosco Commentarius, Kopenhagen 1897. - Zugehörige textkritische Untersuchungen stehen noch aus, und zwar sowohl bezüglich der Quellen, aus denen Georg von Peuerbach im einzelnen schöpfte, als auch hinsichtlich der Frage, inwieweit sein arithmetisches Werk zeitgleichen oder späteren Autoren als Vorlage diente, etwa dem ebenfalls in der Mitte des 15. Jahrhunderts in Regensburg entstandenen Algorismus Ratisbonensis bzw. entsprechenden späteren Algorismen.

46 Freundliche Mitteilung von Herrn Professor Dr. Friedrich Samhaber, Peuerbach.

47 Nachdem nur ein Mikrofilm zur Verfügung stand, kann nicht gesagt werden, ob Pergament oder ob Papier; auch nicht, ob ggf. die Wasserzeichen für die Datierung herangezogen werden können.

48 Diese Mitteilung bzw. Vermutung verdanke ich Herrn Samhaber.

49 Die fragliche Abhandlung wird hiernach in Thorndike/Kibre 1963 [Fußn. 36], Sp. 524, als „(G.Peurbach), Algorismus" aufgeführt.

festzustellen, daß sie nicht die offensichtlich von späterer Hand erfolgten Zusätze zu den Rechenvorschriften Georgs von PEUERBACH wie andere überkommene Texte seines *Introductorium in Arithmeticam* aufweist[50].

(1.2) Ob vom ehedem Melker Manuskript, oder ob von einem anderen hergeleitet - diese Frage ist noch offen -, vom *Algorismus des Georg von Peuerbach*, wie er in der Literatur gewöhnlich genannt wird, d. h. von dessen Methoden, wie er die Grundrechenarten in den indischarabischen Ziffern erläuterte, kennt man in der Zwischenzeit eine Reihe von Abschriften von denen in den letzten Jahrzehnten freilich wiederum einige verlorengingen[51]. Diese Abhandlung wurde unter dem Titel *Opus Algorismi jocundissimum Magistri Georgij Peurbachij Wiennensis (praeceptoris singularis Magistri Joannis de monteregio) sacreque mathematicae inquisitoris subtilissimo summa cvm vtilitate editum*[52] [= Angenehmstes Rechenwerk des Wiener Magisters Georg PEUERBACH (des Lehrers des einzigartigen Magisters Johannes REGIOMONTANUS [1436- 1476]) und des erlauchtesten Erforschers der Mathematik, genauestens mit höchstem Nutzen herausgegeben] verbreitet, sie wird derzeit gewöhnlich als Introductorium in Arithmeticam [= Einführung in die Arithmetik] mit dem Incipit Numeri propositi repraesentationem cognoscere [= Die Bedeutung einer vorgege-

---

50 Frdl. Mitteilung von Herrn SAMHABER. Es handelt sich z. B. um einen in den Elemen // ta Arithmetices. // Algorithmvs de nv= // meris integris, fractis, Regulis // communibus, et de Pro= // porcionibus. // Autore Georgio Peurbachio, Wittenberg 1536 (Josephus KLUG), ab f. [B viij^{v}] dem Georg von PEUERBACH irrtümlicherweise zugeschriebenen *Algorithmvs de Minvciis*, um Textaufgaben und um einen Algorithmvs de Proportionibus.

51 Der jetzt zugängliche Bestand setzt sich wie folgt zusammen:
ÖNB Wien, *Series nova 328*, f. I^{r}-8^{r} Papier, 48 Blätter, 2. Hälfte 15. Jh., Italien und Süddeutschland. ÖNB Wien, 10621, f. 1^{v}-7^{v}, Papier, 15. Jh., Provenienz nicht genannt.
BSB München, *Clm 19857*, f. 364^{r}-372^{r}, Papier, 14. und 15. Jh., Kloster Tegernsee. Hofbibliothek Regensburg, *MS 85/1*, f. 52^{r}-59^{r}, Papier, Ende 15. Jh. [?], Provenienz nicht genannt. BSB München, *Cgm 821*, f. 68^{r}-73^{r}, Papier, zwischen 1500 und 1520, Tegernsee.
Diese Mitteilung verdanke ich Herrn Prof. Dr. Menso FOLKERTS, München, der auch auf weitere Exemplare verwies, die in der Zwischenzeit verlorengingen bzw. nicht mehr aufzufinden sind. - SAMHABER 2000 [Fußn. 41], S. 245, führt noch Stift Kremsmünster, Kodex *Cremifanensis 301**, f. 155^{r}-162^{v}, auf, der nach Auskunft von Herrn FOLKERTS seit 1945 fehlt. Mehr hierzu bei KAUNZNER 2003 [?] [Fußn. 42].

52 Gemäß KAUNZNER 2002 [Fußn. 42], S. 58, wurden folgende Auflagen eingesehen:
„Algorismus", Wien ca. 1498, {*BSB München: 4 Inc. s. a. 1440*}.
„Algorismus", Wien ca. 1500, {BSB München: 4 Inc. s. a. 1439}.
„Opus Algorithmi iucundissimum ...", [Leipzig] 1503, {*BSB München: 4 Math. p. 400(3*}.
„Opus Algorithmi iucundissimum ...", [Leipzig] 1507, {*BSB München: 4 Math. p. 400(5n*}.
„Algorithmus", Wien um 1510, {BSB München: 4 Inc. s. a. 1438}.
„Opus Algorithmi ...", [Leipzig] 1510, {BSB München: Res/4 Math. p. 264p}.
„Georgii Peurbachii Mathematici ...", Wien 1511, {BSB München: 4 Math. p. 267}.
„Georgij Peurbachij. Mathematici ...", Nürnberg 1513, {*BSB München: 4 Math. p. 400(8; ÖNB Wien: Series nova 4265*}.
„Opusculum Magistri Georgij ...", Wien 1515, {*BSB München: 4 /nc. s. a. 9/8/Beibd. 3*}.
„Algorithmus georgii Peurbachii ...", Wien 1515, {*BSB München: Res/4 Exeg. 279*}.
„Algorithmus Georgii Peurbachii ...", Wien 1520, {*BSB München: Res/4 Math. p. 266*}.
„Elementa Arithmetices ...", Wittenberg 1534, {*BSB München: Math. p. 420*}.
„Elementa Arithmetices ...", Wittenberg 1536, {*BSB München: Math. p. 421; Staatl. Bibl. Regensburg: Philos. 1012* und *Philos. 1079*}.
„Arithmetices Elementa ...", Frankfurt 1544, {*BSB München: L. impr. c. n. mss. 1069*}.
Man sehe diesbezüglich auch SAMHABER 2000 [Fußn. 41], S. 249.

benen Zahl erkennen] aufgeführt[53] *(Abb. 2)*. Als Besonderheit gilt, daß sich Georg von Peuerbach in seinem Werk auf dessen arabische Herkunft beruft; der nämliche Hinweis findet sich auch in den Druckausgaben[54].

(1.3) In *MS 1840*, Jagiellonische Bibliothek Krakau, f. 19r-34r, 15./16. Jahrhundert, findet sich ein *Algorismus novus de Jntegris Magistri Georgij pawrbachij winensis / viri in studijs mathematice celebratissimi / ...* mit dem Incipit *Jnquid ysidorus libro tercio ethymologiarum Arithmetica quam vsitato vocabulo arismetricam dicamus Est disciplina numerorum Greci cum [?] nvmerj Rithmoij nominant Quam sequentores [?] secularum ...* [= Isodor sagt im dritten Buch der Etymologien, daß die Arithmetik, die wir gewöhnlich Arismetrica nennen, die Lehre von den Zahlen ist, sie wird von den Griechen als Rithmia bezeichnet ...][55].

Die genannten neuen Abhandlungen erlebten erst seit dem Ende des 15. Jahrhunderts eine erweiterte Bedeutung, als auch mathematische Schriften veröffentlicht wurden; wie bereits angegeben[56], erschien der *Tractatus de Minuciis phisicis* des Johann von Gmunden 1515 in Wien[57], das *Introductorium in Arithmeticam* des Georg von Peuerbach kam seit etwa 1498 unter die Presse und wurde bis weit ins 16. Jahrhundert hinein auf den Universitäten als Lehrbuch verwendet[58]. Es fällt auf - und dies erkennt man bei entsprechenden Vergleichen-, daß in den überlieferten Handschriften und in frühen Druckausgaben des *Algorismus des Georg von* Peuerbach auch einige Exempla in den seinerzeit noch ungewohnten indisch-arabischen Ziffern aufgeführt werden, während z. B. im Druck von 1536[59] die Rechenoperationen zwar erläutert, die neuen Zahlzeichen jedoch selbst in den hierfür fraglichen Abschnitten nicht einmal aufgezeigt werden, geschweige denn Zahlbeispiele erscheinen.

(2) Die von Georg Tannstetter als *Canones Gnomonis cum noua tabula pulcherrima* bezeichneten, als Manuskript mit dem Titel *Canones pro composicione et vsu Gnomonis Geometrici pro Reverendissimo Archiepiscopo Strigoniensi compositi* vorhanden

53 Gemäß BSB München, *Cgm 821*, bei Thorndike/Kibre 1963 [Fußn. 36], Sp. 958, zitiert, ein falsches Incipit dort Sp. 634. - Einzelheiten zum Inhalt dieser Abhandlung Georgs von Peuerbach bei Gerhardt 1877 [Fußn. 35], S. 10f.; Kaunzner 2002 [Fußn. 42], S. 57-59. - Standorte der anderen jetzt zugänglichen Handschriften in (1.1), in Fußn. 51 und in (1.3).

54 So liest man in *Codex 24*, Yale Medical Library, New Haven, S. 393: „Sinistrorsum autem scribimus in hac arte more arabum qui hanc scienciam invenerint [?] et hac de causa [?] ut in legendo conswetudine ordinem seruans maiorem numerum minorj praeponamus etc. [?]". (= Nach links hin aber schreiben wir in dieser Kunst nach Sitte der Araber, die diese Wissenschaft erfanden, und deshalb ist wie beim Lesen darauf zu achten, daß wir die größere der kleineren Zahl voranstellen usw.]. - Peuerbach 1536 [Fußn. 50], f. A iijv: „In hac autem scientia sinistrorsum agi solet more Arabum, qui ipsius primi extiterunt inuentores." [= In dieser Wissenschaft aber geht man nach links hin vor wie die Araber, die sich als deren erste Erfinder zeigten.]

55 Herr Folkerts verwies freundlicherweise auf diese Handschrift, die bei Thorndike/Kibre 1963 [Fußn. 36] nicht verzeichnet ist; in seinem Archiv konnte der entsprechende Film eingesehen werden.

56 Siehe Fußn. 35.

57 Hofmann 1963 [Fußn. 23], S. 217.

58 Man sehe Fußn. 52. - Die von Georgivs Pray: Index Rariorvm Librorvm Bibliothecae Vniversitatis Regiae Bvdensis, Pars 2, K.-Z., Buda 1781, S. 243, genannte Auflage sine loco 1492 konnte trotz Umfrage nicht nachgewiesen werden.

59 Titel in Fußn. 50.

in Kodex CVP 5292, ONB Wien, f. 86^{v}-93^{v}, 15. Jahrhundert, Incipit *[G] Nomonem Geometricum quem dudum fieri postulabas optime praesul*[60] [= Den von dir, Herr, geforderten, endlich bestens arbeitenden Gnomon], wurden 1516 und 1544 in Nürnberg als *Canones pro compositione et vsv Gnomonis Geometrici* herausgebracht; in dieser Abhandlung wird in 13 Propositionen z. B. auch gezeigt, wie man aus einem einzigen Stand heraus etwa die Höhe eines unzugänglichen Gegenstands durch zweimaliges gezieltes Ansetzen des geometrischen Quadrats bestimmt[61].
(5) Es dürfte sich um die in Kodex CVP 5203, ÖNB Wien, f. 67^{r}-69^{v}, 15. Jahrhundert, anonym aufgezeichnete *Fabrica & vsus instrumenti pro veris coniunctionibus & oppositionibus solis & lunae Georgij Peurbachij* [= Herstellung und Gebrauch eines Gerätes zur Bestimmung der wahren Konjunktionen und Oppositionen von Sonne und Mond], Incipit *Cum animaduertissem quoddam instrumentum pro veris coniunccionibus faciliter reperiendis a veritate deficere* [= Nachdem ich bemerkte, daß ein gewisses Instrument, das die wahren Konjunktionen leicht auffinden sollte, in seiner Beschaffenheit Mängel aufwies] handeln[62].
(6) Was die Trigonometrie anlangt, so wurden die aus der griechischen muslimischen und iberischen[63] Tradition stammenden Sinustafeln durch Johann von Gmunden 1437 in Schritten von 30', und zwar bis auf 30 Terzen gerechnet, wiedergegeben[64]. Vielleicht stammt von Georg von Peuerbach eine selbst konzipierte Sinustafel um das Jahr 1455 mit Radius 600000[65]- zugeschrieben wird ihm eine fünfstellige mit Radius 60000 in Schritten von 10' als Abschrift mit Erläuterung unter dem Titel *Compositio tabulae sinus* mit dem Hinweis *Sequitur Tabula sinus Magistri Georgij de Peurbach* vorhanden in Kodex CVP 5277 ÖNB Wien, f. 287^{r} f. und 288^{r}-289^{v}, wobei er jedoch angeblich die Berechnungen von Giovanni Bianchini übernahm[66]- diese

60 Thorndike/Kibre 1963 [Fußn. 36], Sp. 589.

61 Einzelheiten hierzu bei Kaunzner 2002 [Fußn. 42], S. 61-63. - Friedrich Samhaber: Höhepunkte mittelalterlicher Astrononue. Georg von Peuerbach und das helle Mittelalter. Ausstellung im Schloss Peuerbach, 27. April 2. November 2000, Raab 2000, führt im Verzeichnis der Exponate, Nr. 101, auch eine in Kodex CVP 5258, ÖNB Wien, -134^{r}-135^{v}, vorhandene, wohl dem Georg von Peuerbach zugeschriebene Tabula Gnomonis, d. h. Tabelle, mit Skizze eines geometnschen Quadrats und Beschreibung, auf; ferner sehe man Samhaber 2000 [Fußn. 41]S 244.

62 Incipit bei Thorndike/Kibre 1963 [Fußn. 36], Sp. 282. Mehr hierzu in Kaunzner 2003 [?] [Fußn. 42].

63 Gmunden 1515 [Fußn. 35], f. k i^{r}: „Et predicta .xij. signa vocantur signa communia et aliqui auctores tabularum ponunt talia signa et gradus in tabulis suis. Jn tabulis vero alphancij: et in tabulis meis non ponuntur taliasigna:." [= Vorgenannte zwölf Zeichen werden die gewöhnlichen Zeichen genannt und manche Verfasser von Tafeln verwenden in ihren Tafeln solche Zeichen und Grade. In den alphonsinischen und in meinen Tafeln kommen sie jedoch nicht vor.]

64 Busard 1971 [Fußn. 36], S. 110-112.

65 Ernst Glowatzki/Helmut Göttsche: Die Tafeln des Regiomontanus ein Jahrhundertwerk. Menso Folkerts (Hrsg.): Algorismus-Studien zur Geschichte der Mathematik und der Naturwissenschaften, Heft 2, München 1990, S. 115: „Wahrscheinlich hat er [= Georg von Peuerbach] selbst für den gegenüber Bianchini zehnmal größeren Halbmesser R = 600000 eine Sinus-Tafel berechnet. Er erwähnt das jedenfalls in der wohl im Jahre 1455 entstandenen ... Schrift ‚Quadratum Geometricum'. " - Friedrich Unger: Die Methodik der praktischen Arithmetik in historischer Entwickelung [...], Leipzig 1888, S. 104: „Peurbach bahnte den Übergang zu den Decimalteilen an, indem er den trigonometrischen Tafeln den sinus totus gleich 600000 setzte." - Es handelt sich nicht um ÖNB Wien, Kodizes CVP 5277 f. 288^{r}-289^{v}, und CVP 5291 , f. 165^{r}-173^{v}; in DSB 15, S. 478, also falsch; Frau HR Dr. Eva Irblich teilte freundlicherweise Details mit. - Siehe Kaunzner 2003 [?] [Fußn. 42].

66 Glowatzki/Göttsche 1990 [Fußn. 65], S. 115.

Abhandlung kam 1541 in Nürnberg als *Tractatvs Georgii Pevrbachii svper Propositione; Ptolemaei de Sinubus & Chordis* unter die Presse[67].

Johannes Regiomontanus verfaßte um 1462 eine Abhandlung, wie in einer Sinustafel mit Radius 6000000 - es ging nun vordringlich um einen möglichst großen Kreisradius und um kleinere Winkelschritte als in der Vergangenheit - siebenstellige Tabellenwerte in einer Schrittweite von einer Bogenminute zu bestimmen sind; es handelt sich um Kodex CVP 5203, ÖNB Wien, f. 28^{r}-32^{v}[68], die Eckwerte gab er neunstellig an[69]; entsprechend feingliedrig ging er in einer 1468 in Buda vollendeten[70] bei Radius 10000000 vor, womit der Übergang zum Dezimalsystem vollzogen war. Er hinterließ in Kodex *Cent 5 63*, Stadtbibliothek Nürnberg, f. 30^{r,} auch eine von Grad zu Grad laufende bis auf sieben Stellen gerechnete dezimale Tangenstafel, eine *Tabella faecvnda*, wobei tg 45° = 100000 gesetzt wurde[71].

Trigonometrie, bis dahin eine der Astronomie dienende Hilfswissenschaft, wurde nun zu einer selbständigen Disziplin; die von Johannes Regiomontanus 1462 begonnene Dreieckslehre[72], 1533 von Johannes Schöner (1477-1547) in Nürnberg als *Doctissimi viri et mathematicarum disciplinarum eximij professoris Ioannis de Regio Monte De Triangvlis omnimodis Libri qvinqve*: [...] gedruckt, wurde bedeutungsmäßig in den beiden folgenden Jahrhunderten nicht übertroffen.

(7) Hierbei handelt es sich um die von Johannes Regiomontanus 1455 in seinem Wiener Rechenbuch - Kodex CVP 5203, ÖNB Wien, f. 54^{r}-58^{v} -, aufgezeichnete *Compositio Tabule altitudinis Solis ad omnes horas. G[eorgius] d[e] p[eurbach]*, Incipit *Cum diu saepe dubitarem, an tabella, que solis altitudines ad horam quamcumque* [= Nachdem ich lange und oft erwägte, ob die Tabelle der Sonnenhöhen für jede beliebige Stunde][73]. Georg von Peuerbach will hier „eine damals bekannte Tabelle der Sonnenhöhen überprüfen und vor allem die Richtigkeit der Formel, die ihm nur als Rezept vorlag, beweisen Vermittels zweier ähnlicher Dreiecke führt Peurbach den

67 Hierzu Christoph F. Pfleiderer: Ebene Trigonometrie mit Anwendungen und Beyträgen zur Geschichte derselben, Tübingen 1802, S. 20-26 mit Fußnoten; von Braunmühl 1900 [Fußn. 38], S. 116; Grössing 1983 [Fußn. 43], S. 27; Kaunzner 2002 [Fußn. 42], S. 59-61.

68 Ernst Zinner: Leben und Wirken des Joh. Müller von Königsberg genannt Regiomontanus, Osnabrück 21968, S. 87 und 307.

69 Wolfgang Kaunzner: Über Regiomontanus als Mathematiker, in: Günther Hamann (Hrsg.): Regiomontanus-Studien. Österreichische Akademie der Wissenschaften, Phil.-hist. Klasse, Sitzungsberichte, Band 364, Wien 1980, S. 125-145, hier S. 131.

70 Zinner 1968 [Fußn. 68], S. 152 und 345.

71 Zinner 1968 [Fußn. 68], S. 148: „Gewiß besaßen arabische Gelehrte ... solche Tafeln und lehrten ihren Gebrauch; jedoch lassen sich diese Tafeln in den lateinischen Übersetzungen des Mittelalters nicht nachweisen, weshalb es nicht wahrscheinlich ist, daß Regiomontan sie kannte."; auch Kaunzner 1980 [Fußn. 69], S. 133 und dortige Abb. 1.

72 Zinner 1968 [Fußn. 68], S. 88. - Regiomontans Autograph liegt in der Bibliothek der Sternwarte von Pulkowo bei St. Petersburg.

73 Kurt Vogel: (Anlage 3) Peurbachs Abhandlung über die Berechnung der Sonnenhöhe für jede Stunde, in: Der Donauraum, die Wiege mathematischer Studien in Deutschland. Neue Münchner Beiträge zur Geschichte der Medizin und Naturwissenschaften, Naturwissenschaftshistorische Reihe, Band 3, München 1973, S. 55-65; ferner Maria G. Firneis: Annex zu vorigem Aufsatz [= Helmuth Grössing: Georg von Peuerbach. Naturwissenschaft und Humanismus, S. 1-29], in: Grössing 2002 [Fußn. 39], S. 31f. - Incipit bei Thorndike/Kibre 1963 [Fußn. 36], Sp. 293.

Beweis, über den er lange nachgedacht und den er dann mit Gottes Hilfe gefunden hat"[74].

(8) Hierzu lassen sich Aufzeichnungen in drei Handschriften nachweisen[75]: Kodex XXX.d.4, Bischöfliches Priesterseminar Klagenfurt, f. 80v-85v [?]: *Sequitur compositio quadrantis magistri georgij pürbachi* mit drei Skizzen, Incipit *Describo quartam partem circuli more* [= Ich beschreibe den vierten Teil des Kreises gemäß]; Codex 24, Yale Medical Library, New Haven, ehedem Melk 794*(627), S. 238-245, spätes 15. Jahrhundert, enthält eine *Compositio cithare horarie* [= Aubau einer Zeitzither] mit dem Incipit *Antiqua compositio quadrantis difficilis esse noscitur atque tediosi laboris* [= Bekanntlich ist der herkömmliche Aufbau des Quadranten schwierig und mühevoll]. Es handelt sich um ein von Georg von Peuerbach erfundenes astronomisches zitherähnliches Zeitmeßgerät, das jener aus dem sogenannten Sonnenquadranten entwickelt hatte; Kodex CVP 5176, ÖNB Wien, f. 43v-47v, behandelt die Herstellung von Quadranten.

(9) In Kodex CVP 5203, ÖNB Wien, f. 79r-86r befindet sich eine dem Georg von Peuerbach zugeordnete, von unbekannter Hand geschriebene *Fabrica instrumenti universalis ad inveniendum horas in quocumque climate* [= Herstellung eines Universalinstruments zur Stundenbestimmung in jeder Gegend], Incipit *Sinum totum ad sinum arcus ecliptice*[76].

Durch die Schaffenskraft von Johann von Gmunden und von Georg von Peuerbach wurde die erste Wiener mathematische Schule begründet, die schließlich im Peuerbach-Schüler Johannes Regiomontanus ihren bekanntesten Vertreter fand. Die Wirksamkeit dieser Schule liegt erheblich darin begründet, daß ab etwa 1420 erstmals im deutschsprachigen Bereich eigene Arithmetiken erschienen, durch welche die seinerzeit noch nicht eingebürgerten indischarabischen Ziffern und die Grundrechenarten mit ihnen neben den Umgang mit Rechenbrett und Rechnen auf den Linien, sowie mit weiteren überlieferten Hilfsmitteln wie Kerbholz, Fingerzahlen, Fingerrechnen, Rechenschnüre usw., traten; was die Astronomie anlangt, so wurden vor allem die Tafelwerte verfeinert, das Stoffgebiet selbst systematisiert, sowie Beobachtung, noch ohne optisches Fernrohr, und Theorie verbunden.

Die Wiener Universität bot sich für alle diese Neuerungen wie kaum eine andere Stelle an, denn dort kommentierte man somit ab damals nicht mehr nur fremde Werke, sondern man griff auch bereits auf eigene Erzeugnisse zurück. Die genannten Abhandlungen konnten zunächst jedoch - wenn überhaupt - nur handschriftlich tradiert werden. Trotzdem entstanden wohl auch in ihrem Gefolge, aber großenteils aus eigener Schöpferkraft, ab der zweiten Hälfte des 15. Jahrhunderts z. B. im Kloster

---

74 Vogel 1973 [Fußn. 73], S. 55. - Kurt Vogel leitet auf S. 55f. vermitttels der Ähnlichkeit zweier sphärischer Dreiecke die entsprechende Formel her; Firneis 2002 [Fußn. 73], S. 32, verwendet die Terminologie, wie sie im Apostelchor im Wiener Stephansdom eingemeißelt ist.

75 Die beiden erstgenananten Manuskripte bei Thorndike/Kibre 1963 [Fußn.36], Sp. 402 und 110. - Einzelheiten bei Kaunzner 2003 [?] [Fußn. 42].

76 Gemäß Samhaber 2000 [Fußn. 41], S. 244, ein Werk Georgs von Peuerbach, bei Thorndike/Kibre 1963 [Fußn. 36], Sp. 1509, anonym; hierzu auch Kaunzner 2003 [?] [Fußn. 42].

St. Emmeram in Regensburg, im Kloster Reichenbach am Regen[77], in Bamberg, in Nürnberg, in Erfurt und in Leipzig bedeutende wissenschaftliche mathematische bzw. astronomische Zentren, während die einfachen arithmetischen Kenntnisse sich vorwiegend ab dem Ende des 15. Jahrhunderts durch den Einsatz der Rechenmeister in ihren Rechenschulen und in den gedruckten Rechenbüchern verbreiteten.

[2] Die nächste Phase der Entwicklung der Mathematik im Zeitabschnitt zwischen Georg von Peuerbach und Johannes Kepler (1571-1630) erstreckt sich zwischen etwa 1460 und etwa 1550, denn um 1480 trat der Berufsmathematiker auf. In der neuen Mathematik, die vorwiegend von theoretischen Überlegungen zur Symbolisierung der Gleichungslehre geprägt war, wurde mystischen Spekulationen im Zusammenhang mit Stetigkeit, Kontinuum, Zahlenallegorese, Zahlensymbolik kaum mehr ein Platz eingeräumt. Die Eins wurde jetzt als Zahl und nicht mehr nur als Ursprung der Zahlen aufgefaßt; der Zahlemaum wurde ins Negative hinein erweitert; auch die Null, lange als Teufelswerk beargwöhnt, wurde schließlich bedenkenlos geschrieben; in Fachkreisen wurden die römischen Zahlzeichen von den indisch-arabischen abgelöst. Die mathematische Fachsprache wurde verkürzt, Symbole wurden geschaffen, die algebraische Gleichung wurde formelmäßig dargestellt, indem man vielerlei ordnende Fachausdrücke einführte. Es war die Epoche, in der sich die Mathematik von der Philosophie löste, auch wenn man sie dem Curriculum nach noch 300 Jahre lang dorthin zählte.

Zum einen trat der Rechenmeister stärker als bislang hervor; er unterwies seine Rechenschüler anhand gedruckter Rechenbücher mittels rein praktischer, bisweilen auch mnemotechnischer Methoden, um ihnen den Weg für ihre spätere Tätigkeit als Kaufleute und als Handwerker zu ebnen. Es war ein Beruf, der seit der Wende vom 15. zum 16. Jahrhundert eine immer breitere volkswirtschaftliche Bedeutung erlangte, denn gerade in dieser Bildungseinrichtung wurde der Umgang mit der Muttersprache und mit den sich nun allmählich einbürgernden neuen Ziffern wohl am intensivsten gefördert. Meist sind es zwar nur in der Heimatgeschichte tradierte Namen, doch Adam Ries aus Staffelstein (1492-1559) ist bei uns heute noch den meisten geläufig.

Zum anderen trat der wissenschaftlich orientierte Fachmann auf, der an einer Hohen Schule, im Kloster oder bei Hof tätig war. Er behandelte theoretische Probleme, wie sie sich hauptsächlich durch die Beschäftigung mit der überlieferten Algebra ergaben, mit der Coß. Die Muslime hatten die in einer Gleichung auftretende Unbekannte mit den Begriffen *Sache* oder *Ding* bzw. Wurzel bezeichnet, so sagten die Lateiner *res* oder *causa* bzw. *radix*, die Italiener nannten sie *cosa*, und hier hieß sie *Ding* oder *Coß* bzw. *Wurzel*, das Fachgebiet selbst war die *Coß*. Sechs Jahrhunderte lang hatten diese Kenntnisse, in denen es damals vordringlich um die Lösung bis zur quadratischen Gleichung ging, seit ihrer wissenschaftlichen Fundierung um 830 in Bagdad in der von Muhammad ibn Mūsā al-Hwārizmī schon vor seiner *Arithmetik* geschaffenen *Algebra* in wohl nicht zu vielen überkommenen Handschriften ein bescheidenes, vermutlich sogar unbeachtetes Dasein gefristet; war doch der gesamte

77 Hierzu etwa Wolfgang Kaunzner: Zum Stand von Astronomie und Naturwissenschaften im Kloster Reichenbach in: 875 Jahre Kloster Reichenbach am Regen 1118-1993, München 1993, S. 24-45.

Rechengang in Wörtern aufgezeichnet worden. Folglich befaßten sich die hiesigen Fachleute, die Cossisten, großenteils mit der - anscheinend nirgends, auch nicht von Johannes Regiomontanus, direkt ausgesprochenen - Frage, wie dieses überlieferte Wissensgut in eine leichter verständliche Form gebracht werden könnte.
Man bezeichnet diese Entwicklung in der abendländischen Mathematik, die sich zwischen etwa 1460 und etwa 1550 vollzog, als die *Deutsche Coß*: Damals wurde zum ersten Mal das sozusagen seit dem neunten Jahrhundert vorhandene, aber ruhende arithmetische und gleichungstheoretische Potential genützt, so daß es in einer neuen Form eine geeignete, nämlich die ihm zukommende Wirksamkeit erfuhr. In der seinerzeitigen neuen Mathematik, nämlich in der theoretischen Algebra, wurde eine geeignete Symbolik geschaffen und dort, sowie in der Kaufmannsarithmetik, in den trigonometrischen Tafeln und im Buchdruck, kamen die neuen, die indisch-arabischen Zahlzeichen, zum Tragen.
Von Johannes Regiomontanus ist 1456 der älteste erfolgreiche Nachweis auf hiesigem Boden überliefert, die quadratische Gleichung formelmäßig, d. h. in Symbolen darzustellen, auch weitere diesbezügliche Aufzeichnungen sind vorhanden *(Abb.: 3)*; vielleicht standen ihm italienische Vorlagen zur Verfügung[78]. Sein Vorhaben, die algebraische Gleichungslehre sozusagen hoffähig zu machen, wurde das Hauptanliegen der *Deutschen Coß*. Es ging hierbei darum, bereits seit langem vorhandene mathematische Kenntnisse in eine für das Aussehen leicht erkennbare Form zu kleiden. Eine Reihe von Cossisten folgte. Hauptsächlich diesen Männern, von denen nur Regiomontanus in der Walhalla steht, ist es zu danken, daß an der Wende vom 15. zum 16. Jahrhundert in der Mathematik eine symbolische Fachsprache geschaffen wurde, durch welche im Verein mit den sich nun einbürgernden indisch-arabischen Ziffern der Mathematik die Hilfsmittel in die Hand gegeben wurden, die sie seither und in den kommenden Zeiten wohl noch mehr als bis heute in alle technisch erfaßbaren Vorgänge und in alle logisch aufgebauten Fächer eindringen läßt.
Die Symbolisierung der Algebra war ein Vorgang, der sich seinerzeit hauptsächlich im süd- und mitteldeutschen Raum vollzog, der anscheinend ohne viel Aufhebens in Fachkreisen angenommen und schon seit damals als selbstverständlich angesehen wurde, denn man findet keine diesbezügliche Äußerung. Es handelte sich darum, aus sinnvollen Wortabkürzungen geeignete Symbole zu schaffen: Aus *minus* und *plus*, ferner *radix*, dann *dragma, res, census, cubus, census de censu* usw. entstanden - und +, sowie die Symbole für das Wurzelzeichen und für die Potenzen der algebraischen Unbekannten *(Abb. 4)*; aus schnell geschriebenem minus wurde zunächst ein langer Strich für das Minuszeichen, beim Durchstreichen hatte man das Plus. Jahrhunderte lang war es in der Algebra nicht vorangegangen, bevor die Problematik der Gleichungslehre von dieser sinnvollen Systematik eingeholt wurde, so wie sich dies schließlich bei Michael Stifel aus Eßlingen (um 1487 - 1567) manifestierte. Die damaligen Cossisten - diese Bezeichnung hielt sich bis ins 17. Jahrhundert hinein, so daß auch

78 Hier sei auf die seit 1982 von der Universität Siena durch Laura Toti Rigatelli und Raffaella Franci herausgegebene Schriftenreihe verwiesen: Quademi del Centro Studi della Matematica medioevale, und zwar die Hefte 2, 3, 5, 10 und 26.

Johannes Kepler algebraische Rechnungen noch auf die nämliche Art durchführte[79] *(Abb. 5)* - versuchten nicht nur, der algebraischen Gleichung selbst ein für das Auge leicht erkenntliches Aussehen zu geben, sondern sie schufen auch ein breites Band von hiermit anscheinend nur lose zusammenhängenden Rechenvorschriften, von sogenannten *Algorismen* oder *Algorithmen* in denen sie dieseinerzeit neu auftretenden Problemstellungen abhandelten[80].
Beim Gegenüberstellen der Glieder arithmetischer und geometrischer Folgen erkannte man die Eigenschaften, die das Rechnen mit Potenzen und mit Wurzeln untermauerten und die als die Vorstufe für die Logarithmenrechnung anzusehen sind. Vor allem in Leipzig wurden derlei Fragestellungen ausführlich behandelt, und auch der Buchdruck nahm sich umgehend dieses neuen Faches an. Diese Werke sind wichtige Zeugnisse für die Einbürgerung der neuen Ziffern sowie für die Anfange der späteren algebraischen Symbolik und der Logarithmen. Frater Fridericus Amann aus Kloster St. Emmeram in Regensburg (gest. 1464/1465) schrieb 1461 das älteste Stück Algebra in deutscher Sprache, jetzt in Kodex *Clm 14908*, BSB München, f.133^{v}-135^{r}. Im Jahre 1481 wurde in Leipzig - vielleicht unter dem Einfluß des Predigermönchs Aqumas Dacu (Ende 15. Jh.) oder seines Schülers Andreas Alexander aus Regensburg (gest. nach 1504) - die erste große deutsche Algebra verfaßt, derzeit enthalten in Kodex *C 80* SLUB Dresden, f. 368^{r}-378^{v} [81] *(Abb. 6)*. In Bamberg erschienen 1482 und 1483 gedruckte deutsche Kaufmannsrechenbücher[82]. Johannes Widmann aus Eger (um 1460 - nach 1504) hielt im Sommersemester 1486 die erste Algebravorlesung an einer deutschen Universität, enthalten in Kodex *C80* SLUB Dresden f. 350^{r}-364^{v}, die als die Lateinische Algebra in die Literatur einging[83]; in Kodex CVP 5277 ÖNB Wien, f. 331^{r}-334^{v}, besitzt man zumindest Teile einer Mit- oder Abschrift hiervon *(Abb. 7)*; 1489 erschien in Leipzig aus Widmanns Feder das erste große deutsche Rechenbuch für Kaufleute[84]. In Kodex *C 80*^{m}, SLUB Dresden, f. 41^{r}-42^{v}, befindet sich ein vermutlich dem späten 15. Jahrhundert entstammender, von unbekannter Hand aufgezeichneter *Algorismus de*

79 Hier unterrichtet Martha List/Volker Bialas: Die Coss von Jost Bürgi in der Redaktion von Johannes Kepler Bayerische Akademie der Wissenschaften, Math.-naturw. Klasse, Abhandlungen, N. F., Heft 154, München 1973. mit Faksimile von Blatt 118^{v}.

80 In ehedem Leipziger Handschriften finden sich: Algorithmus minuciarum et uulgarium et phisicarum, Algorithmus proporcionum, Algorithmus de additis et diminutis, Algorithmus de surdis, Algorithmus de applicatis, Algorithmus de datis, Algorithmus de duplici differentia, Algorithmus de probis, Radicum cubicarum Algorithmus, Quadratorum de quadratis in rationalibus et surdis Algorithmus, Schacori Algorithmus.

81 Ediert von Kurt Vogel: Die erste deutsche Algebra aus dem Jahre 1481. Bayerische Akademie der Wissenschaften, Math.-naturw. Klasse, Abhandlungen, N. F., Heft 160, München 1981. - Einiges zum ominösen Aquinas Dacus in NDB 1, S. 333a; bezüglich Andreas Alexander sehe man etwa NDB 1, S. 195bf., oder Menso Folkerts: Andreas Alexander Leipziger Universitätslehrer und Cossist?, in: Rainer Gebhardt (Hrsg.): Rechenmeister und Cossisten der frühen Neuzeit. Freiberger Forschungshefte, Reihe D 201, Freiberg 1996, S. 53

82 Vermutlich stammen beide aus der Feder des Nürnberger Rechenmeisters Ulrich Wagner; als einer der ersten - weitere Untersuchungen folgten - unterrichtet hier Kurt Vogel: Das älteste deutsche gedruckte Rechenbuch Bamberg 1482. Gymnasium und Wissenschaft. Festschrift des Maximiliansgymnasiums in München 1949/1950. Ulrich Wagner. Das Bamberger Rechenbuch von 1483. Mit einem Nachwort von Eberhard Schröder, Berlin 1988.

83 Abgedruckt bei Hermann Emil Wappler: Zur Geschichte der deutschen Algebra im 15. Jahrhundert Programm des Gymnasiums Zwickau 1887.

84 Behende vnd hubsche // Rechenung auffallen // kauffmanschafft: (Conradus Kacheloffen).

Proportionibuß mit dem Hinweis: „Notabilia in proporcionibus: Addere: Est multiplicare. Subtrahere: Est diuidere. Duplare siue multiplicare: Est in se ducere. Mediare aut diuidere: Est radicem extrahere."[85] [= Bei den Proportionen ist zu beachten: Addieren ist multiplizieren, subtrahieren ist dividieren, verdoppeln bzw. multiplizieren ist „in sich führen", halbieren bzw. dividieren ist Wurzelziehen.]. Adam Ries schrieb um 1517 und zwischen 1518 und 1524 zwei wegweisende algebraische Werke, heute Kodex *C 349*[86], SLUB Dresden *(Abb. 8)*, und den ersten Teil seiner „Coß" im Erzgebirgsmuseum in Annaberg-Buchholz, Signatur *M 001*; bekannt wurde er freilich durch seine drei Rechenbücher[87]. Die sogenannte zweite Wiener mathematische Schule stand nicht nach: Heinrich Schreyber aus Erfurt (vor 1496 - Winter 1525/1526), genannt Grammateus, gab 1518/1521 in Nürnberg das erste deutsche Buch mit algebraischen Abschnitten heraus[88], der Grammateus-Schüler Christoff Rudolff aus Jauer in Schlesien (Ende 15. Jh. - 1. Hälfte 16. Jh.) 1525 in Straßburg das erste große deutsche Algebrabuch[89]. Die mathematik-historische Bedeutung von Peter Apian aus Leisnig (1495-1552) ist wohl noch nicht vollständig erfaßt[90].
Die von den einzelnen Autoren angewendete Symbolik wechselte sehr stark, vermutlich auch durch die Druckverfahren bedingt. Die Mathematik des Manierismus - um 1520 - war hierdurch gekennzeichnet von einer Vielfalt verschiedener Bezeichnungen für gleiche Begriffe, ein Vorgang, der sich weder vorher noch nachher wiederholte[91]. Michael Stifel veröffentlichte 1544 in Nürnberg das Hauptwerk der *Deutschen Coß*, seine *Arithmetica integra*. Neben den natürlichen, rationalen und irrationalen, standen nun auch die ganzen Zahlen uneingeschränkt zur Verfügung. Mittlerweile wurde in Italien die kubische Gleichung erfolgreich angegangen.
[3] Eine dritte, eine wiederum praktische Phase der Mathematik folgte. Die Entwicklung der Coß war zumindest im hiesigen Bereich zu einem gewissen Abschluß ge-

85 Hierzu Wolfgang Kaunzner: Über Johannes Widmann von Eger. Veröffentlichungen des Forschungsinstituts des Deutschen Museums für die Geschichte der Naturwissenschaften und der Technik, Reihe C, Quellentexte und Übersetzungen, Nr. 7, München 1968, S. 48-51 und 112f.

86 Es handelt sich um die in vier Handschriften nachgewiesene deutsche Bearbeitung einer lateinischen Abhandlung von Andreas Alexander aus Regensburg, die in die Literatur einging durch Maximilian Curtze: Die Algebra des lnitius Algebras ad Ylem geometram magistrum suum. Abhandlungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen, Heft 13, Teil 2 (1902), S. 437-609.

87 Hierzu Rainer Gebhardt/Peter Rochhaus: Verzeichnis der Adam-Ries-Drucke. Schriften des Adam-Ries-Bundes Annaberg-Buchholz, Band 9, Annaberg-Buchholz 1997.

88 Ayn new kunstlich Buech // welches gar gewiß vnd behend // lernet nach der gemainen regel Detre /welschen// practic / regeln falsi vnd etlichen regeln Cosse man // cherlay schoene vnd zuwissen notuerfftig rechnung // auff kauffmanschafft. (...). (Johannes Stuechs).

89 Behend vnnd Hubsch // Rechnung durch die kunst= // reichen regeln Algebre / so ge= // meincklich die Coss genennt werden. (...). (Vuolfius Cephaleus).

90 Hinsichtlich der Ankündigung von Peter Apian: Eyn Newe // Vnnd wolgegründte // vnderweysung aller Kauflinanß Rech=// nung in dreyen buechem [...], Ingolstadt 1527 (Georgius Apianus), f. [A ij^{v}]: „Die Regulas Cosse mit sampt dem Centiloquio / dar jnne d' kem ligt / wirt ich in kurtzer zeyt (wil Gott) auch in druck geben" stehen noch Fragen an und Antworten aus. - Viel Neues zu Peter Apian brachte die Jubiläumsausgabe von 1995 und deren Neuauflage Karl Röttel (Hrsg.): Peter Apian. Astronomie, Kosmographie und Mathematik am Beginn der Neuzeit, Buxheim/Eichstätt ^{2}1997.

91 Wolfgang Kaunzner: Zur Entwicklung der Mathematik im 16. Jahrhundert, in: Menso Folkerts/Uta Lindgren (Hrsg.): Mathemata, Festschrift für Helmuth Gericke. Boethius, Band 12, Stuttgart 1985, S. 247-264, hier S. 260.

kommen[92]; in der Folgezeit traten solche Fragen in den Vordergrund, die sich auf Geometrie und Astronomie bezogen. Nach 1550, als von der Astronomie her, die immer stärker vor der geo- bzw. heliozentrischen Entscheidung stand, sowie von der Landvermessung her, genauere Resultate und somit schärfere Rechenmethoden verlangt wurden, mußte man neue Überlegungen anstellen. Brauchbare siebenstellige Sinustabellen standen bereits seit Johannes Regiomontanus in Winkelschritten von einer Minute zur Verfügung, in den Eckwerten waren sie bis zu neunstellig[93] ; sie waren von Peter Apian, wenn auch ohne Quellenangabe, 1533 in Ingolstadt fünfstellig gedruckt worden[94].

Der Nürnberger Johannes Werner (1468-1522) hatte zwischen 1505 und 1513 die sogenannte Prosthaphairese ersonnen, wodurch mittels der Formeln $\sin a \cdot \sin b = \frac{1}{2}(\cos(a-b) - \cos(a+b))$ und $\cos a \cdot \cos b = \frac{1}{2}(\cos(a-b) + \cos(a+b))$ eine Multiplikation durch Heranziehen der Werte aus der Sinustafel auf eine Subtraktion bzw. auf eine Addition zurückgeführt wurde[95]. Es ist eine Ironie des Fortschritts, daß dieses Verfahren, das die umständliche Rechnerei mit großen Zahlen - Johannes Kepler soll zeitweise bis zu 30 Rechner beschäftigt haben - sehr hätte erleichtern können, erst so spät zum Zug kam, weil es bald durch die Logarithmen abgelöst wurde.

Der Schweizer Jost Bürgi (1552-1632) und der Schotte John Napier (1550-1617) entwickelten, jeder für sich, sozusagen als Lebensaufgabe, neue Methoden, die sich bei Gegenüberstellung der Eigenschaften der Terme feingliedriger arithmetischer und geometrischer Folgen ergaben und als Logarithmen bekannt wurden. John Napier veröffentlichte 1614 in Edinburgh seine *Mirifici Logarithmorum Canonis descriptio, Ejusque usus* [...} *(Abb. 9)*, der „Zauderer" Jost Bürgi brachte 1620 in Prag seine *Aritmetische vnd Geometrische Progress Tabulen [...]* heraus[96]. Johannes Kepler folgte mit den *Chilias Logarithmorum*, Marburg 1624.

Johannes Kepler knüpfte in seiner Gedankenwelt wie Albertus Magnus an die Griechen an, obwohl man damals schon über leistungsfähige algebraische Methoden verfügte. Er beherrschte die Coß bestens - dies zeigt eine Edition von 1973[97] -, trotzdem wurde er kein Nachfahre der Cossisten, sondern Geometer. Er führte auch Gründe hierfür an:

---

92 Man spricht von drei Stufen der algebraischen Darstellung: Wortalgebra - synkopierte Algebra, wo Wortabkürzungen verwendet werden - symbolische Algebra.

93 Man sehe den Text bei den Fußn. 68 bis 70.

94 Menso Folkerts: Die Trigonometrie bei Apian, in: Röttel 1997 [Fußn. 90), S. 223-228, hier S. 226.

95 Bemerkungen zu dem 1514 als Manuskript vorhandenen, jedoch später verschollenen Werk des Johannes Werner: De Triangulis per maximorum circulorum Segmenta constructis Libri V findet man bei Johann Gabriel Doppelmayr: Historische Nachricht Von den Nürnbergischen Mathematicis und Künstlern, Nürnberg 1730, S. 33f.; Moritz Cantor: Vorlesungen über Geschichte der Mathematik, Band 2, Leipzig ²1900, S. 454f.; Johannes Tropfke: Geschichte der Elementarmathematik, Band 1, Arithmetik und Algebra. Vollständig neu bearbeitet von Kurt Vogel, Karin Reich, Helmuth Gericke, Berlin/New York ⁴1980, S. 297; DSB 14, S. 274b: „Perhaps through Rheticus [Georg Joachim, 1514-1574], Tycho Brahe learned of this procedure, which was used until the introduction of logarithms."

96 Siehe etwa Wolfgang Kaunzner: Logarithms, in: Ivor Grattan-Guinness (Ed.): Companion Encyclopedia of the History and Philosophy of the Mathematical Sciences, Vol. 1, London and New York 1994, S. 210-228, hier S. 216-223.

97 List/Bialas 1973 [Fußn. 79).

1) Er suchte exakte Ergebnisse, die er seiner Ansicht nach in der Algebra nicht fand. Als Beispiel war für ihn √2 die Diagonale im Einheitsquadrat, während er algebraisch hierunter z.B. 1,414 verstand, das jeweils nach Belieben verbessert werden konnte.
2) Die Geometrie war seit 300 v. d. Z. axiomatisiert, die Algebra befand sich am Ende ihrer ersten Entwicklungsphase[98]. Neu anstehende Probleme wie Näherungslösungen von Gleichungen, Vorzeichenregeln in Gleichungen, Längen von Kurvenstücken, Flächeninhalte, Rauminhalte, Schwerpunkte usw. konnte man erst dann angehen, nachdem Begriffe wie Stetigkeit, Kontinuum, Veränderliche usw., die in der cossisch geprägten Phase der vorangegangenen Epoche nicht relevant gewesen waren, erneut herangezogen wurden; die neue abendländische Mathematik verband sich dadurch, wie dies während der ganzen Scholastik selbstverständlich gewesen war, begrifflich wiederum mit der Philosophie. Die Suche nach der Weltharmonie ließ Johannes Kepler einen Weg einschlagen, der für ihn begehbar war, und dies war die Geometrie. Die Algebra kennt nicht den Begriff der Stetigkeit, er holte ihn in seinen Untersuchungen bisweilen fast zwangsweise her[99]. Seine Vorstellung von der Harmonie der Welt führte ihn nicht nur zu den fünf platonischen Körpern, die seiner Ansicht nach zwischen den Schalen liegen, auf denen sich die Planeten bewegen, sondern auch zur Frage der Planetenbahnen selbst: Die genauen Meßdaten von Tycho Brahe (1546-1601) lieferten ihm die Gewißheit, daß die geozentrischen Vorstellungen von Klaudios Ptolemaios und von Brahe falsch sind, ebenso wie die von Nicolaus Copernikus (1473-1543) favorisierten Bahnen, bei denen die Sonne angeblich im Exzenter der Kreise steht, auf denen sie von den Planeten umlaufen wird[100]. Schon in Graz hatte er vor 1600 erkannt, daß sich die Erde langsamer als sonst um die Sonne dreht, wenn sie weiter von ihr entfernt ist[101]. Seiner Ansicht nach konnten derlei Vorgänge am Himmel nicht nach vorgefaßten Hypothesen ablaufen, sondern nur nach den Regeln von Ursache und Wirkung. Folglich durfte die Kreisbahn nicht gefordert, sondern die Bahn des Planeten mußte gesucht werden. Der jeweilige Abstand Erde-Sonne führte ihn zum Flächensatz: In gleichen Zeiten werden gleiche Flächen überstrichen. Bei der Frage nach der Ursache hierfür folgerte er: „Da es keine festen Bahnen gibt, wie Brahe aus den Bahnen der Kometen bewies, so ist der Sonnenkörper die Quelle der Kraft, die alle Planeten herumführt"[102]; indem Johannes Kepler diese Erkenntnis auf alle Planeten übertrug, wandte er - der sich ansonsten zur deduktiven geometrischen Methode bekannte - als erster die Induktion in der Naturwissenschaft an[103]. Von ihm, der mit *Jo. Keplerus Mathematicus* signierte, wurden - nachdem er

98 Man kann bei der Deutschen Coß erstmals von einer symbolischen Algebra sprechen; deren bedeutendste Merkmale wurden die Zeichen + und -.

99 Dies wird deutlich bei Max Caspar: Johannes Kepler. Gesammelte Werke, Band 3, Astronomia Nova, München 1937, S. 442, wo erläutert wird, wie Johannes Kepler in seinen Überlegungen schließlich zum Flächensatz gelangte.

100 Ernst Zinner: Johannes Kepler, in: Die großen Deutschen. Deutsche Biographie in vier Bänden, Band 1, Berlin 1956, S. 487-499, hier S. 494.

101 Zinner 1956 [Fußn. 100], S. 494.

102 Ernst Zinner: Astronomie. Geschichte ihrer Probleme. Orbis Academicus, Band II/1, Freiburg/München 1951, S. 119.

103 Caspar 1937 [Fußn. 99], S. 427 und 441f.

sich zunächst wie in längst verflossenen Jahrhunderten wiederum auf die Analogie zwischen Musik und Astronomie gestützt hatte - Astronomie und Physik, jetzt erkenntnistheoretisch fundiert, unter einem gemeinsamen Aspekt behandeit[104]. So verlagerte sich das naturwissenschaftliche Denken Johannes Keplers aus der Übernatur in die Natur, wobei er als erster Naturgesetze mathematisch formulierte[105].

Überblick

Georg von Peuerbach und Johannes Kepler haben somit mehr gemeinsam, als daß sie lediglich am Anfang und am Ende einer 200jährigen Entwicklung der abendländischen Mathematik lebten und wirkten, in der sich erstmals ein jahrtausendealtes und vermutlich ebenso lange währendes Bemühen der Menschheit erfüllte, nämlich Ordnung und einen gewissen Überblick in den Mikrokosmos der Zahlen und in den Makrokosmos der Gestirne zu bringen; folglich trugen beide wesentlich zum Harmoniegedanken innerhalb der Menschheit bei: Georg von Peuerbach mit manchmal trockenen Worten, in denen er einerseits noch die griechische Definition des Zahlenaufbaus beibehielt[106], andererseits jedoch auf die arabische Herkunft der Rechenmethoden in seinem *Algorismus* hinwies[107], sich bei der Summenformel der arithmetischen Reihe auf Jordanus Nemorarius berief[108], beim Dreisatz - vielleicht - sein Vorgehen eindringlich hervorhob[109]. Insgesamt treten bei Georg von Peuerbach die Vorteile der damals neuen Rechenweise hervor, die allen anderen bis dahin praktizierten überlegen war, die um 1500 schließlich auch den indisch-arabischen Ziffern zum Durchbruch und zu ihren endgültigen Formen verhalf. In seiner angeblich auf Giovanni Bianchini fußenden Sinustafel[110] wählte er die Schrittweite von 10' und übertraf hierdurch die Genauigkeit seiner Vorgänger, wenn er auch sonst mit seinen

104 Walter Geriach: Kepler und die „Kopernikanische Wende", in: Ekkehard Preuss (Hrsg.): Kepler Festschrift 1971, Regensburg 1971, S. 11-20, hier S. 19f.: „Kepler war es, der die Erforschung der Natur weit mehr als seine Zeitgenossen aus den überkommenen naturphilosophischen FesseIn löste und mit seiner ‚irdische und himmlische Physik' verbindenden Forschung wesentlich die Richtung der ‚Kopernikanischen Wende' bestimmte."; auch Kaunzner 1980 [Fußn. 18], S. 426.

105 Max Caspar: Johannes Kepler. Mysterium Cosmographicum. Das Weltgeheimnis, Augsburg 1923, S. VIII.

106 *Codex 24*, Yale Medical Library, New Haven, enthält diese Definition anscheinend nicht; in Kodex *Series nova 328* ÖNB Wien, f. 1^{r}: „Vnitas autem non est numerus sed principium numeri." (= Die Einheit jedoch ist keine Zahl, sondern Ursprung der Zahl.]; Peuerbach 1536 [Fußn. 50], f. A iij^{v}: „Vnitas autem non est numerus, sed princip[i] um numeri."

107 Man sehe Fußn. 54.

108 *Codex 24*, Yale Medical Library, New Haven, S. 399: „Huius demonstracio habetur ex iordano." [= Der Beweis hiervon folgt aus Jordanus.]; Peuerbach 1536 [Fußn. 50], f. B iij^{v}: „Huius demonstratio habetur ex Iordano."

109 Peuerbach 1536 [Fußn. 50], f. D ij^{r}: „In his regulis exercitato uires tuas quo ad poteris quod nisi feceris (crede milli) Mathematicae disciplinae peritus non euades." [= In diesen Regeln sollst du deine Kräfte üben, so weit du kannst, damit du nur das durchführst, (glaube mir,) was du, als der Mathematik kundig, hieraus herleitest.]. - Hierbei handelt es sich jedoch vermutlich um einen Zusatz von späterer Hand, der sich in den Kodizes noch nicht findet.

110 Glowatzki/Göttsche 1990 [Fußn. 65], S. 124.

Näherungen 22/7 bzw. √10 für π den bisherigen Rahmen beibehielt[111]. Mit seinem geometrischen Quadrat zeigte er, wie aus einem Stand heraus die Abmessungen unzugänglicher Längen gefunden werden. In seine trigonometrisch fundierte Astronomie brachte er bei Berechnung der Sonnenhöhen für jede Stunde bewußt eine eigene Formel ein[112]. Johannes Kepler wiederum bekannte sich rückhaltlos zur Harmonie der Welt und formulierte in diesem Suchvorgang die drei nach ihm benannten Gesetze; griechischer Tradition verhaftet, gab er der Geometrie gegenüber der Algebra den Vorzug, denn irrationale Zahlenwerte verstand er nur geometrisch exakt definiert. Sie griffen beide in ihren Werken auf Erkenntnisse der Griechen bzw. der Muslime zurück und beriefen sich ausdrücklich hierauf. Beiden hätten vermutlich auch andere berufliche Laufbahnen offengestanden; lebte doch der eine am Anfang der konfessionellen Wirren im Heiligen Römischen Reich Deutscher Nation, als die Hussitenkriege in vollem Gang waren, als der Übergang vom Tausch- zum Geldhandel, Papiererzeugung und Buchdruck neue, bislang ungeahnte technische und wirtschaftliche Neuerungen entstehen ließen, und der andere inmitten der heftigsten Phase dieser religiösen Auseinandersetzungen, als das Zeitalter der Erfindungen und Entdeckungen bereits für eine gewisse Festigung des bis dahin vorhandenen und neu hinzugekommenen Wissens gesorgt hatte. Beide hatten allen Grund dazu gefühlt und die Möglichkeiten hierzu genützt, die Harmonie in der Welt zu ergründen, läßt sich dieses Sehnen doch gewissermaßen als Leitmotiv aus etlichen ihrer herausragenden Werke ablesen.

Ein für die Wissenschaftsgeschichte bedeutender Zeitabschnitt war vergangen. Mit Johann von Gmunden, Georg von Peuerbach und Johannes Regiomontanus begann im hiesigen Sprachbereich die Suche nach der Verwirklichung von Ideen, die sich durch die ganze Menschheitsgeschichte hinziehen, nämlich in das rechnerische Denken endlich die Ordnung zu bringen, um dieses der sprachlichen Ausdrucksfähigkeit ebenbürtig werden zu lassen. Während im Sprachlichen seinerzeit zumindest bei den Eingeweihten das Alphabet und das Lateinische bereits als bewährte und feste Stützen vorhanden waren, wobei vor allem Mathematiker nicht nur die alten Sprachen förderten[113], sondern auch deutsche Fachwörter schufen[114], begann sich die deutsche Schriftsprache erst damals aus der böhmisch-sächsischen Kanzleisprache und aus den einzelnen Dialekten heraus allmählich zu formieren; den Rechenmeistern und dem Buchdruck kam an dieser Entwicklung ein erhebliches Maß zu. Das rechnerische Handwerkszeug für die Mathematik freilich mußte im 15. Jahrhundert von den seinerzeitigen Fachleuten großenteils sowohl erst geschaffen, als auch allgemein verständlich dargestellt werden; es handelte sich um die Hilfsmittel, die

111 Mündlich von Herrn Dr. Armin Gerl, Regensburg.

112 Die detaillierten Rechnungen hierzu bei Vogel 1973 [Fußn. 73], S. 55, 56, sowie bei Firneis 2002 [Fußn. 73], S. 32.

113 Conrad Bursian: Geschichte der classischen Philologie in Deutschland, München/Leipzig 1883, Erste Hälfte, S. 167; Kurt Vogel: Das Donaugebiet, die Wiege mathematischer Studien in Deutschland, in: Vogel 1973 (Fußn. 73], S. 7-29, hier S. 15f.

114 Laut Zinner 1968 [Fußn. 68], S. 200 und 278, stammen von Johannes Regiomontanus die Wortschöpfungen Finsternis und Sonnenuhr.

den Siegeszug der modernen Mathematik eröffneten: die indisch-arabischen Ziffern und die Anfänge einer dauerhaften symbolischen Schreibweise, die - zunächst aus der Sprache geschöpft - in ihrer Prägnanz in keinem anderen logisch aufgebauten System etwas Gleichwertiges besitzt. Dieses Phänomen vollzog sich großenteils im süd- und mitteldeutschen Sprachraum; es fand seine Wurzeln in der Schaffenskraft derjenigen Fachleute, die sich seinerzeit mit dem Algorismus, mit Astronomie, mit Trigonometrie und schließlich - erstmals im hiesigen Sprachbereich - auch mit Algebra befaßten, und wurde einerseits durch den Einsatz der Rechenmeister, sowie der ebenfalls als neuer Berufszweig auftretenden Fachmathematiker vorangetrieben, wie andererseits durch weitblickende Mäzene aus aufgeschlossenen Handels- und Herrscherhäusern. Es war zudem eine Besonderheit, daß dieser Vorgang, der parallel zu den furchtbaren Ereignissen der Religions- und Bauernkriege und des Hexenwahns ablief, damals nicht nur die erste industrielle Revolution mit allen Vor- und Nachteilen des Geldwesens mit einläutete, sondern daß er auch die wohl immerwährende Sehnsucht der Menschen nach Harmonie widerspiegelte. Waren es zu Beginn dieses Zeitabschnitts, als sich im hiesigen Bereich noch niemand mit theoretischen mathematischen Fragen abgab und das praktische mathematische Wissen sich in den wenigen, über den Tauschhandel hinausgehenden einfachen Problemen der Kaufmannsrechnung erschöpfte, diesbezüglich gerade in den Algorismen von Johann von Gmunden und Georg von Peuerbach nur latente Äußerungen gewesen, um eine Übersicht in die mit den neuen indischarabischen Zahlzeichen möglichen Rechenverfahren zu bringen, so wurde im folgenden gerade von den Rechenmeistern das Bibelwort gerne zitiert, daß Gott alles nach Maß, Zahl und Gewicht geordnet hat. Am Ende dieser 200 Jahre schließlich lieferte Johannes Kepler mit seiner Sicht das offene Bekenntnis zur Harmonie der Welt.
Mit der schnellen Entwicklung der Rechenkunst traten im 15. Jahrhundert die Rechenmeister und die Cossisten auf, ihnen folgten bald weitere Berufsgruppen: mathematische Praktiker, die sich mit Perspektive beschäftigten, die Proportionalzirkel, Rechenstab und Rechenmaschine konzipierten bzw. konstruierten, sowie Instrumentenbauer, Festungsbauer, Visierer, Uhrmacher usw. Hiermit gingen verschiedene Darstellungsweisen Hand in Hand: zwischen 1420 und 1470 war es der Umgang mit Zahlentabellen, als die indisch-arabischen Ziffern vermittels der trigonometrischen und astronomischen Tafeln verbreitet und dadurch bekannt gemacht wurden; hierauf folgten bereits nomogrammartige Skizzen zur Astronomie *(Abb. 10)*, zur Visierkunst[115] *(Abb.: 11)* und als graphisch dargestellte Sonnenuhren *(Abb. 12)*; durch die Prosthaphairese ab etwa 1515 und durch logarithmische Tabellen, schon vor 1600, wurden wieder die Zahlentafeln verstärkt in den Vordergrund gerückt; durch astronomische Beobachtungen sowie Berechnungen und durch physikalische Untersuchungen wurde schließlich der Blick für das funktionsmäßige Erfassen der entsprechenden Vorgänge geschärft. Für den Zeitraum zwischen Georg von Peuerbach und Johannes Kepler läßt sich hierdurch folgende Tendenz erkennen: einerseits Zahlentabelle - Graphik -

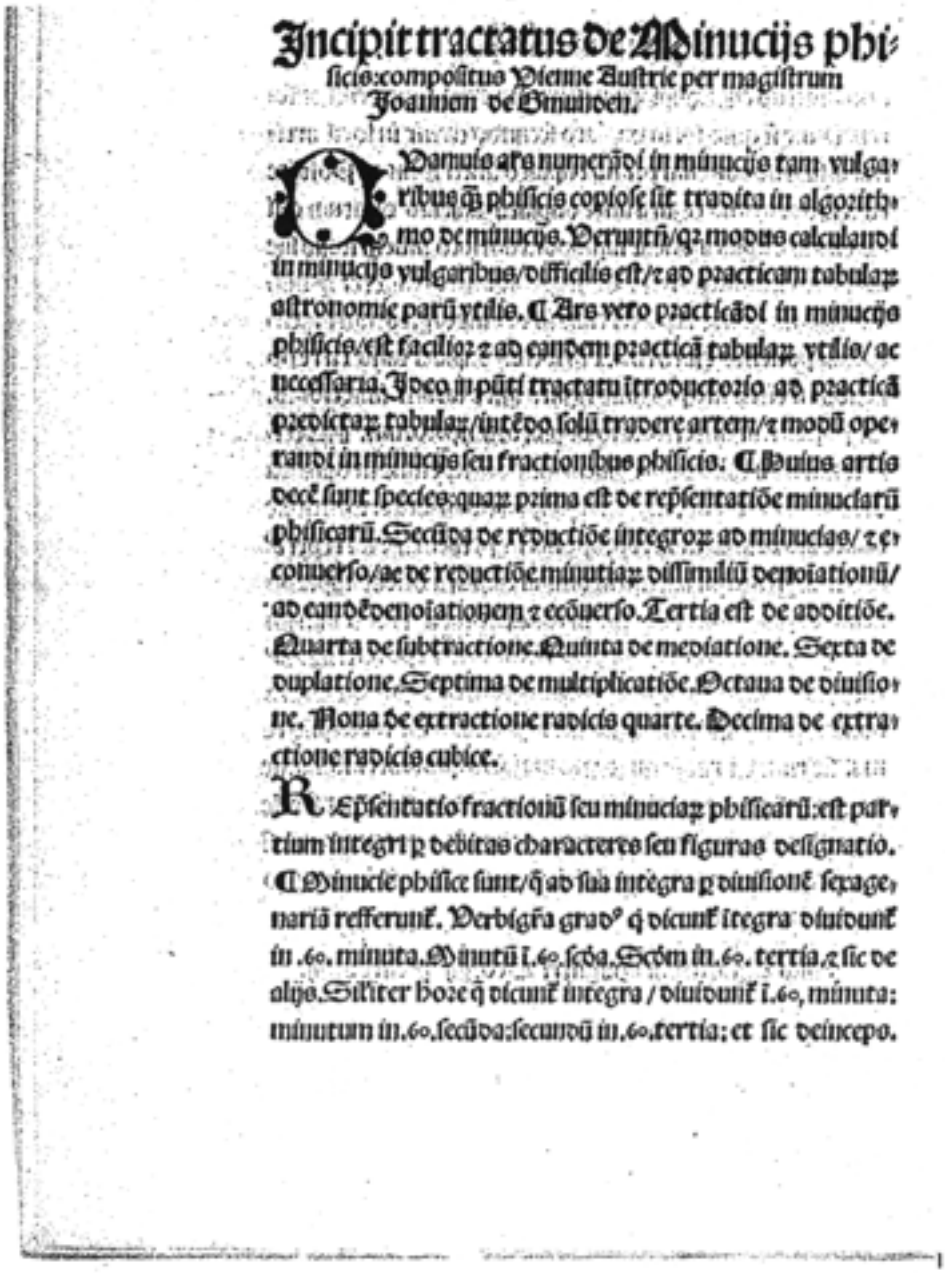
115 Von Georg von Peuerbach stammt gemäß Tannstetter 1514 [Fußn. 40], f. aa 3^{v}: „Compositio nouae uirgae uisoriae: cum lineis & tabula noua." [= Der Aufbau einer neuen Visierrute mit Linien und neuer Tafel.]

Zahlentabelle - funktionsmäßiges Erfassen[116]; andererseits praktisch orientierte Rechnungen und Berechnungen - theoretisch fundierte cossische Periode - praktisch orientierte Mathematik durch Ausweiten auf Astronomie, Landvermessung, Physik und Technik, sowie mathematische Instrumente.
Das Erkennen vermittels Analogien, das noch von den scholastischen Wissenschaftlern gepflegt worden war, wich bei den Fachmathematikern der Deutschen Coß nüchternen Überlegungen, indem sie fragten, wie z.B. algebraische Aussagen formelmäßig zu erfassen sind, und sie gaben passende Antworten - die Algebra kennt aber keine Stetigkeit. Johannes Kepler kehrte auf seiner Suche nach der Harmonie der Welt, wieder geometrisch motiviert, zur bewährten Analogie zwischen Musik und Astronomie zurück und fand hierdurch - wie nebenbei - die drei nach ihm benannten Gesetze. Durch die Einsicht, daß von der Sonne eine Attraktionskraft ausgeht, sowie durch die formalen Methoden, die in der Mathematik in den vorangegangenen 200 Jahren geschaffen worden waren, war seit Johannes Kepler der Weg für weitere Analogien geebnet, nämlich für die zwischen Astronomie und Physik sowie zwischen Physik und Mathematik; die Analogie zwischen Technik und Mathematik wurde fast parallel hierzu erkannt. In anderen Fachgebieten dauerte es jedoch noch Jahrzehnte bzw. Jahrhunderte, bis auch dort einzelne entsprechende Abläufe - in Chemie, Biologie, Medizin, Wirtschaftswissenschaften usw. als Analogien zur mathematischen Erkenntnis wahrgenommen wurden.
So verhalf ein Zeitabschnitt von 200 Jahren mathematischer Entwicklung im süd- und mitteldeutschen Raum, der praktisch-theoretisch-praktisch geprägt gewesen war, aufgrund einzigartiger Errungenschaften in rein formaler Hinsicht auf mancherlei Art dazu, daß die einfache Rechenkunst später schließlich zu einer fächerumspannenden Wissenschaft ausgebaut wurde; es handelte sich hierbei sozusagen um einen Anfang der Analogie zwischen mathematischer Problematik und mathematischer Systematik.

Hinweise

Ergänzungen bzw. Erläuterungen stehen in eckigen Klammern [...] bzw. [= ...], Verweise auf Bibliotheksbestände werden *kursiv* in geschweifte Klammem {...} gesetzt.
Mein Dank gilt allen beteiligten Bibliotheken, die bereitwillig Einsicht in ihre Bestände gewährten und im Einzelfall auch die Genehmigung zur Reproduktion von Originalen erteilten. Herrn Prof. Dr. Franz Pichler, Linz, Herrn Prof. Dr. Friedrich Samhaber, Peuerbach, sowie der Stadtgemeinde Peuerbach danke ich für die Einladung zum 2. Georg von Peuerbach Symposion im September 2002, für die umsichtige und höfliche Betreuung während der Tage in Peuerbach und für die Aufnahme des vorliegenden Beitrages in den Tagungsband.

116 Hierzu auch Kaunzner 1985 [Fußn. 91], S. 260.



Incipit tractatus de Minucijs phi-
sicis: compositus Vienne Austrie per magistrum
Joannem de Gmunden.

QVanuis ars numerandi in minucijs tam vulgaribus q̃ phisicis copiose sit tradita in algorithmo de minucijs. Verumtamen/ quia modus calculandi in minucijs vulgaribus/ difficilis est/ et ad practicam tabularum astronomie parum vtilis. ¶ Ars vero practicandi in minucijs phisicis/ est facilior et ad eandem practicam tabularum vtilis/ ac necessaria. Ideo in puncti tractatu introductorio ad practicam predictarum tabularum/ intendo solum tradere artem/ et modum operandi in minucijs seu fractionibus phisicis. ¶ Huius artis decem sunt species: quarum prima est de repsentatione minucialium phisicarum. Secunda de reductione integrorum ad minucias/ et econuerso/ ac de reductione minutiarum dissimilium denominationum/ ad eandem denominationem et econuerso. Tertia est de additione. Quarta de subtractione. Quinta de mediatione. Sexta de duplatione. Septima de multiplicatione. Octaua de diuisione. Nona de extractione radicis quarte. Decima de extractione radicis cubice.

REpsentatio fractionum seu minuciarum phisicarum: est partium integri per debitas characteres seu figuras designatio. ¶ Minucie phisice sunt/ q̃ ad sua integra per diuisionem sexagenariam refferunt. Verbigratia grad' q̃ dicunt integra diuidunt in .60. minuta. Minutum i.60. secunda. Secundum in.60. tertia. et sic de alijs. Similiter hore q̃ dicunt integra / diuidunt i.60, minuta: minutum in.60.secunda: secundum in.60.tertia: et sic deincepo.

Abb. 1 Textbeginn der Sechzigerbruchrechnung Johannes von Gmunden, Wien 1515.

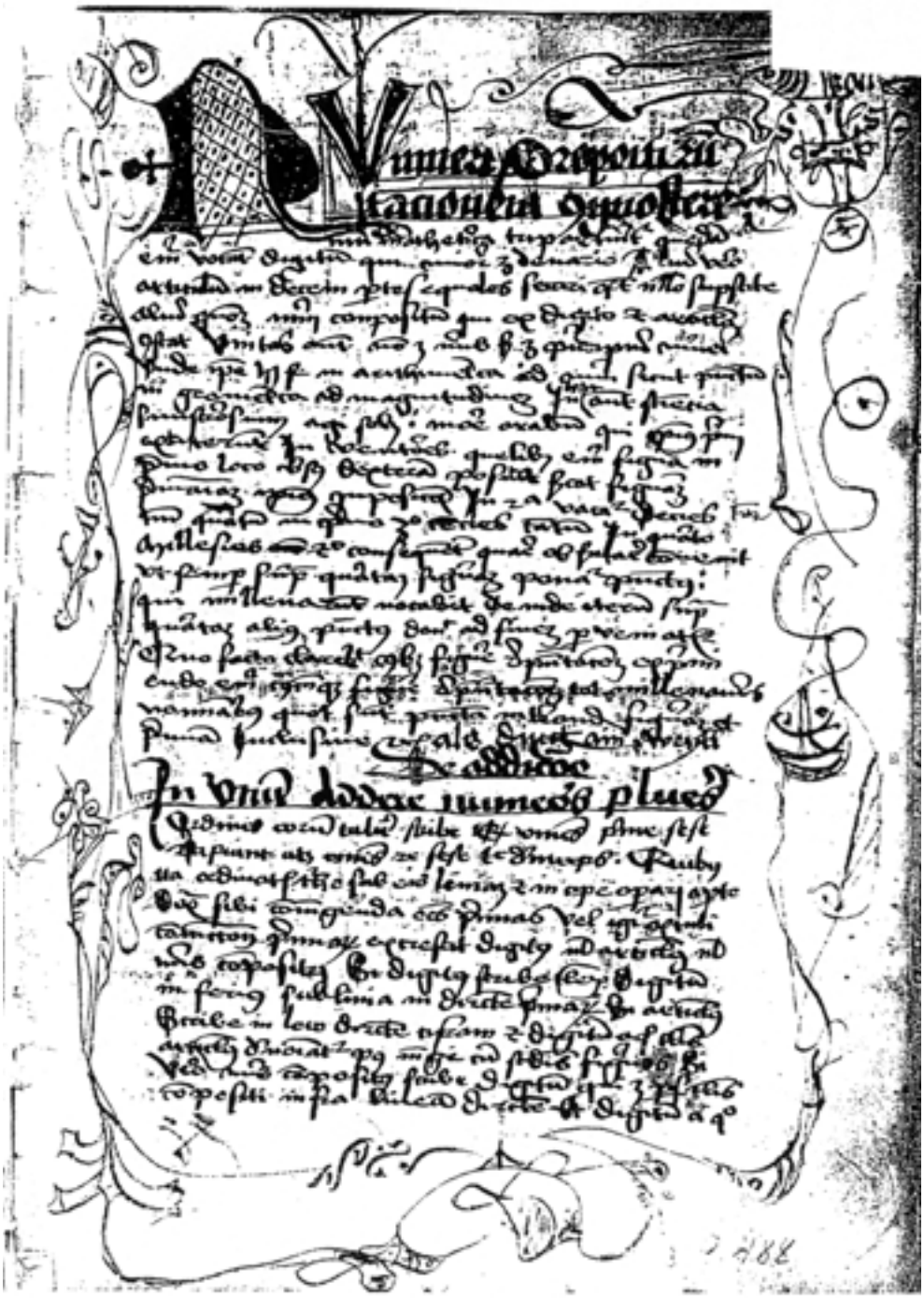


Abb. 2 Erste Seite von Georgs von Peuerbach *Algorismus* gemäß Kodex *10621*, ÖNB Wien; man sehe Fußn. 51.

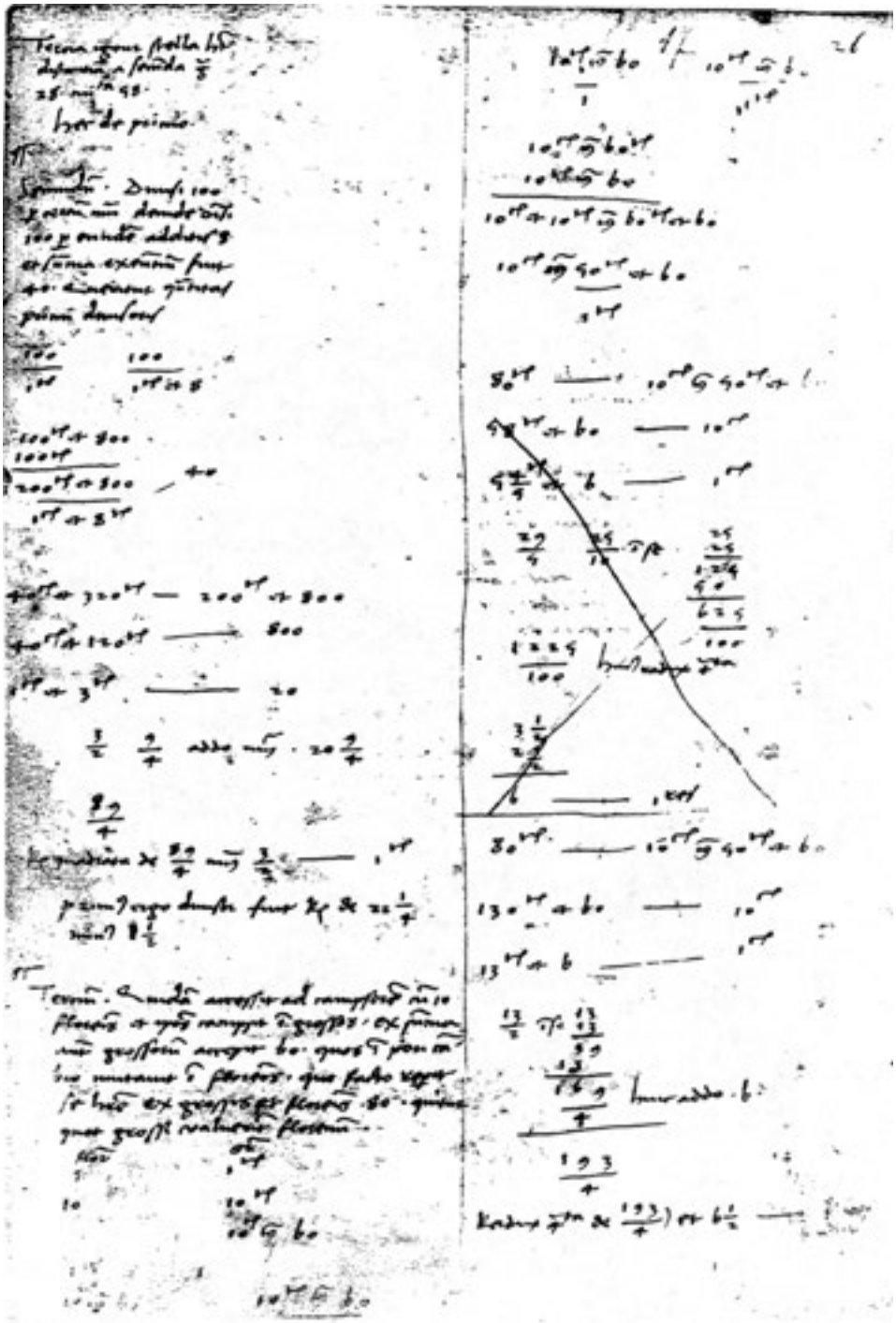


Abb. 3 Eine Textseite aus Johannes Regiomontans *Briefwechsel* von 1463, wo er links aus der Angabe „100/x und 100/(x+8) ergibt 40“ heraus die algebraische Gleichung $40x^2 + 320x = 200x + 800$ in Symbolen darstellt; Kodex *Cent 5 app 56*[c] - Stadtbibliothek Nürnberg, f. 17[r]/26[r].

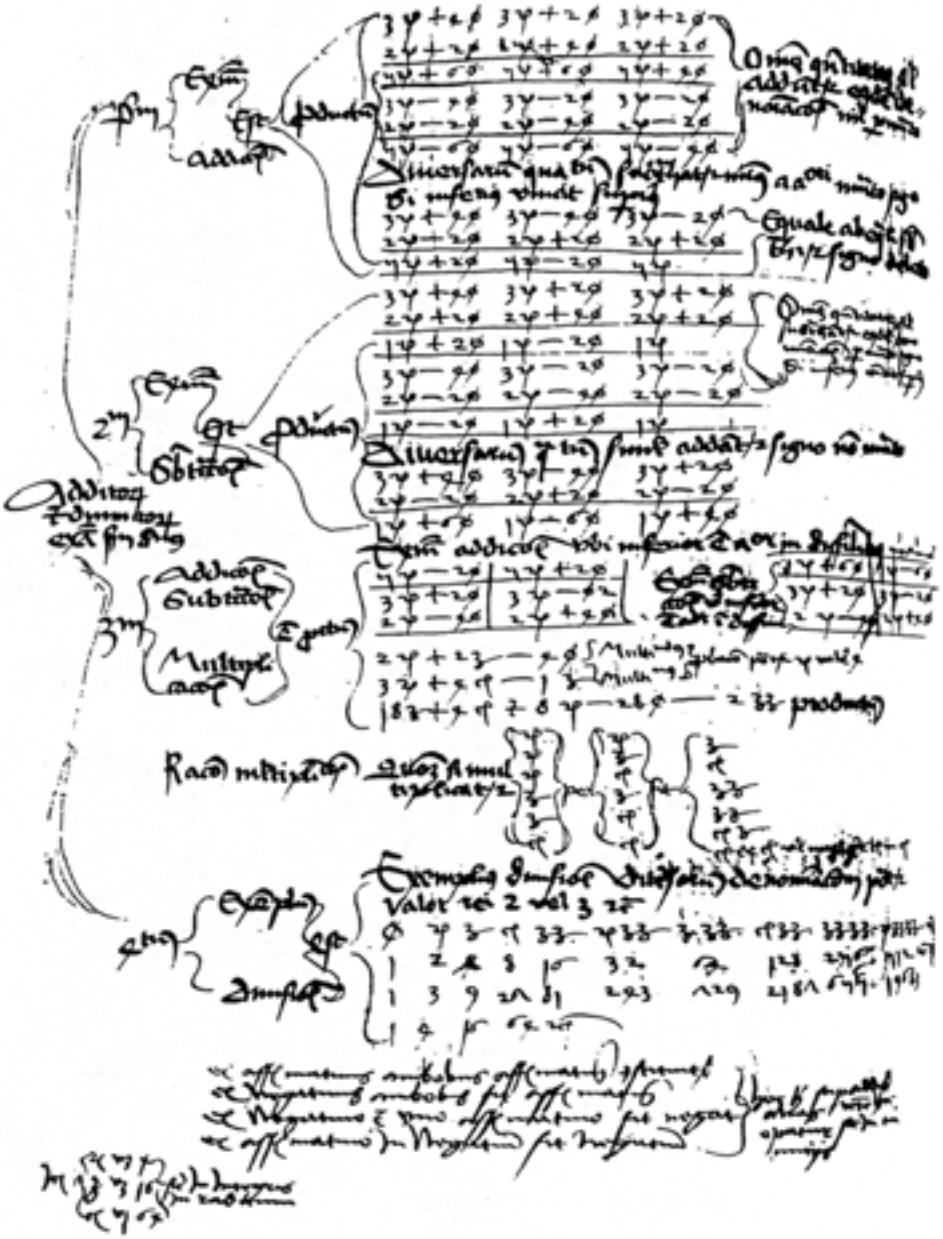


Abb. 4 Kodex *1470*, UB Leipzig f. 464ᵛ, um 1486; eine algebraische Übungsseite.

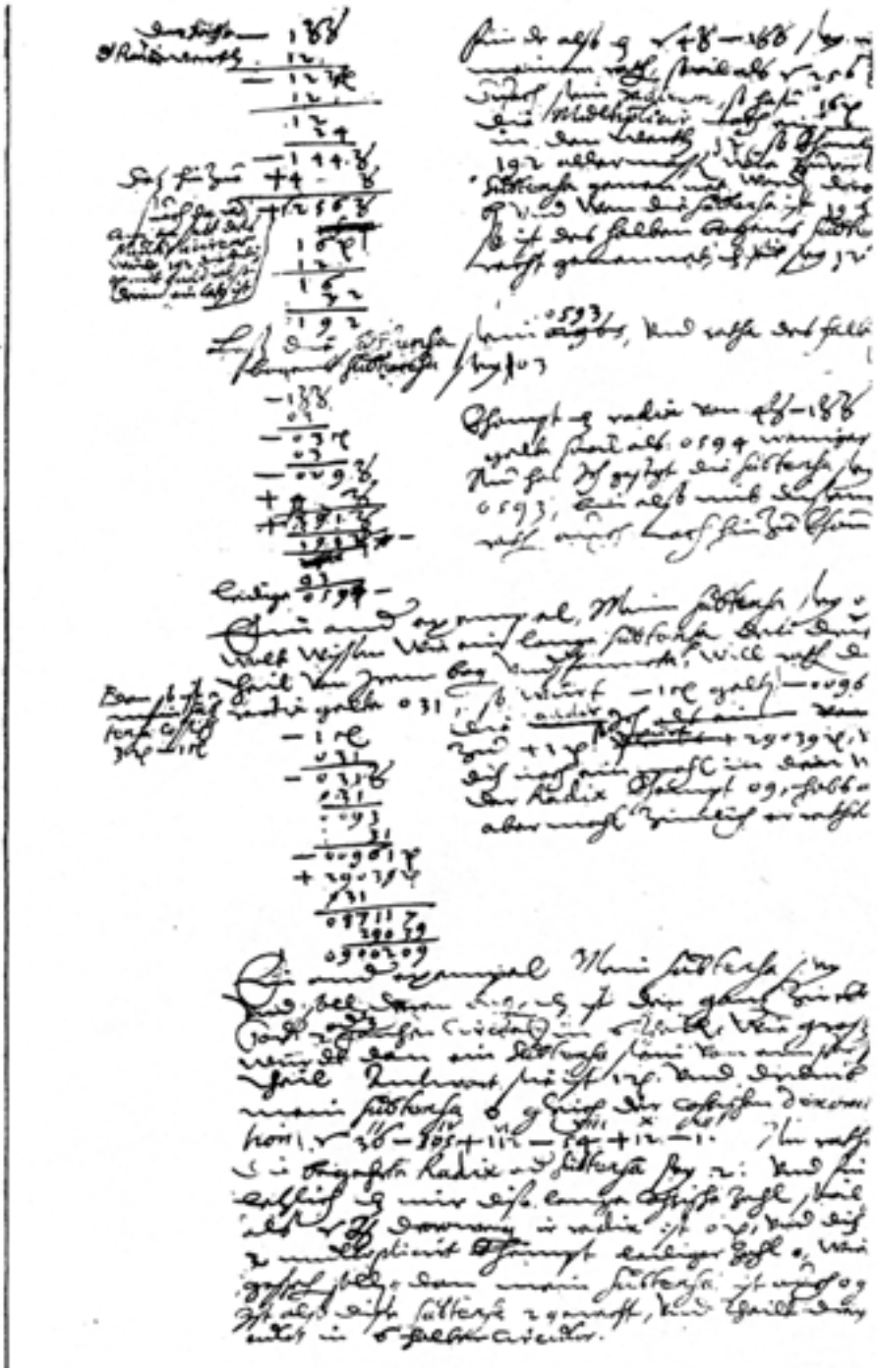


Abb. 5 Eine Seite mit Algebra von der Hand Johannes Keplers; siehe Fußn. 79.

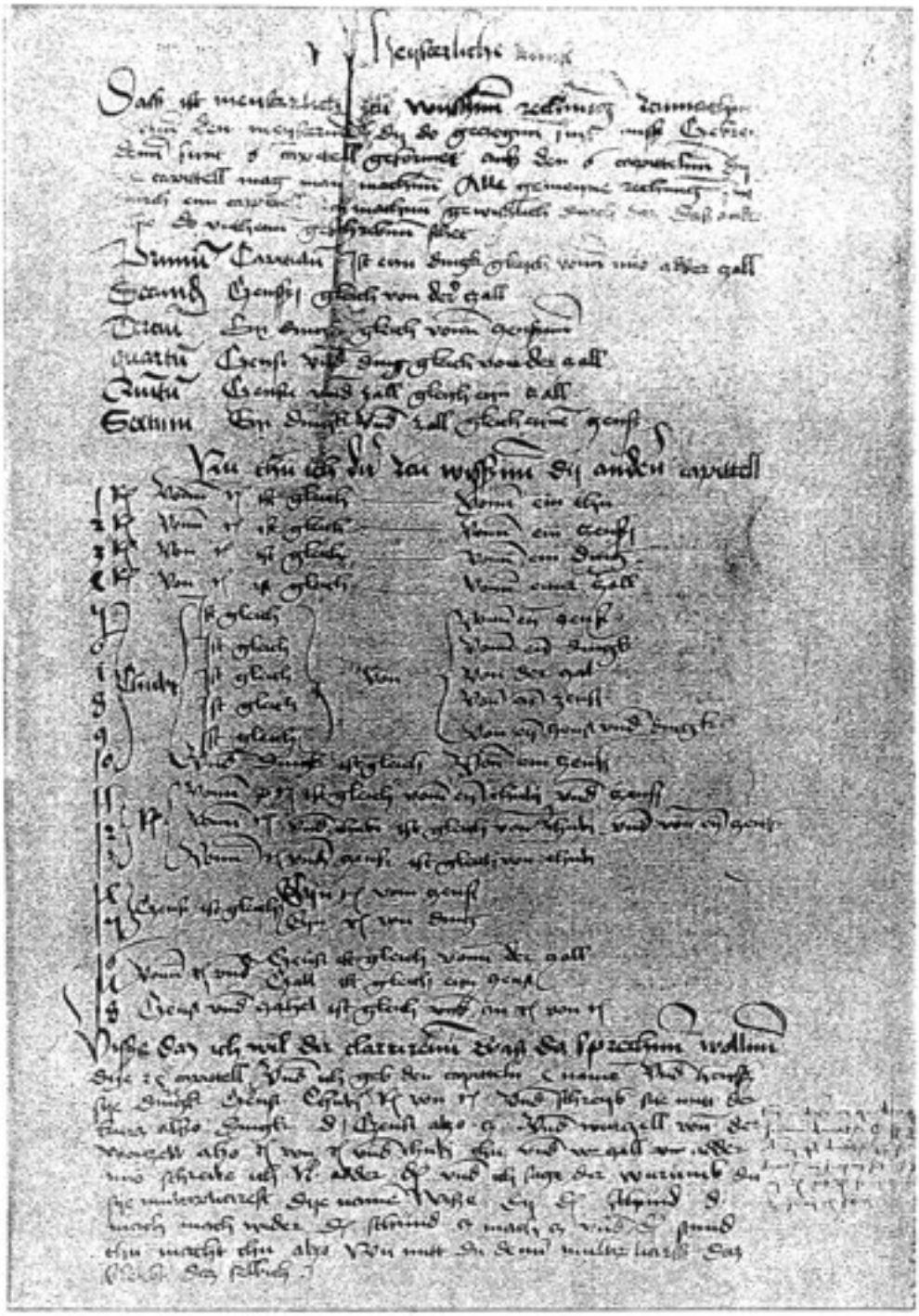


Abb. 6 Beginn der *Deutschen Algebra*, Kodex *C 80*, SLUB Dresden, f. 368r; abgeschlossen zwei Tage nach Kreuzerhöhung 1481; siehe Text bei Fußn. 81.

Abb. 7 Kodex *CVP 5277*, ÖNB Wien, f. 332[r] aus der *Lateinischen Algebra*.

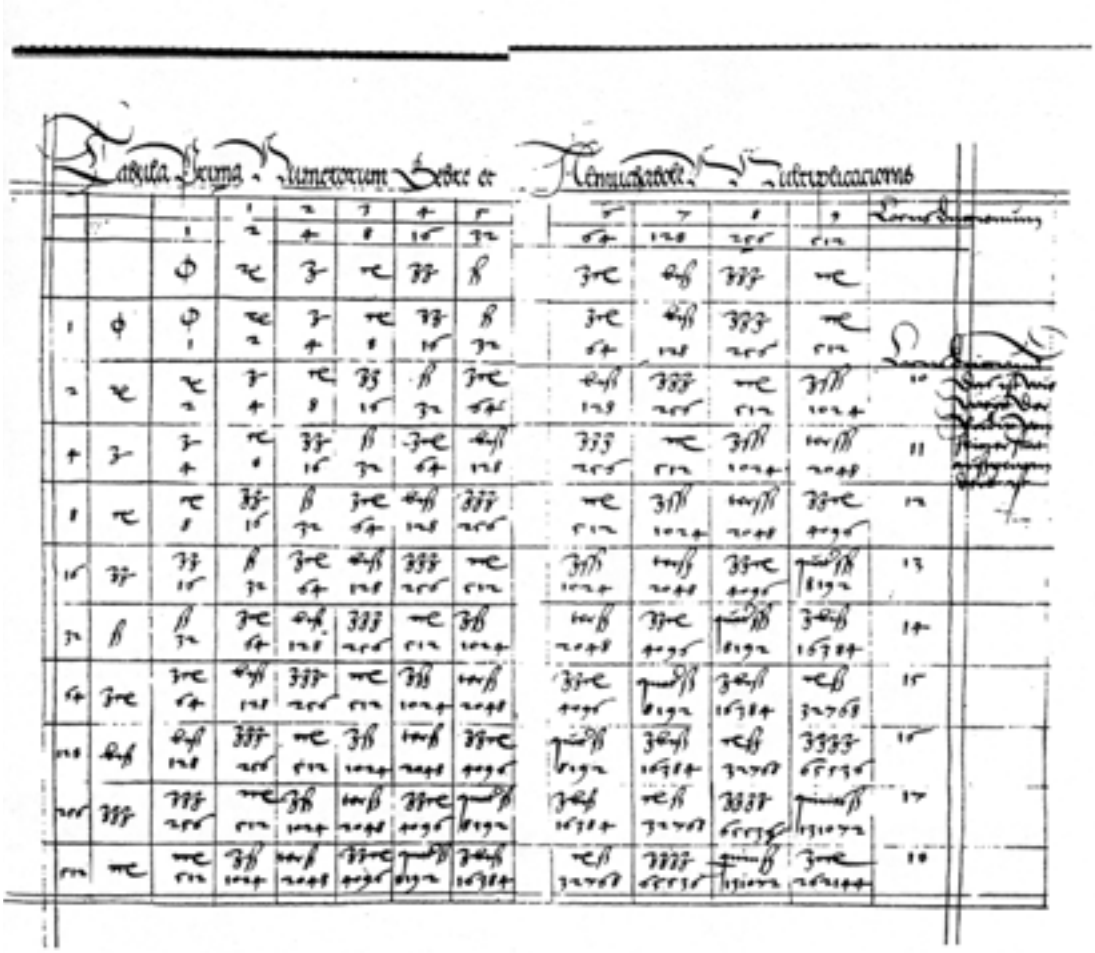


Abb. 8: Zwei nicht paginierte Textseiten von der Hand von Adam Ries in der von ihm um 1517 deutsch aufgezeichneten *Algebra des Initius Algebras*, jetzt Kodex C 349, SLUB Dresden; in dieser von Andreas Alexander herrührenden Abhandlung geht es bis zum jetzigen x^{18}: „census de cubo"; x^{17} heißt „quiniesessurdossolidus".

MIRIFICI
Logarithmorum canonis descriptio, eiusque usus in utrâque Trigonometria, ut etiam in omni Logistica mathematica, amplissimi, facillimi, & expe. ditissimi explicatio.

LIBER I.

CAPVT. I.
De Definitionibus.

1.Def. Linea æqualiter crescere dicitur, quum punctus eam describens, æqualibus momentis per æquales intervalla progreditur.

Sit punctus A. à quo ducenda sit linea sicut alterius puncti, qui sit B, distat ergo primo momento B ab A in C.

LIBER I. CAP. I.

Secundo momento à C in D. Tertio momento à D in E. atque ita deinceps in infinitum describendo lineam A C D E F, &c. intervallis A C, C D, D E, E F, & cæteris deinceps æqualibus, & momentis æqualibus descriptis, dicetur hæc linea per definitionem superius traditam æqualiter crescere.

Corollarium. Unde hoc incrementum quantitatis æqui-differentes temporibus æqui-differentibus produci est necesse.

Vt in superiori schemate unico momento B ab A in C, & tribus momentis ab A in E progressum est. Sic sex momentis ab A in H, & octo momentis ab A in K. Sunt autem illorum momentorum unius & trium, & horum sex & octo differentiæ æquales, scilicet duorum. Sic etiam erunt quantitatum illarum A C, & A E, & harum A H, & A K differentiæ C E, & H K, æquales, æqui-differentes ergo, ut supra.

2.Def. Linea proportionaliter in breviorem decrescere dicitur, quum punctum eam transcurrens æqualibus momentis, segmenta abscindit ejusdem continuè rationis ad lineas à quibus abscinduntur.

Exempli gratia. Sit linea sicut totius α. β proportionaliter minuenda. Sit punctus transcurrens suo eam minuens β. Sit denique ratio segmentorum singulorum ad lineas à quibus abscinduntur, ut φ. r ad φ. s. Quâ ergo ratione secatur φ. s. in r. eadem ratione (per 10. 6. Eucl.) secetur α. β in γ. atque sic ζ. transcurrens ab α in γ primo momento ab α. β abscindat α. γ. relicta linea sicut finito. Ab hac autem γ. β procedens β secundo momento abscindat simile segmentum quale est φ. r ad φ. s. quod sit γ. δ, relicto sicut δ. β. A quo proinde tertio abscindat β simili ratione segmentum δ. ε, relicto sicut ε. β. A quo similiter quarto momento abscindatur (sicut ζ.) segmentum ε ζ, relicto sicut ζ. β. Ab hoc ζ. β, quinto momento abscindat ζ eadem ratione segmen-

Abb. 9 Die beiden ersten Textseiten in John Napier's *Mirifici Logarithmorum Canonis descriptio, Ejusque usus [...]*, Edinburgh 1614.

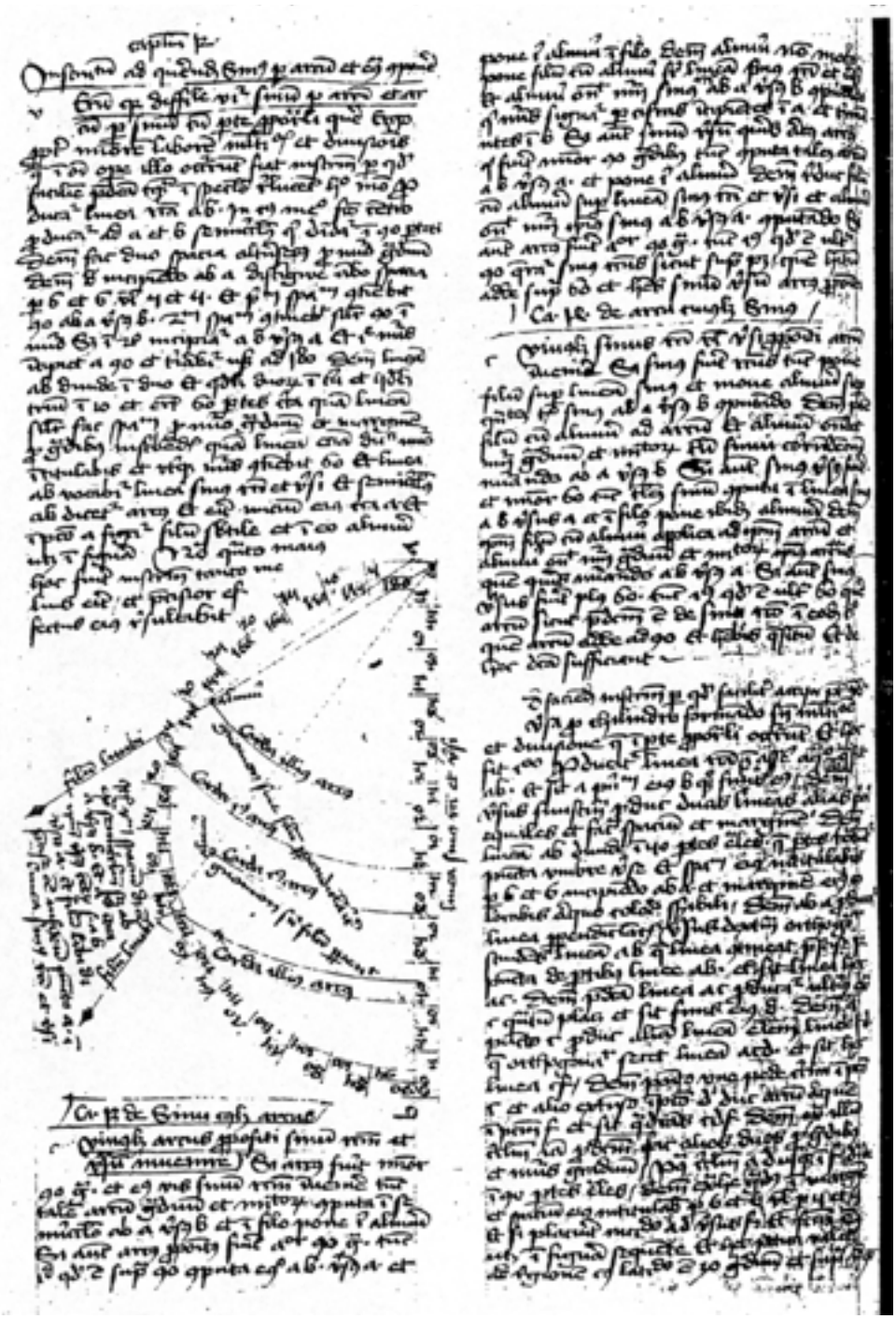


Abb. 10 Graphik im Kapitel „Instrumentum ad querendum Sinus per arcum et eius componere" in Kodex *601*, Stift Melk, f. 35v.

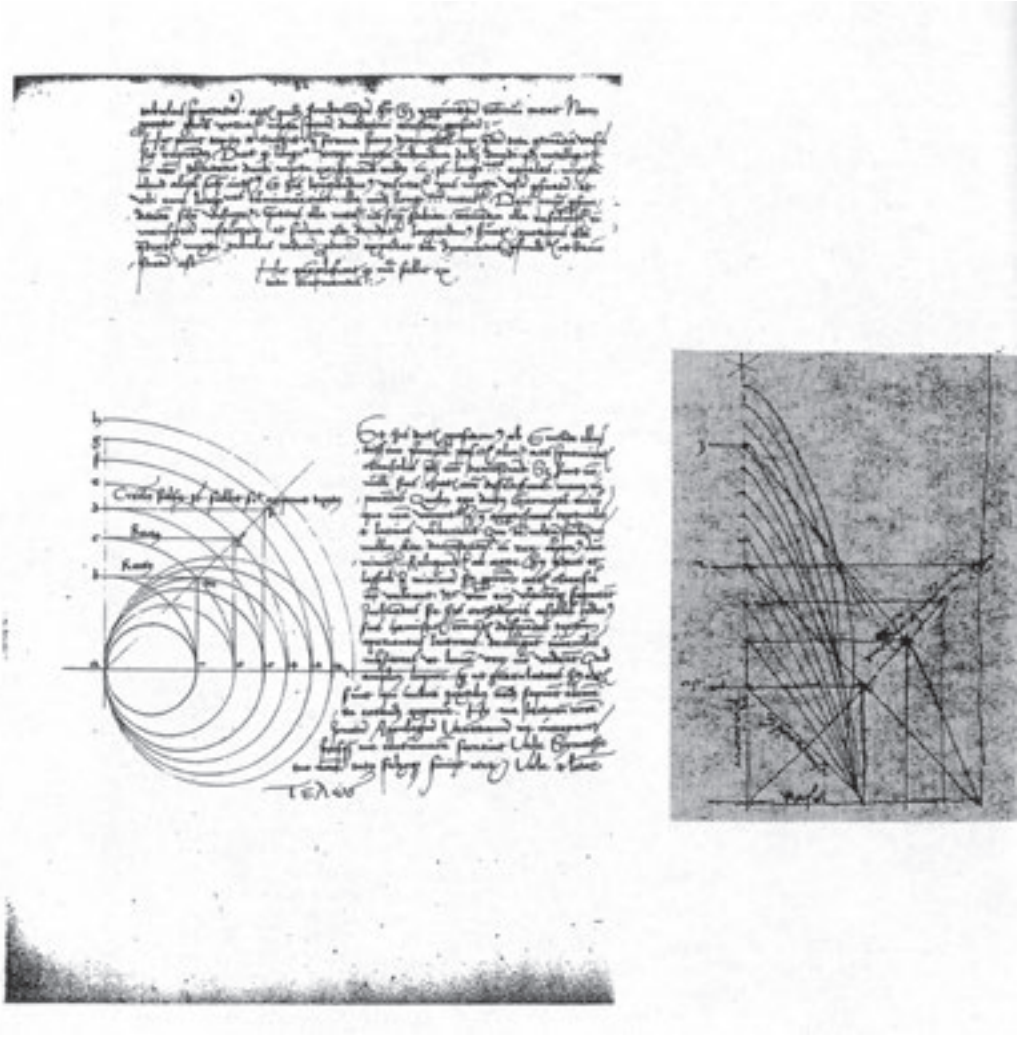


Abb. 11 Graphiken zur Visierrechnung; links: in Kodex *CVP 5280*, ÖNB Wien, f.22^{v}; rechts: in Kodex *Cgm 4142*, BSB München, datiert 1506.

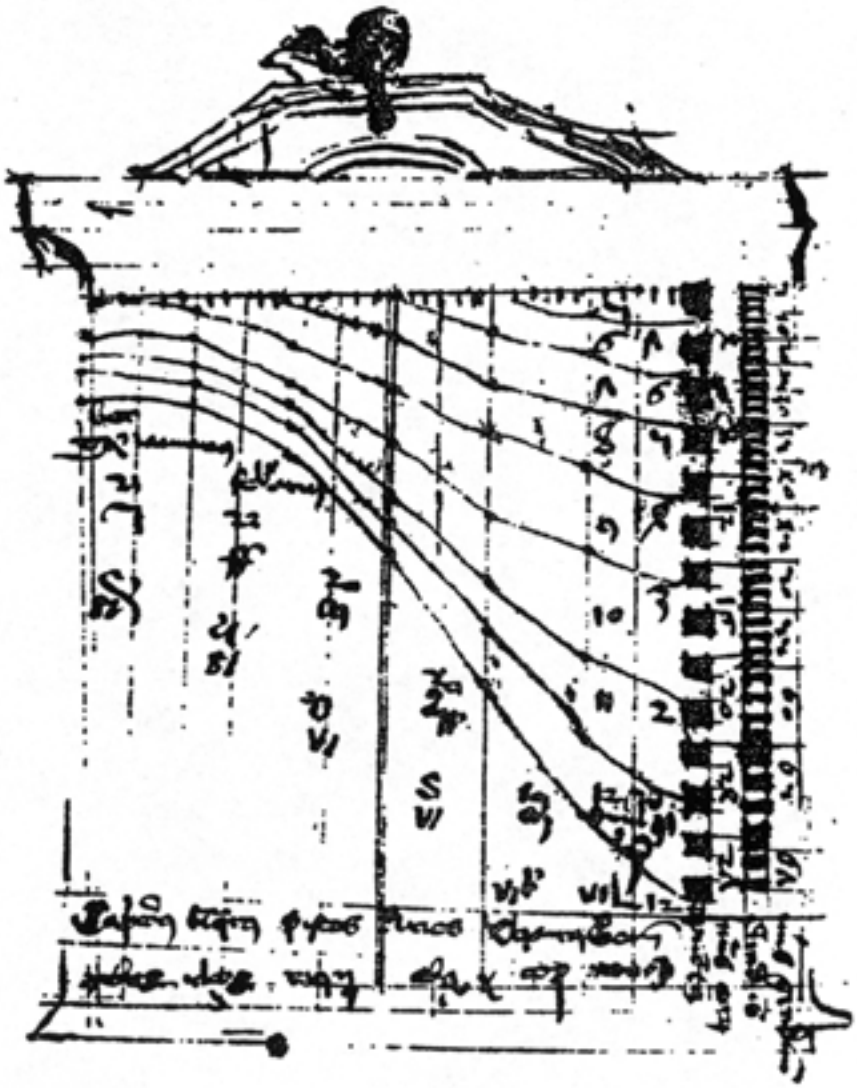


Abb. 12 Graphik zu einer Sonnenuhr in Kodex *Clm 14504*, BSB München, f. 191\ 15. Jahrhundert; früher Kodex *F 7*, Kloster St. Emmeram in Regensburg.

Friedrich Samhaber

Der Codex Mellicensis 367 als Fundgrube Peuerbach'scher Werke

Der Codex Mellicensis 367 [G27] (alte Signatur) bzw. Melker Codex 794 (neue Signatur) wurde 1937 verkauft und wird jetzt in der Yale Medical Library, New Heaven Connecticut, USA, als Codex 24 aufbewahrt[1,2]. Diese Sammlung mathematisch-astronomischer Texte des 15. Jahrhunderts ist von einzigartiger Bedeutung für die Beurteilung der Leistungen der Astronomen des 15. Jahrhunderts der Wiener Universität, insbesondere jener von Georg von Peuerbach. Den Handschriften ist vorne (S1-64a) ein Druck von 1474 des Calendariums von Johannes Regiomontanus beigebunden. Die Entstehungszeit lässt sich gut ermitteln. Die Seiten 429-436 wurden 1417 in Wien geschrieben, Seiten 65-131 wurden in Melk verfasst und sind mit 1486 datiert. Die Seiten 318 bis 347 wurden 1489 geschrieben, die Seiten bis 428 im späten 15. Jahrhundert. Die letzten Seiten ab Seite 437 stammen aus dem 16. Jahrhundert.

Die Sammlung beginnt mit dem führenden Werk der Wiener astronomischen Schule, den Theoricae novae planetarum des Georg von Peuerbach und enthält noch sechs weitere Abhandlungen (mit Autorennennung) des Peuerbachers sowie eine Reihe anderer, unbenannter Abhandlungen, die in einem Fall sicher, in den übrigen Fällen möglicher Weise auch von Peuerbach stammen. Daneben enthält sie Abhandlungen von Johannes von Gmunden, Regiomontanus, Cusanus, Christannus de Prachatitz etc. Die Texte wurden mit großer Umsicht und Sachkenntnis ausgewählt und geordnet. Offensichtlich wollte der Zusammensteller eine Art der bedeutendsten astronomischen und mathematischen Werke der Zeit (vor allem um das 15. Jahrhundert) präsentieren. Der hohe Anteil Peuerbach'scher Werke zeigt dessen dominierende Stellung und Bedeutung.

Der besondere Wert dieser Sammelhandschrift liegt einerseits darin, dass sie mehrere einzigartige, nur einmal vorhandene (und z.T. in der Fachliteratur als verschollen bezeichnete) Traktate enthält wie z.B.:

Georg von Peuerbach:	„Über die Konstruktion der Zeitzither"	(S. 238-245)
Georg von Peuerbach:	„Über die Möglichkeit einer astrologischen Vorhersage der Zukunft"	(S. 173-201)
Nicolaus de Cusa:	„Die Quadratur des Kreises"	(S. 449-453)
Nicolaus de Cusa:	„Über Halbsehnen und Sehnen"	(S. 453-454)

1 C.U. Faye, W.H. Bond: Supplement to the Census of Medieval and Renaissance manuscripts in the United States and Canada, New York 1962

2 Der Codex wurde 1937 an den Londoner Antiquar E.P. Goldschmidt verkauft und von diesem an den Herzchirurgen Harvey Cushing weiterverkauft. Dieser vermachte den Codex der Yale Medical Library in New Haven (USA). (Ergänzung 2023)

Andererseits liegt die Bedeutung dieser Sammlung darin, dass sie 24 anonyme Werke enthält, von welchen der berechtigte Verdacht besteht, dass viele davon ebenfalls von Georg von Peuerbach stammen, aber bis jetzt noch nicht erschöpfend daraufhin untersucht wurden. Damit eröffnet sich eine faszinierende und lohnende wissenschaftliche Aufgabe.

Diese äußerst bemerkenswerte Textsammlung befasst sich mit Herstellung und Gebrauch der wichtigsten astronomischen Messinstrumente der Zeit: dem Astrolabium, dem Quadranten, den Sonnenuhren, dem Noctumal, dem Torquetum (Türkengerät), dem Jakobsstab und verschiedenen Zeitmessgeräten. Vorwiegend Instrumente, mit welchen sich Georg von Peuerbach besonders intensiv beschäftigt hatte. Auffallender Weise stammen die Texte entweder von Georg von Peuerbach selbst oder haben eine besondere Beziehung zu den wesentlichen Interessensgebieten Peuerbachs. Es scheint kein Zufall zu sein, dass diese Sammelhandschrift vom Meisterwerk Peuerbachs, den Theoricae novae planetarum, angeführt wird. Die einzelnen Traktate wurden von Studenten der Wiener Universität - wahrscheinlich vorwiegend Melker Benediktiner (wie eine Bemerkung auf S. 347 andeutet) - geschrieben.

Die enge Verbindung zwischen Stift Melk und der Wiener Universität ist vor allem Johannes Schlitpacher (1403-1482), dem gemeinsamen Bekannten von Georg von Peuerbach und Nicolaus von Kues, zu danken. Schlitpacher - seit 1429 Magister an der Wiener Artistenfakultät - wurde 1434 an die Schule des Stiftes Melk berufen. 1458 wählte ihn der Konvent zum Prior.

Peuerbach und sein Schüler Regiomontanus führten vom Stift Melk aus verschiedene astronomische Beobachtungen durch. Die bekannteste davon war die Beobachtung der (vorher vorausberechneten) Mondfinsternis am 09. September 1457.

Schlitpacher, ein wichtiger Promotor der Melker Reform, schrieb Traktate, die er für besonders wichtig hielt, eigenhändig in sein persönliches Taschenbuch ein. In dieses notierte er auch eine besonders präzise Zusammenfassung des Kometengutachtens Peuerbachs (Codex 1605, Fol 162 r-v). Es versteht sich von selbst, dass er die von Stift Melk zum Studium nach Wien entsandten Studenten anhielt, von bedeutenden Publikationen Abschriften für die Bibliothek in Melk anzufertigen. Diese Tradition dürfte auch nach dem Tod Schlitpachers fortgeführt worden sein und ihr ist der Großteil der Texte dieser Sammlung zu danken.

Bis 1937 war dieser einzigartige Codex im Besitz von Stift Melk, dann wurde er verkauft. 1938 entdeckte Raymond Klibansky, der Herausgeber der Cusanus-Werke der Heidelberg Akademie in dieser Sammlung das einzige bekannte Manuskript des Cusanus „über Halbsehnen und Sehnen" (De Sinibus et Chordis) und nahm diesen Text in seine Edition auf. 1957 verfasste Klibansky eine kurze, zusammenfassende Beschreibung des Konvolutes in Form einer Expertise für E.P. Goldschmidt & Co Ltd, London, eine eingehende Bearbeitung eines der Texte (außer dem erwähnten Cusanus-Text) ist bis zum Jahr 2002 nicht bekannt. Erst in diesem Jahr erfolgte die intensive Bearbeitung einer dieser Abhandlungen, des Algorithmus von Georg von Peuerbach (S. 393-407), durch W. Kaunzner[3].

3 Wolfgang Kaunzner, Von Georg von Peuerbach zu Johannes Kepler - Zwei Jahrhunderte mathematischer Entwicklung im Abendland, in: Der Harmoniegedanke gestern und heute, Georg-von-Peuerbach-Symposion 2002

Wie folgende Inhaltsübersicht zeigt, wartet noch eine große Zahl von höchst bemerkenswerten Abhandlungen dieses Kodex auf eine eingehende Bearbeitung und Zuordnung:

Inhaltsübersicht

		Seite
Georg von Peuerbach	Theoricae novae planetarum	65-131
Anonymus	„Mensium autem lunarium"	133-134
Anonymus	„Vilescit forsitan sciencia siquorum"	135-137
Anonymus	Über die 4 Jahreszeiten und die 12 Monate „Animalium et hominum corpora"	137-144
Georg von Peuerbach	„De Septem Planetis"	144-154
Anonymus	„Si per quot horas luna de nocte luceat"	154-155
Astesanus von Asti	Auszug über Astrologie und die Eigenschaften von Edelsteinen aus der Summe Astesanus von Asti OFM „Utrum ex impressione luminarium celestium" (Ex. summa Astansi: Utrum ex impressione luminarum celestium causetur in hominibus diversitas morum)	155-172
Georg von Peuerbach	Über die Möglichkeit einer astrologischen Vorhersage der Zukunft Quaestio disputata	173-201
Anonymus	Über die Herstellung von Sonnenuhren „Instrumentum ad horas capiendas ab elevatione poli"	202-215
Anonymus	Über die Konstruktion einer Nacht-Uhr „Canon horologii noctumalis"	215-220
Anonymus	Über die Konstruktion eines Astrolabiums „Cum scientia astronomica non completur sine debitis instrumentis"	221-230
Anonymus	Abhandlung über die zylindrische Sonnenuhr „Tractatus kilindri accurtatis"	230-235
Anonymus	Über die Schattenberechnung bei Sonnenuhren „Horum dum videre velis"	236-237
Georg von Peuerbach	Über die Konstruktion der Zeitzither „Compositio citharae horariae"	238-245

Anonymus	Über die Konstruktion einer ringförmigen Sonnenuhr „Compositio horologii in anulo”	246-252
Johannes Regiomontanus	Tafel der Sonnenhöhe für Wien	251-252
Anonymus	Wie die Sonnenhöhe bestimmt wird „De usu huius anuli”	252-254
Johannes Regiomontanus	Wie ein Quadrant konstruiert wird Compositio quadrantis, „Describe quartam partem circuli more vulgato”	255-258
Anonymus	Abhandlung über die Sonnenuhr „Hiis itaque compositis”	258-267
Anonymus	Über die Konstruktion einer Armillarspähre nach Ptolemeus „Composicio organi Ptolemai”	267-272
Anonymus	Über die Konstruktion eines Astrolabes „Ad composicionem instrumentum incensionum”	272-274
Anonymus	Über Konstruktion und Gebrauch eines Astrolabiums	275-310
Anonymus	Über die astrologische Interpretation der Zeichen des Zodiac „Aries signum zodiaci primum”	311-316
Anonymus	Verse über den Zodiac und die Phlebotomie	316-317
Johannes von Gmunden	Über die Konstruktion des Rectangular-Quadranten „De instrumento aequatono ernsque usu”	318-347
Anonymus	Tabellen zur Berechnung der Planetenbewegung, der Zodiac-Zeichen, Ekliptik etc.	349-369
Christiannus de Prachatitz, hier Prosdocimus de'Beldomandi zugeschrieben	Von der Herstellung von Astrolabien und der Bedienung neuer und alter Konstrutionen: Compositio astrolabii, „Quamvis de astrolabn compositione”	371-392
Georg von Peuerbach	Algorithmus „Et si ars numerandi: sufficienter algorismo veterj exposita sit...”	393-407
Georg von Peuerbach	Herstellung und Gebrauch eines Instrumentes zur Ermittlung der wahren Konjunktionen „Fabrica et usus instrumenti pro veris conjunctionibus facile reperiendis”	409-415

Anonymus	Über die Herstellung und den Gebrauch des Torquetums: De compositione et usu torqueti: „Si volueris componere turchetum...”	417-426
Anonymus	Tafeln zum Torquetum Canones Turcheti	426-428
Johannes Symonis de Zalandia	Speculum Planetarum „Instrumentum in quo velut in speculo...”	429-436
Anonymus	Über die Konstruktion und den Gebrauch eines Zeitmessgerätes „sinum totum at sinum arcus...”	437-445
Anonymus	Über eine ‘Organum Ptolemei’ genannte Sonnenuhr „Prima fiat circulus ab c d... ”	446-448
Nicolaus de Cusa	Die Quadratur des Kreises „Quadratura Circuli”	449-453
Nicolaus de Cusa	Über Halbsehnen und Sehnen „De Sinibus et Chordis”	453-454
Anonymus	Über die Konstruktion eines Mess-instrumentes „Virgam sive baculum ad capacitates vasorum meciendas...”	455-459
Anonymus	Über die Konstruktion eines Jakobstabes „Baculus Iacob instrumentum quo mediante homo invenit latitudinem ...”	460

Im Folgenden wird auf die Besonderheiten einiger Weniger dieser Abhandlungen kurz näher eingegangen.

1. Georg von Peuerbach, Algorithmus (S. 393-407)[4]

Diese schwer leserliche Handschrift ist weder datiert noch mit einem Autorennamen bezeichnet. Trotzdem kann sie durch den Vergleich mit frühen Abschriften und Drucken des Algorithmus eindeutig Georg von Peuerbach zugeschrieben werden. Sie ist wahrscheinlich die vollständigste und älteste erhaltene Abschrift von Peuerbachs Algorithmus und ist vollständiger und umfassender als die frühen Drucke (Hain 13598-9) und enthält z.B. ein eigenes Kapitel über das Ziehen von Kubikwurzeln, welches dort fehlt. Besonders wertvoll ist dieses einzigartige Manuskript deshalb, weil es in den Rechenbeispielen die arabischen Ziffern zeigt, welche bei anderen Abschriften - z.B. dem Codex Cremifanensis 301[5] - und frühen Drucken fehlen und dort nur einen sehr mangelhaften Eindruck vom Original wiedergeben.
Als Zeitpunkt der Abfassung dieser Abschrift ist die zweite Hälfte des 15. Jh. auszunehmen.

2. Georg von Peuerbach, Questio disputata
Über die Möglichkeit einer astrologischen Vorhersage der Zukunft (S. 173-201)

Handschrift, geschrieben 1489

Diese Abhandlung ist eine der kostbarsten dieses Codex. Sie charakterisiert die Meinung des großen Astronomen zu den Vorstellungen astrologischer Gutachten seiner Zeit.
Auf Seite 199 finden wir eine aufschlussreiche Liste der verdammungswürdigen Bücher. „libri magici nephandi". (Beim Georg-von-Peuerbach-Symposion 2000 näher beschrieben).[6]

Auf Seite 201 befinden sich sehr schöne colorierte Zeichnungen von verschieden geformten Kometen. Es ist das einzig bekannte Manuskript – außer der nach 1530 geschriebenen Papierhandschrift der scholastischen Quästion: Utrum ex planetarum conjunctionibus et aspectu sicut et ex cometis possit astronomus veraciter futura predicere (Ob der Astronom aus den Konjunktionen der Planeten und aus den Kometen wahrhaft die Zukunft vorhersehen kann)[7] – aus welchem wir die genaue Einstellung Peuerbachs zu astrologischen Vorhersagen und dessen exakte Unterscheidung zwischen legitimer und unerlaubter Astrologie kennenlernen können. Ein zu dieser Zeit bemerkenswert vorurteilsfreier und mutiger Text.

---

4 Wolfgang Kaunzner, Von Georg von Peuerbach zu Johannes Kepler - Zwei Jahrhunderte mathematischer Entwicklung im Abendland, in: Der Harmoniegedanke gestern und heute, Georg-von-Peuerbach-Symposion 2002

5 Stiftsbibliothek Kremsmünster, Codex 301, fol 155r - 162^{v}

6 Der die Sterne liebte, Georg von Peuerbach und seine Zeit, Georg-von-Peuerbach-Symposion 2000, Wien 2002, 37, 38

7 Österr. Nationalbibliothek, Codex 4756, fol 25^{r}-35^{v} bzw. fol 1r-9r (Abschrift Schöners)

3. Georg von Peuerbach, Über die Konstruktion der Zeitzither „Compositio Citharae horariae" (S. 238-245)

Handschrift, geschrieben 1489

Zinner war diese Handschrift unbekannt und er war der Meinung, dass von Peuerbach keine derartige Abhandlung mehr existiere. Er schreibt wörtlich „...Zeitzither Cithara horaria. Darüber besitzen wir von ihm (Peuerbach) keine Arbeit, sondern nur die Aufzeichnungen, die sein vertrauter Schüler aus seinen vielen Briefen und Reden zusammenstellte. [8],[9]" Dass die bisher als verschollen geglaubte Abhandlung hier existiert macht diese Handschrift so wertvoll.
Zeitzither ist eine Wortschöpfung Peuerbachs mit welcher er ein Zeitmessgerät, welches durch Kombination von zwei Quadranten erhalten wurde bezeichnete, deren gravierte Skalenlinien ihn an die Saiten einer Zither erinnerten.

4. Nicolaus de Cusa, Die Quadratur des Kreises Quadratura Circuli (S. 449-453)

Handschrift aus dem 16. Jh.

Diese hier enthaltene Handschrift ist das einzige bekannte Manuskript des Traktates des Cusanus über die Quadratur des Kreises (Die einzige Quelle vor der Druckausgabe von 1565). Einer der bemerkenswertesten Texte dieser Sammlung.
In der letzten Zeit seines etwa 2-jährigen Italienaufenthaltes[10] wohnte Peuerbach in Rom als sein „Hausgenosse" bei Nicolaus Cusanus und fungierte dort als eine Art Hauslehrer und geschätzter Diskussionspartner. In dieser Zeit beschäftigte sich Cusanus intensiv mit dem Problem der Quadratur des Kreises, welches er offensichtlich mit Peuerbach so einprägsam diskutierte, dass dieser sich nach seiner Rückkehr nach Wien noch weiter eingehend mit diesem Problem beschäftigte. Cusanus widmete dieses Werk Georg von Peuerbach. Am Schluss dieses Dialoges von 1457 schrieb Cusanus:
„Man sende dieses unserem Gelehrten, lieben und treuen Meister Georg von Peuerbach, Astronom." [11]

---

8 Ernst Zinner, Verzeichnis der astronomischen Handschriften des deutschen Kulturgebietes, München 1925; Nr. 7725, 7725a

9 Ernst Zinner, Deutsche und Niederländische astronomische Instrumente des 11.-18. Jahrhunderts, München 1956 (1967, 1979), 160

10 Regiomontanus nennt Padua und Rom als wichtige Stationen dieser Reise.
Hugo Hassinger berichtet, dass Georg von Peuerbach auch in Bologna (und Ferarra) astronomische Vorlesungen gehalten hat (in: Österr. Naturforscher und Techniker, Österr. Akademie der Wissenschaften, Wien 1950). Dass Peuerbach Lehrstühle an diesen Universitäten angeboten wurden, berichten mehrere Autoren, z.B. J. Aschbach, G. Hamann, H. Wallner

11 Hermann Wallner, Georg von Peuerbach. Ein Beitrag zum Wiener Frühhumanismus, ungedr. phil. Dissertation Nr. 16340 an der Universität Wien, 1947, 10. F.A. Scharpff Der Kardinal und Bischof Nicolaus von Cusa 309

5. Nicolaus de Cusa, Über Halbsehnen und Sehnen De Sinibus et chordis (S. 453-4)

Handschrift aus dem 16. Jh.

Dies ist das einzige bekannte Manuskript des Cusanus über dieses Thema. Das Werk ist Georg von Peuerbach gewidmet, der[12] (wie auch Johannes von Gmunden)[13] über das gleiche Thema ein Traktat geschrieben hat und Cusanus wahrscheinlich zu seiner Schrift anregte. Diese Handschrift wurde erst 1930 von Raymond Klibansky entdeckt. Diese Handschrift ist ebenso wie die vorher besprochene ein Beweis für den intensiven Gedankenaustausch zwischen Peuerbach und Cusanus. Peuerbach hat die Sinus-Rechnung in die abendländische Mathematik eingeführt, die Vorteile gegenüber der Winkelmessung mit Sehnen (nach Ptolemaios) richtig erkannt und durch seine intensive Beschäftigung mit diesem Thema offensichtlich auch Cusanus damit inspiriert.

Diese wenigen Beispiele sollen aufzeigen, welche noch weitgehend unentdeckten Schätze in dieser einmaligen Sammelhandschrift des Codex Mellicensis 367 verborgen sind, zur weiteren Schatzsuche anregen und möglicherweise dazu beitragen, dass weitere Werke Peuerbachs der Anonymität entrissen oder wiederaufgefunden werden.

Eines der als verschollen erachteten Werke Peuerbachs, nämlich die „Zeitzither", konnte in diesem Codex bereits gefunden werden. Handelt es sich bei dem Traktat eines Anonymus: „Composicio organi Ptolemei" auf Seiten 267-272 dieses Codex um die als verschollen geltende „Extensio organi Ptolemai" Peuerbachs oder eine Variante bzw. Ergänzung dazu? Die „Extensio..." wurde noch von Tannstetter Collimitius unter den Werken Peuerbachs beschrieben, hat also existiert[14] ist aber bis jetzt unauffindbar. In diesem Zusammenhang wäre wahrscheinlich auch die Bearbeitung des anonymen Textes von S. 446-448 (Über eine Organum Ptolemei genannte Sonnenuhr) aufschlussreich. Eine genaue Überprüfung wäre lohnend und könnte zu einer neuen Entdeckung führen.

12 Tractatus Georgii Purbachii super proportiones Ptolemai de sinibus et chordis. (Tractatus sinum et chordarum) Österreichische Nationalbibliothek, Codex 5203, fol. 124 r-128 r.

13 De sinubus chordis etarcubus, H.L.L. Busard, österr. Akademie der Wissenschaften, Mathem. nat. Klasse, Druckschriften 116 Bd. 3. Abh. Wien 1971, 74,75

14 Georg Tannstetter Collimitius-Andreas Stiborius, Tabulae eclypsium Georgii Peuerbachii.. Wien 1514, Darin: Viri mathematici quos inclytum Viennense gymnasium ordine celebres habuit.

Hartmut Warm

Der Harmoniegedanke von Peuerbach über Kepler bis Newton

Einen langen Weg hat die Astronomie zurückgelegt von den ersten steinzeitlichen Beobachtungen des Laufs der Gestirne bis zur Auffindung des Gravitationsgesetzes durch Isaak Newton im 17. Jahrhundert. Herausragende Stationen hierbei waren frühe Vorstellungen wie sie in der erst vor wenigen Jahren gefundenen, ca. 3600 Jahre alten Himmelsscheibe von Nebra zum Ausdruck kommen, der das geozentrische Weltbild der Antike zusammenfassende und vollendende Almagest des Klaudius Ptolemaios, die heliozentrische Revolution des Nikolaus Kopernikus und schließlich die Entdeckung der Planetengesetze durch Johannes Kepler.

Einerseits haben praktische Gründe diesen Geistesflug der Menschheit ausgelöst, so die Erstellung von möglichst genauen Kalendern, die für Aussaat und Ernte, aber auch zur Festlegung religiöser Festtage benötigt wurden. Auch die Erfordernisse der Astrologen, die Himmelskonstellationen zu vergangenen und zukünftigen Terminen exakt berechnen zu können, spielten eine wichtige Rolle. Immer aber war es auch der reine, ehrfurchtgebietende Anblick des nächtlichen Firmaments, der Eindruck, das dort etwas Übermenschliches, Göttliches sich unserem Auge darbietet, welcher die Menschen zur weiteren und tiefergehenden Erforschung des Kosmos motivierte. Gerade die Persönlichkeiten, die die entscheidenden Arbeiten in der Weiterentwicklung der Astronomie geleistet haben, waren von der göttlichen Ordnung des Weltalls zutiefst überzeugt. Diese verborgene „Sphärenharmonie" aufzudecken war einer ihrer stärksten Antriebe.

Natürlich ist das bei den einzelnen Persönlichkeiten in unterschiedlichem Maße der Fall gewesen. Zudem ist das Bild, das wir uns heute von dem Genius oder moderner gesprochen, von der Motivation machen können, die Geister wie Ptolemaios, Peuerbach, Kopernikus, Kepler und Newton zu ihren Forschungsarbeiten antrieb, von den verschieden detaillierten Aufzeichnungen und Äußerungen abhängig, die sie uns hierzu hinterlassen haben. Von dem oder den Schöpfer(n) der Himmelsscheibe von Nebra wissen wir in dieser Hinsicht rein gar nichts.
Doch kann man wohl begründet annehmen, daß diese Frage mit dem Sinn der auf der Scheibe dargestellten Kreise, Bögen und Punkte zusammenhängt.

Es soll hier den bisherigen Vermutungen und Spekulationen zur ursprünglichen Bedeutung der Himmelsscheibe und ihrer Elemente nun keine weitere hinzugefügt

werden. Gleichwohl läßt sich doch eines ziemlich sicher konstatieren, wenn der Blick nicht auf die Details der Scheibe gerichtet wird, sondern sie in ihrer Gesamtheit erfaßt. Sie erscheint dann als ein Versuch, das Himmelsgebäude in seiner Gänze abbilden oder zumindest aber das Wesentliche dieser Gesamtheit darstellen zu wollen. Und diesem Motiv werden wir auch bei Kopernikus und Kepler wiederbegegnen.

Abbildung 1
Himmelsscheibe
von Nebra;
von Anagoria -
Eigenes Werk, CC BY 3.0,
https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=23143773

Pythagoras (ca. 560-480 v. Chr.)

Der Begriff der Sphärenharmonie geht auf Pythagoras bzw. die Pythagoreer (da er selbst keine schriftlichen Aufzeichnungen hinterließ) zurück, auch wenn er ihn in dieser Form vermutlich selber nicht benutzt hat. Doch konnte er zum einen der Legende nach die „Musik der Planeten" kraft eines besonderen inneren Vermögens hören. Zum anderen - und das ist für das Fortwirken der pythagoräischen Ideen wesentlicher - wurde der harmonia eine wesentliche Rolle im Aufbau der Welt beigemessen. Hierunter verstand man damals die Vereinigung von Gegensätzen, wie es in der mythologischen Gestalt der Harmonia als Tochter des Kriegsgottes Ares/Mars und der Liebesgöttin Aphrodite/Venus zum Ausdruck kommt. Harmonia bezeichnete aber auch die Gesamtheit einer Tonleiter in der Oktave, die sich bei den Griechen aus 2 Tetrachorden zusammensetzte, in gewisser Weise also ebenfalls eine Vereinigung von Gegensätzlichem.[1]

1 Schavernoch, Hans, Die Harmonie der Sphären, S. 44 ff, Alber, Freiburg 1981

Die große Entdeckung des Pythagoras war bekanntlich, daß sich die Intervalle der Tonleiter nach einfachen Zahlenverhältnissen strukturieren. Wird die Länge einer Saite im Verhältnis 2:1 geteilt, erklingt die Oktave, bei 3:2 die Quinte, bei 4:3 die Quarte. Die Welt wird also nicht nur von der Harmonie konstituiert, sondern „alles ist Harmonie und Zahl". Man übertrug diese Einsicht auf den Kosmos und kam zu der Überzeugung, daß auch dort die Anordnung und die Bewegungen der Planeten nach einfachen, musikalischen Zahlenverhältnissen gestaltet sein müsse. Diese Idee einer Sphärenharmonie wurde über fast 2 Jahrtausende von vielen Philosophen mehr oder weniger übernommen, bis sie Johannes Kepler dann in seiner Weltharmonik mit Hilfe der von ihm entdeckten Planetengesetze auf eine neue Stufe stellen konnte.

Klaudius Ptolemaios (ca. 100-178)

Über die Persönlichkeit des Ptolemaios ist außer seinen ungefähren Lebensdaten und seiner Wirkungsstätte Alexandria sehr wenig bekannt.[2] Die Frage nach dem, was ihn zu seinen Arbeiten beflügelte, läßt sich daher nur indirekt aus seinen Büchern ableiten. Neben seinem großen astronomischen Werk, dem später so genannten Almagest, hat er u.a. eines zur Astrologie und eines zur Harmonielehre verfaßt. Aus diesem läßt sich eine Verwurzelung in der pythagoräisch-platonischen Weltanschauung erkennen.[3] Auch Kepler sieht in ihm einen Verwandten bei der Suche nach der Weltharmonik und widmet ihm einen Anhang seines gleichnamigen Buches. Er zitiert Ptolemaios, für den „die Natur einer harmonischen Abstimmung ... besonders in den menschlichen Seelen und in den Umwälzungen am Himmel hervortritt."[4] So ist anzunehmen, daß auch Ptolemaios in starkem Maße von der Idee der Sphärenharmonie zu seinen Arbeiten inspiriert worden ist. Dies kommt in besonders schöner Weise in einem von ihm überlieferten Epigramm zum Ausdruck.

Täglich steht der Tod mir bevor, wohl weiß ich es sicher.
Doch wenn ich schau', wie der Chor kreisender Sterne sich schlingt,
Fühl ich mich aufwärts gehoben; ich sitze an himmlischer Tafel.
Lebenspendenden Trank Gott, der Gebieter, mir beut.[5]

---

2 North, John, Viewegs Geschichte der Astronomie und der Kosmologie, S. 71, Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig 1997

3 Schavernoch, S. 82 ff

4 Kepler, Johannes, Weltharmonik (Harmonice Mundi), S. 358, übersetzt und eingeleitet von Max Caspar, R. Oldenbourg, München, Ausgabe 1973

5 Kepler, Johannes, Das Weltgeheimnis (Mysterium Cosmographicum), Vorspann, übersetzt und eingeleitet von Max Caspar, Filser, Augsburg 1923

Vielleicht war es unter anderem die von der Erde aus gesehene und über einen längeren Zeitraum im Geiste vorgestellte Bewegung der Venus, die Ptolemaios zu dieser Begeisterung entflammte:

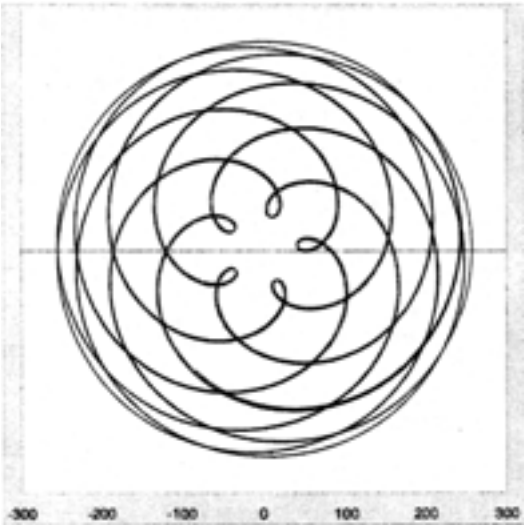


Abbildung 2 Schleifenförrnige Spur der Venus in geozentrischer Sicht, aufgetragen sind in der Ebene der Ekliptik etwas mehr als 2 Konjunktionszyklen, Zeitdauer ca. 16 Jahre, Maßstab in Millionen km.

Georg von Peuerbach (1423-1461)

Die Leistungen und die Wirkungssgeschichte von Georg von Peuerbach sind von Herrn Dr. Friedrich Samhaber in dem schönen Buch „Die Zeitzither" auf sehr gründliche und ansprechende Weise dargestellt worden, so daß darauf an dieser Stelle nicht weiter eingegangen werden muß.[6] Auf die Beweggründe, die Peuerbachs astronomische Arbeiten auslösten, läßt sich wiederum nur indirekt schließen. Hier sind es vor allem seine - oftmals aus tragischen Anlässen verfaßten - Gedichte, in denen die Idee einer Sphärenharmonie anklingt. In der Übersetzung von Helmuth Grössing heißt es da z.B.:

An Johann von Salzburg
Trauernd im Herzen kann ich nicht singen, Lieder Dir dichten
O mein Salzburger Freund, Pater, Du mein verehrter.
Kann nicht von Sternen, von Sphären des Himmels Dir nun erzählen
Was Dir den Sinn gar erhebt, süß ist und stets Dich bereichert.

oder:

6 Samhaber, Friedrich, Die Zeitzither. Georg von Peuerbach und das helle Mittelalter, Verlag Wambacher, A-Raab 2000

An Andreas von Dingolfing
Einbrach die Nacht und Phöbus teufft ab in die Fluten des Meeres
Ich aber sehe hinauf, schau auf das Zeichen des Bootes.
Süße erklinget das Lied mir, das durch den Äther ans Ohr schlägt
Wohl Dir, Andreas, heil Dir! Denn es war Deine Muse.

Für Peuerbach haben die Himmelssphären also etwas den Sinn Erhebendes, der Anblick des nächtlichen Firmaments läßt ihm ein Lied erklingen.
Ein anderes Gedicht ist an seinen Lieblingsschüler Reimbert Mühlwanger gerichtet. Peuerbach bringt seine Ahnung zum Ausdruck, daß ihm dieser entrissen werden könnte, entweder durch den Tod oder indem er den gemeinsamen Weg verläßt.

(Für Reimbert)
O allmächtiger Vater, der Du die Welten umspannest
Und das göttliche Licht menschlichem Geiste geschenkt -
Würde doch ER des Pythagoras Weg, den rechten mir wandeln
Tugendhaft bleiben und treu! Demütig bitte ich Dich,
Daß Du das Leben des Knaben, ein Teil meines irdischen Selbst,
Hütest und wohl beschützt, führest den richtigen Weg.

Nun muß man sich fragen, warum Peuerbach hier gerade den Weg des Pythagoras als den richtigen nennt. Bald darauf teilt Reimbert ihm mit, daß er eine Pfarrstelle antreten will. Dies führt zu der befürchteten Trennung. Man kann daher mit einigem Recht vermuten, daß Peuerbach von der Absicht seines Herzensfreundes, wie er ihn auch nennt, bereits wußte. Der für Reimbert gewünschte Weg des Pythagoras, den Peuerbach als den rechten bezeichnet, bedeutet demnach, daß sein Schüler bei der Astronomie (und damit bei ihm) bleiben soll, wenn man so will zusammen auf den Spuren der pythagoräischen Sphärenharmonie. Auch wenn davon auszugehen ist, daß hier vor allem die persönlichen Wünsche des Peuerbach zum Ausdruck kommen, so ist es doch bezeichnend, daß er den Namen und damit unausgesprochen auch die Ideenwelt des Pythagoras damit verknüpft. Wenn er hierauf gerade in seiner größten Herzensnot abzielt, muß dies für ihn höchste Bedeutung für sein gesamtes Leben gehabt haben.
Als Reimbert kurze Zeit später an seiner neuen Wirkungsstätte stirbt, erfüllt sich leider auch der 2. Teil der bösen Vorahnung Peuerbachs.

Nikolaus Kopernikus (1473-1543)

Nach wie vor ist das Wort von der kopernikanischen Revolution der Inbegriff für Umwälzungen in der Wissenschaft und die damit verbundenen Auswirkungen auf das Geistesleben der Menschheit. Diese geistige Revolution lag sicher nicht in der Absicht des Kopernikus, auch wenn sein langes Zögern bis zur Herausgabe seines Werkes „De revolutionibus orbium coelestium" (Über die Kreisbewegungen der Himmelskörper) u.a. von einer Ahnung darum verursacht sein dürfte. Über die Gründe, die Kopernikus zu seiner Weltauffassung führten, gibt er in seiner Widmung, der Vorrede an Seine Heiligkeit, Papst Paul III, Aufschluß.[7] Zunächst drückt er sich sehr allgemein dahingehend aus, „daß mich nichts anderes zum Nachdenken über eine andere Art, die Bewegungen der Weltsphären herzuleiten, veranlaßt hat, als die Einsicht, daß die Mathematiker bei ihren Forschungen nicht konsequent bleiben."
Dieses Unbehagen an den Mathematikern, d.h. im wesentlichen an der bisherigen, auf Ptolemaios fußenden Astronomie, spezifiziert er in den vier folgenden Punkten:

- „Erstens sind sie über die Bewegungen der Sonne und des Mondes so unsicher, daß sie nicht einmal die unveränderliche Größe des Jahres beschreiben und berechnen können."
- „Zweitens benutzen sie bei der Bestimmung der Bewegungen sowohl der genannten, wie auch der anderen fünf Wandelsterne nicht die gleichen Grundsätze und Annahmen."
- Drittens „müssen sie indessen doch sehr viele Zugeständnisse machen, die offensichtlich mit den ersten Grundsätzen über die Gleichmäßigkeit der Bewegungen in Widerspruch stehen."
- Und viertens - und das ist für ihn offenbar das Wichtigste - „konnten sie die Hauptsache, nämlich die Gestalt der Welt und den unbestreitbaren Zusammenhang ihrer Teile nicht finden oder aus jenen (gemeint sind entweder die ersten Grundsätze über die Gleichmäßigkeit der Bewegungen oder aber nur die Bewegungen, Anmerkung des Verfassers) erschließen."

Die ersten beiden von Kopernikus angeführten Argumente wurden von vielen Astronomen, früheren und zeitgenössischen, geteilt. Die Kritik an der nicht 100 %-igen Exaktheit wie auch an der Kompliziertheit der ptolemäischen Verfahren mit verschiedenen Ansätzen für die unterschiedlichen Himmelskörper war daher nichts Neues. Auch erbrachte Kopernikus Theorie in dieser Hinsicht keine echte Verbesserung, zum einen wurden die Berechnungsmöglichkeiten nicht entscheidend genauer, zum anderen benutzt sein System in der Detailgestaltung annähernd genauso viel Hilfskreise wie die früheren und ebenfalls in verschiedener

7 Hamei, Jürgen, Nicolaus Kopernicus, S. 305 ff, Spektrum, Heidelberg 1994

Ausprägung für die einzelnen Gestirne. Man muß daher eher davon ausgehen, daß die Anführung dieser Gründe vor allem auf den Widmungsträger abzielte. Gerade der Papst sollte wohl ein offenes Ohr vor allem dafür haben, daß die Jahreslänge nicht hinreichend genau bestimmt werden konnte, was der seit langem erforderlichen Kalenderreform im Wege stand. Denn Kopernikus war bereits etwa 30 Jahre vorher zu einer Stellungnahme für das eine Reform vorbereitende Lateralkonzil von 1512-1517 ersucht worden und damit als Experte in dieser Hinsicht ausgewiesen.[8] Letztlich erbrachte dieses Konzil jedoch kein Ergebnis und die Kalenderreform konnte erst im Jahr 1582 realisiert werden.

Ernstzunehmender für die eigentliche Motivation des Kopernikus und daher von verschiedenen Autoren eingehend behandelt[9], so daß ich hierauf nur relativ kurz einzugehen brauche, ist also der dritte Punkt, sein unbedingtes Festhalten an der gleichförmigen Kreisbewegung, die seit Platon und Aristoteles als einzige vollkommene und demzufolge dem göttlichen Weltgebäude gemäße Bewegung angesehen wurde. Gegen diesen Grundsatz aber verstößt das ptolemäische System strenggenommen, indem es zur Berechnung der planetarischen Bahnen teilweise keine tatsächlich gleichmäßige Kreisbewegung zugrunde legt, sondern einen fiktiven Ausgleichspunkt einführt, von welchem die Bewegung stattdessen gleichmäßig erscheint. Dieses Problem konnte Kopernikus lösen, jedoch nur unter Einnahme des heliozentrischen Blickwinkels.

Der wichtigste Antrieb - und Kopernikus spricht selbst von der Hauptsache - stellt für ihn allerdings die Suche nach der Gestalt der Welt und den inneren Zusammenhang ihrer Teile dar. Und diese Gestalt hat eine harmonische zu sein, da sie göttlichen Ursprungs ist, oder wie Kopernikus in Anlehnung an Platon formuliert, „vom besten und genauesten Werkmeister eingerichtet wurde". Der bisherigen Astronomie erging es aber „wie jemandem, der von verschiedenen Vorlagen die Hände nähme, die Füße, den Kopf und andere Glieder, die zwar von bester Beschaffenheit, aber nicht nach dem Bild eines einzigen Körpers gezeichnet sind und in keiner Beziehung zueinander passen, weshalb eher ein Ungeheuer als ein Mensch aus ihnen entstände."

Wenn demgegenüber die Kreisbewegung der Erde angenommen wird, „so ergeben sich hieraus ... die Rangordnungen und Größen der Gestirne und aller Kreisbahnen, und der Himmel selber kommt in einen solchen inneren Zusammenhang, daß an keiner Stelle von ihm etwas verstellt werden kann, ohne seine übrigen Teile und das ganze Weltall in Unordnung zu bringen"

führt Kopernikus in seiner Vorrede weiter aus. Die von ihm gefundene Gestalt der Welt ist ihm so zentral, daß sie sich auch in der formalen Konzeption des Werkes niederschlägt:

---

8 Hamel, S. 148 ff

9 Caspar, Max, Kopernikus und Kepler, S. 23 ff, R. Oldenbourg, München, 1943; siehe auch Hamel, S. 153 f

„Daher habe ich auch bei der Ausarbeitung des Werkes die folgende Anordnung eingehalten. Im ersten Buch beschreibe ich die Anordnung der Kreisbahnen zusammen mit den von mir der Erde zugesprochenen Bewegungen, so daß dieses Buch gewissermaßen den ganzen Aufbau des Weltalls enthält."
Kopernikus erwähnt dann noch kurz, gleichsam nebenbei, was „in den übrigen (fünf, Anmerkung des Verfassers) Büchern" zu finden ist.

Abbildung 3 Darstellung aus Kopernikus „De revolutionibus orbium coelestium"

Gegen Ende des zentralen, 1. Buches greift er das Thema der Vorrede zu seinen Beweggründen wieder auf und faßt zusammen, was er für das eigentlich Bedeutsame des von ihm gefundenen Weltsystems hält:

„Wir finden also in dieser Anordnung eine bewunderungswürdige Symmetrie der Welt und einen festen harmonischen Zusammenhang zwischen der Bewegung und der Größe der Bahnen, wie man ihn auf andere Weise nicht finden kann. So groß ist in der Tat diese göttliche, beste und größte Werkstatt."
Hier nimmt Kopernikus gleichsam in Kurzform den Schlußhymnus des Mysterium Cosmographic bzw. Dankgebet am Ende der Weltharmonik Johannes Keplers vorweg. Zwar fehlt vielleicht ein wenig von dessen bewußter Selbstreflexion, von seiner Eloquenz und philosophischen Tiefe bei der Suche nach der Harmonie der Welt, doch zweifelsohne hegt den umwälzenden Arbeiten beider Forscher eine gleiche oder doch sehr ähnliche Motivation zugrunde.

Johannes Kepler (1571-1630)

Johannes Kepler würde natürlich den Schwerpunkt in dieser Betrachtung verdienen. Er hat die 2000 Jahre alte Idee von einer Sphärenharmonie auf eine neue Stufe gestellt, er hat sie zur Weltharmonik umgestaltet. Er war der erste, der mit Hilfe der von ihm entdeckten Planetengesetze tatsächlich die konkreten Verhältnisse im Planetensystem auf ihren harmonischen Aufbau hin untersucht und mit denen musikalischer Intervalle verglichen hat. In den von der Sonne aus gesehenen Winkeln glaubte er schließlich, die - nur im Geiste vernehmbare - Sphärenmusik nachgewiesen zu haben.

Keplers harmonikalen Arbeiten war jedoch schon ein bedeutender Teil der Vorträge des Peuerbach Symposiums 2002 gewidmet, so daß ich hier und jetzt auf das, was ihn dazu antrieb nur mit einem Satz aus seiner Weltharmonik einzugehen brauche. Es ist allerdings ein Satz; der es in sich hat, und zwar der Beginn der Vorrede zum 5. Buch seiner Harmonice Mundi. Im Grunde faßt er darin alles Wesentliche zu diesem Thema zusammen:

„Was ich vor 25 Jahren vorausgeahnt habe, ehe ich noch die fünf regulären Körper zwischen den Himmelsbahnen entdeckt hatte, was in meiner Überzeugung feststand, ehe ich die harmonische Schrift des Ptolemaios gelesen hatte, was ich durch die Wahl des Titels zu diesem Buch meinen Freunden versprochen habe ehe ich über die Sache selber ganz im Klaren war, was ich vor 16 Jahren in einer Veröffentlichung als Ziel der Forschung aufgestellt habe, was mich veranlaßt hat den besten Teil meines Lebens astronomischen Studien zu widmen, Tycho Brahe' aufzusuchen und Prag als Wohnsitz zu wählen, das habe ich mit Gottes Hilfe, der meine Begeisterung entzündet und ein unbändiges Verlangen in mir geweckt hatte, der mein Leben und meine Geisteskraft frisch erhielt und mir auch die übrigen Mittel durch die Freigebigkeit zweier Kaiser und der Stände meines Landes Österreich ob der Enns verschaffte - das habe ich also nach Erledigung meiner astronomischen Aufgabe, bis es genug war, endlich ans Licht gebracht."[10]

Am Anfang seiner Arbeiten stand also eine Vorahnung, die sich dann in einer Art schöpferischen Vision (jedoch nach einer Phase sehr intensiver Suche) zu einem Gesamtbild von der Gestalt des Planetensystems herauskristallisierte. Es ist Keplers berühmtes Modell von den ineinandergeschachtelten platonischen, er spricht von den fünf regulären Körpern.

10 Kepler, Weltharmonik, S. 279

Abbildung 4 Darstellung aus Keplers „Welt-Geheimnis" (Mysterium Cosmographicum)

Dieses Bild bzw. ein sich daran anschließendes, im Jahre 1596 veröffentlichtes Werk Mystenurn Cosmographicum, in dem er sein Modell darstellte und begründete, war ihm Richtschnur für alle folgenden Arbeiten. Zunächst ging es ihm darum, mit Hilfe der genaueren astronomischen Beobachtungen von Tycho Brahe, die vorhandenen Unstimmigkeiten zwischen den idealen geometrischen Verhältnissen in seinem Modell und der planetarischen Realität auszumerzen. Auch als seine Arbeiten mit den tychonischen Daten, zunächst als Assistent Brahes, ihm klarmachten, daß die Übereinstimmung nicht, wie erhofft, besser wird, hat er seine erste Vision und was ihr folgte nie aus den Augen verloren. So schreibt er in der Widmung zur zweiten, 1621 erschienenen Auflage dieses Buches:

„Mir selber, der ich in den letzten 25 Jahren an der Erneuerung der Astronomie arbeitete (die von dem hochberühmten, adligen dänischen Astronomen Tycho Brahe begonnen worden war), haben dabei jene Abschnitte nicht bloß einmal vorangeleuchtet. Denn fast alle astronomischen Bücher, die ich seit jener Zeit herausgab, konnten sich auf irgend eines der Hauptkapitel in diesem kleinen Buch beziehen, als deren eingehendere Darstellung oder Vervollkommnung sie sich daher präsentieren." [11]

In Keplers Wirken vom *Mysterium Cosmographicum* bis zur *Harmonice Mundi* kommt gewissermaßen ein Archetypus wissenschaftlicher, oder überhaupt schöpferischer Arbeit in sehr reiner Form zum Ausdruck. Am Anfang steht eine Idee oder Ahnung, die sich nach einem ersten schöpferischen Ringen zu einer Gestalt, zu einem Bild, zu einer vorläufigen Gesamtschau verdichtet. Hieran schließt sich eine sehr viel längere Periode oftmals sehr mühsamer Detailarbeit an. Es muß sich nun die Ursprungsidee bewähren, kritischen Prüfungen standhalten und sich ggfs. Modifizierungen gefallen lassen. Einen bedeutenden Geist wie Kepler zeichnet auch aus,

11 Kepler, Das Weltgeheimnis, S. 14

daß seine erste Vision ihm zwar voranleuchtet, aber nicht zur fixen Idee wird. Was sich als nicht stichhaltig erweist, muß überarbeitet oder sogar aufgegeben werden. Am Ende ersteht dann, wenn alles gut geht, die Ursprungsvision in einem neuen Gewand.

In Keplers Fall war dies der Nachweis der in der Menschheitsgeschichte seit zwei Jahrtausenden intuitiv geglaubten Sphärenharmonie. Seiner Freude über das Gelingen seines Lebenswerkes gibt er am Ende seiner *Harmonice Mundi* mit einer hymnischen Lobpreisung Ausdruck:

„... Lobpreiset ihn, ihr Himmel, lobpreiset ihn, Sonne, Mond und Planeten, welchen Sinn ihr auch habt zu erkennen, welche Zunge zu rühmen euren Schöpfer. Lobpreiset ihn, ihr himmlischen Harmonien, lobpreiset ihn, ihr alle, die ihr Zeugen der nun entdeckten Harmonien seid! ..."[12]

Daß die konkrete Ausgestaltung seiner Grundidee - d.h. die von ihm angenommene sehr gute Übereinstimmung der Verhältnisse, in denen die Winkelgeschwindigkeiten der Planeten in ihren Extrempunkten zueinander stehen, mit musikalischen Intervallen - einer statistischen Analyse nicht standhält, habe ich in meinem Vortrag „Sphärenharmonie im Sonnensystem - Schöne Träumerei oder doch Realität?" auf dem Peuerbach Symposium 2002 aufgezeigt. Es konnte aber auch belegt werden, daß stattdessen die Proportionen der Bahngeschwindigkeiten, die sich aus denjenigen im Aphel und in den Punkten ergeben, an denen die Planeten genau den Abstand ihrer kleinen Halbachse von der Sonne haben, mit sehr hoher statistischer Signifikanz die musikalischen Intervalle treffen.[13] Der Grundgedanke von Sphärenharmonie konnte damit sehr wohl bestätigt und abermals auf eine neue Stufe gehoben werden.

Isaac Newton (1642-1727)

Die Schaffensmotivation eines Genies wie Isaak Newton auf einen einfachen Nenner zu bringen, ist vermutlich ein Ding der Unmöglichkeit. Newton war ja nicht nur der herausragende Naturwissenschaftler, der das Ringen um die Gesetzmäßigkeiten im Planetensystem zu einem Abschluß brachte, auch wenn dieser, wie sich im 20. Jahrhundert zeigte, nur vorläufig war.

Genauso viel, vermutlich sogar noch mehr Zeit wie seinen physikalischen Forschungen widmete er der Alchemie, theologischen Studien und Ausarbeitungen sowie historischen Fragen. Diese verschiedenen Arbeitsgebiete standen für Newton sicherlich in einem inneren Zusammenhang, und so ist es bestimmt richtig, wenn Penelope Gouk schreibt, „daß Newtons Arbeiten über mathematische Physik nur einen Teil dieser lebenslangen Suche ausmachten, die im Grunde eine religiöse und

12 Kepler, Weltharmonik, S. 356

13 Pichler, Franz (Hrsg.), Der Harmoniegedanke gestern und heute. Peuerbach Symposium 2002, S. 145 ff, Universitätsverlag Trauner, A-Linz 2003

philosophische war."[14] Genauso zutreffend ist es zweifelsohne, wie Johannes Wickert sagt, daß ihn bei ungelösten Fragen, denen er auf der Spur war, „das äußerst lebhafte Verlangen überkam, die Ursache derselben zu erforschen".[15] Dieses äußerst lebhafte Verlangen steigerte sich bei der Abfassung seiner *Principia* in einen fast dämonisch zu nennenden dreijährigen Schaffensrausch, der ihn nahezu alles andere, oft sogar das Essen, vergessen ließ. Weiterhin spielten für Newtons spätere Motivation die sogenannten *anni mirabiles* eine große Rolle, jene Jahre von 1664-66, die er, als in Cambridge die Pest ausbrach, in Woolsthorpe in ländlicher Abgeschiedenheit verbrachte, und in denen er die entscheidenden und programmatischen Grundideen zu seiner Optik, zur Infinitesimalrechnung und zur Himmelsmechanik entwickelte. Doch was trieb ihn dazu an? Ich muß bekennen, ich kann keine zufriedenstellendere Antwort finden als: sein Genius.

Daher soll zunächst einmal aufgeführt werden, was über Newtons Gedanken zur Harmonie bzw. seine harmonikalen Ansätze bekannt geworden ist. Während seiner Studienzeit in Cambridge lernte er im Rahmen des Quadriviums Musiktheorie und die musikalisch-harmonischen Intervalle wie auch das Problem der Stimmung bzw. der Temperierung kennen. Er war also mit der Harmonielehre bestens vertraut und nahm sie als Ausgangspunkt für eigene Studien. Newton untersuchte eine ganze Reihe von gleichmäßigen Oktavteilungen und fand schließlich, daß die Teilung der Oktave in 53 Mikrotöne die beste sei, d.h. daß auf diese Weise die Verhältnisse der harmonischen Teilung am genausten angenähert werden können.[16]
Und auch harmonikales Gedankengut hatte in ihm Wurzeln geschlagen. In seiner *Opticks* verglich er das Farbspektrum, das sich beim Durchgang des Sonnenlichts durch ein Prisma zeigt, mit der Teilung einer Oktave in bestimmte, der Kirchentonart Dorisch (1. Modus) entsprechenden harmonischen Intervallen und fand, wie er schreibt, eine gute Übereinstimmung [17].

Das über Newtons Originalzeichnung gelegte beispielhafte[18] Spektrum zeigt die zumindest ungefähre Übereinstimmung, verdeutlicht allerdings auch die Problematik dieser Analogie. Newton unterteilt das Spektrum in 7 Farben, die den 7 in einer Tonleiter auftretenden Intervallen entsprechen. Für die beiden Halbtöne wählt er Indigo und Orange. Diese Einteilung ist allerdings nicht eindeutig, es ließen sich auch blaugrün, gelbgrün oder andere Zwischentöne festlegen. Weiterhin gibt es keine klaren Grenzen zwischen den kontinuierlich ineinander übergehenden Farben. Zwar nimmt er einen Assistenten zu Hilfe, „dessen Augen für Unterscheidung

14 Penelope Gouk, Die harmonischen Wurzeln von Newtons Wissenschaft, in: Newtons Werk, Hrsg. John Fauvel, S. 142, Birkhäuser, Basel 1993

15 Johannes Wickert, Isaac Newton, S. 51, Piper, München 1983

16 Gouk, S. 142 ff

17 Isaac Newton, Optik (Opticks), S. 82, übersetzt und herausgegeben von William Abendroth, Vieweg & Sohn, Braunschweig 1983

18 Es ist tatsächlich nur als beispielhaftes Spektrum zu verstehen, da verschiedene in der Literatur zu findende Abbildungen von Spektren unterschiedliche Breiten der einzelnen Farbtöne und Übergänge zeigen.

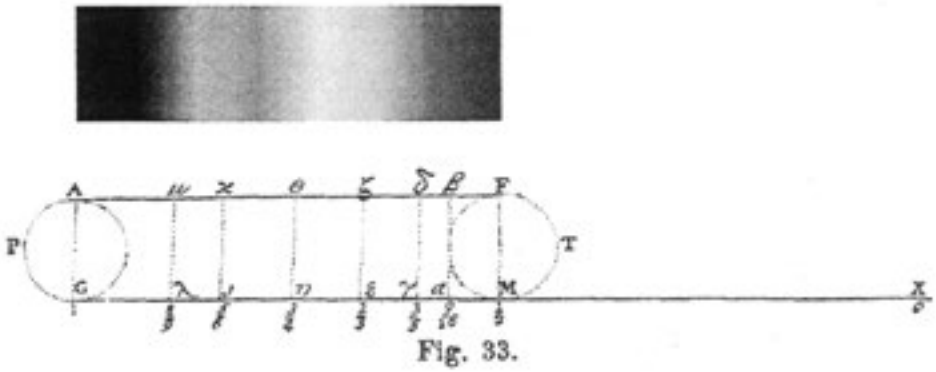


Abbildung 5 Darstellung aus Newtons *Opticks* (unten), Farbspektrum (oben)

von Farben schärfer waren als die meinigen", gleichwohl kann auch dadurch keine Objektivität erreicht werden. Am bemerkenswertesten an seinem Vergleich ist vielleicht, daß die Wellenlängen des Spektrums des sichtbaren Lichts, die erst 1807 durch Thomas Young ermittelt werden konnten, in der Tat ungefähr eine Oktave umfassen. Doch auch dies läßt sich nicht ganz eindeutig angeben, das sichtbare Licht reicht verschiedenen Literaturangaben zufolge von zwischen 360 und 400 nm bis zwischen 750 und 780 nm. In der *Opticks* werden weitere Farberscheinungen, z.B. im Zusammenhang mit den heute so genannten Newtonschen Farbringen, die durch Interferenzerscheinungen von Licht in dünnen Luftschichten entstehen, mit musikalischen Verhältnissen in Beziehung gesetzt. Die angesprochene Uneindeutigkeit gilt dabei jedoch gleichermaßen.

In seinem Hauptwerk *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, in neuer deutscher Übersetzung „Die mathematischen Prinzipien der Physik", geht Isaac Newton am Schluß in philosophischer Hinsicht auf den harmonischen Aufbau des von ihm aufgedeckten Weltsystems ein. Sein Hauptargument dabei ist die Regelmäßigkeit der Umlaufbahnen der Planeten und der Monde im Gegensatz zu derjenigen der Kometen.

„Die sechs Hauptplaneten laufen im gleichen Bewegungssinn in annähernd [ein und] derselben Ebene auf zur Sonne konzentrischen Kreisen um die Sonne herum. Die zehn Monde laufen im gleichen Bewegungssinn um die Erde, den Jupiter und den Saturn herum auf [jeweils zu diesen] konzentrischen Kreisen in annähernd den Ebenen der Umlaufbahnen der Planeten. Alle diese regelmäßigen Bewegungen haben ihren Ursprung nicht in mechanischen Ursachen, bewegen sich doch auch die Kometen auf sehr exzentrischen Umlaufbahnen und werden frei in alle Richtungen des Himmels getragen."

Doch auch die Kometen sind in das Gesamtsystem harmonisch eingebettet:
„Bei dieser Art der Bewegung durchqueren die Kometen die [Bereiche der] Umlaufbahnen der Planeten sehr schnell und vollkommen mühelos, und in ihren Aphelen,

wo sie langsamer sind und sich längere Zeit aufhalten, sind sie möglichst weit voneinander entfernt, so daß sie sich gegenseitig so wenig wie möglich [an]ziehen."

Zuvor schrieb Newton bereits:
„Zwar werden sie (die Planeten und Kometen) infolge der Gesetze für die Schwere beständig auf ihren Umlaufbahnen bleiben, aber die regelmäßige Lage ihrer Umlaufbahnen konnten sie zu Anfang selbstverständlich nicht durch diese Gesetze erhalten haben."

so daß für ihn der zu ziehende Schluß eindeutig ist:
„Eine solche überaus geschickte Anordnung der Sonne, der Planeten und der Kometen konnte nur dem Plan und der Herrschaft eines einsichtigen und mächtigen Wesens entspringen."[19]

Dieser Satz erinnert sehr an Kopernikus o.a. zusammenfassende Aussage zur Bedeutsamkeit seines Weltsystems und auch an manche Stellen bei Kepler. Was bei Kopernikus eine schlichte Feststellung ist und bei Kepler ein Dankgebet, wird bei Newton zu einem auf logischen Schlüssen aufbauenden Gottesbeweis. Doch wollen wir an dieser Stelle davon absehen, daß der Glaube letztlich eine Frage von innerer Gewißheit ist und nicht aus verstandesmäßigen Schlußfolgerungen hergeleitet werden kann. Der Argumentationskette Newtons sollte ja auch bald durch die Kant-LaPlace'sche Nebelhypothese zur Entstehung des Sonnensystems der Boden unter den Füßen entzogen werden. Weiterhin wurde das Allgemeine Scholion, in dem Newtons aufgeführte Gedanken enthalten sind, der *Principia* erst nachträglich, d.h. mit der 2. Auflage, angefügt. Dies spricht nicht unbedingt dafür, daß diese Gedanken ihn auch während der Konzeption des Werkes begleitet haben. Gleichwohl zeigen die verschiedenen aufgeführten Aspekte, daß die Vorstellung von einem harmonischen Aufbau der Welt auch in Newtons Denken eine nicht unerhebliche Rolle spielten.
Wenn es daher für Isaac Newton vielleicht mit leichten Einschränkungen gilt, kann man gleichwohl zusammenfassend sagen, daß sphärenharmonikale Konzepte für die Weiterentwicklung und Erneuerung der Astronomie von herausragender Bedeutung waren. Solange die Himmelskunde im wesentlichen von der Suche nach der Ordnung im Sonnensystem bestimmt war, wurden Astronomen wie Ptolemaios, Peuerbach, Kopernikus, Kepler und, wie gesagt, mit gewissen Abstrichen auch Newton bei ihren Arbeiten vor allem von ihrem Glauben an oder durch ihre Suche nach dieser himmlischen Harmonie motiviert und geleitet. Dabei spielte vor allem bei Kopernikus und Kepler ein Gesamtbild, wenn man so will eine archetypische Vision der Ordnungsstruktur des Sonnensystems als Ausgangspunkt ihrer Arbeiten, eine wichtige Rolle.
Daß die großen Astronomen mit ihren Ideen von einer umfassenden Harmonie im Kosmos keiner Schimäre nachgelaufen sind (so Laplace über Keplers Suche nach der Weltharmonik), soll das Beispiel der wunderbaren Geordnetheit aufzeigen, die

19 Isaac Newton, Die mathematischen Prinzipien der Physik, übersetzt und herausgegeben von Volkmar Schüller, Allgemeines Scholion, S. 513, de Gruyter, Berlin 1999

im Zusammenspiel der drei massivsten Planeten unseres Sonnensystems verborgen ist (Abbildung 6). Ein sehr ähnliches Bild hatte ich bereits beim Peuerbach-Symposium 2002 gezeigt und erläutert, daß es gewissermaßen das Urbild ist, welches der Bewegungsdynamik des ganzen Sonnensystems zugrunde liegt.[20] Dort wurde die geometrische Struktur jedoch von den Mittelpunkten der Raumgeraden von nur zwei Planeten, nämlich Saturn und Neptun erzeugt. In fast identischer Weise bildet sie sich aber auch, wenn stattdessen unter Berücksichtigung der Planetenmassen die Schwerpunkte des jeweils von Saturn, Neptun und Jupiter gebildeten Dreiecks aufgetragen werden. Damit kommt in diesem Bild also die große Entdeckung Newtons zum Tragen, daß sich alle Körper in Abhängigkeit von ihren Abständen und Massen gegenseitig beeinflussen. Daß dadurch in diesem Beispiel wieder das „Urbild" entsteht, geht jedoch nicht allein aus dem Gravitationsgesetz hervor. Es müssen die konkreten Abstände und Massen dazu sehr genau passen. Ob dies in der Entstehungszeit des Planetensystems von dem rein mechanischen Spiel der Kräfte laut Nebelhypothese bewirkt werden konnte, oder ob Isaac Newton vielleicht doch recht hatte, daß die „erste Ursache keine mechanische" sein kann, bleibt m.E. eine offene Frage.

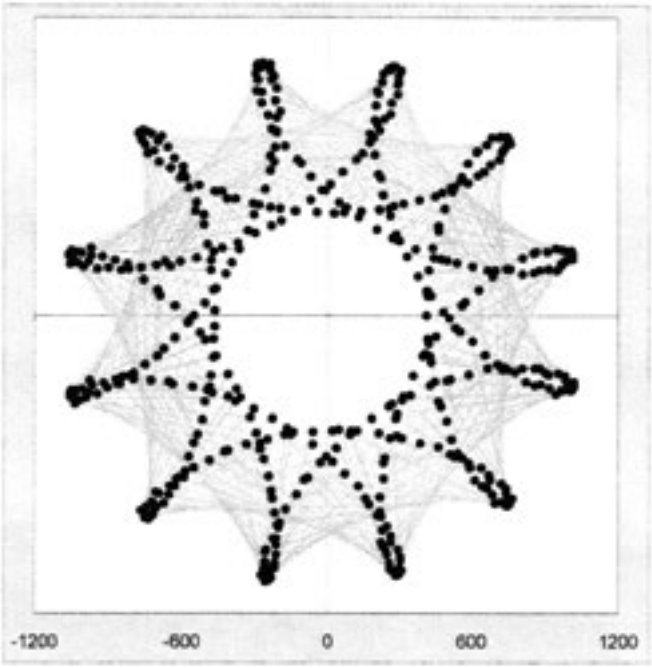


Abbildung 6 Gemeinsamer Schwerpunkt der Planeten Jupiter-Saturn-Neptun bei Jupiter/Neptun Konjunktionen, aufgetragen in der Ebene der Ekliptik, 500 mal, Zeitraum ca. 6391 Jahre, Maßstab in Millionen km. Die grauen Linien geben die chronologischen Verbindungen der einzelnen Positionen wieder. Copyright Keplerstern Verlag, Hamburg

20 Pichler, Franz (Hrsg.), Der Harmoniegedanke gestern und heute. Peuerbach Symposium 2002, S. 152/156; siehe auch Hartmut Warm, Die Signatur der Sphären, S. 264 f, Keplerstern Verlag, Hamburg 2001

Wolfgang Kaunzner

Die beiden Wiener mathematischen Schulen und ihre Bedeutung für die „Deutsche Coss"

With kindest regards for Prof. Dr. Stanley B. Winters,
Port Charlotte, Florida, USA

*Der Weg zur „Deutschen Coß"**

Um das Jahr 830 schuf der Muslim Muhammad ibn Musa al-Hwarizmi (um 780 - nach 847) in Bagdad die Grundlagen der heutigen Gleichungslehre und unserer jetzigen Zahlenlehre. In einer Abhandlung *Al-Kitab al muhtasar fi hisab al-gabr wa-l-muqabala* [Kurzes Buch über das Rechnen des Ergänzens und Ausgleichens] für die komplizierten Erbteilungen hatte jener auch einen Abschnitt über Gleichungen bis zum Grad zwei untergebracht, die er geometrisch bewies. In jetziger Form handelte es sich um folgende sechs Typen: $bx = a$; $cx^2 = a$; $cx^2 = bx$; $cx^2 + bx = a$; $cx^2 + a = bx$; $cx^2 = bx + a$. Alle Begriffe, die heute den Umgang mit algebraischen Gleichungen erleichtern, hatte al-Hwarizmi jedoch voll als Wörter ausgeschrieben. Es gab also keine Zeichen für „plus", „minus", „ist gleich", „Wurzel aus" usw., er verwendete nur positive Zahlen. Die Unbekannte, die wir jetzt meist x nennen, bezeichnete er einmal mit „sai'", das bedeutet „das Ding" oder „die Sache", ein andermal mit „gidr", das ist „die Wurzel"; unser x^2 hieß bei ihm „mal", „das Vermögen", die Konstante erhielt auch einen Begleiter, nämlich „dirhem", „die Zahl".
Al-Hwarizmi verfaßte, etwas später als seine Erbteilungsanleitungen, auch eine Schrift über die schon gut zwei Jahrhunderte alten in Indien verwendeten Ziffern und Zahlen, von der jedoch weder das arabische Original noch der genaue Titel überliefert wurden. In lateinischen Übersetzungen heißt dieses seltene Werk später *De numero lndorum*; es umfaßte die Grundrechenarten: Numeratio, das ist Erläutern und Aussprechen der zehn Ziffern und der Zahlen im Stellenwertsystem, Additio, Subtractio, Duplatio - Verdoppeln, Mediatio - Halbieren, Multiplicatio, Divisio, die Grundrechenarten in Sechzigerbrüchen und in gewöhnlichen Brüchen, Quadratwurzelziehen.
Es war eine großartige Leistung, die Muhammad ibn Musa al-Hwarizmi vollbracht hatte; 1983 wurde in Chiwa in der UdSSR, in seinem Geburtsort in Usbekistan, sein 1200. Geburtstag würdig symbolisch gefeiert. Durch Jahrhunderte hindurch wurden

* Ein Beitrag zur Geschichte der Rechenkunst am Übergang vom Mittelalter zur Neuzeit Wolfgang Kaunzner, Regensburg

seine beiden Schriften zunächst im arabischen Bereich, vervielfältigt und bearbeitet. Um 1150 wurden sie schließlich zusammen mit bedeutenden griechischen Werken, die seinerzeit ins Arabische übertragen worden waren, etwa die Elemente EUKLIDS (wirkte um 295 v. d. Z.), in Übersetzerschulen in Toledo, Sevilla und Cordoba in Spanien für das Abendland arabisch-spanisch bzw. arabisch-lateinisch transformiert. Auch in diesen lateinischen Texten war alles bis auf die Zahlen weiterhin vollständig in Wörtern ausgeschrieben. Die Unbekannte hieß nun gemäß wörtlicher lateinischer Übersetzung „res", „cosa" - „die Sache", „das Ding" bzw. „radix" - „die Wurzel", ihr Quadrat nannte man „census" - „der Besitz", „der Zins", die Konstante wurde zu „numerus" - „die Zahl", „dragma", „denarius". Aus dem Wort „cosa" entwickelte sich der Begriff *Coß* für die Gleichungslehre. Es gab weiterhin keine Operationszeichen wie „plus", „minus", „ist gleich", „mal", „geteilt durch", „Wurzel aus", man benützte keine Klammern usw. Die jetzige Gleichung $3x + \sqrt{(5x^2+8x)} = x + 10$ hätte damals geheißen: „3 res et radix quadrata de 5 censibus et 8 rebus faciunt 1 rem et 10 numeros". Mit Zahlen umzugehen, lag den Menschen wohl schon immer näherals mit Gleichungen. So wurde AL-HWARIZMI's Lehre von den Grundrechenarten von fähigen Bearbeitern im Lauf der Jahrhunderte gezielt auch auf andere Bereiche erweitert: auf Bruchrechnen, Wurzelrechnen, Proportionen usw., und in der Folgezeit nannte man diese neu geschaffenen Rechenvorschriften einfach Algorismen, wobei der Begriff *Algorismus* oder *Algorithmus* aus AL-HWARIZMI verbalhornt worden war.
Die Gleichungslehre AL-HWARIZMI's, die das Beiwerk von den Erbteilungen abgestreift hatte, hieß nun im Verlauf der Abschriften und der Kommentare durch westliche Gelehrte nicht mehr *Al-Kitab al muhtasar fi hisab al-gabr wa-l- muqabala,* sondern einfach *Algebra*.
In Italien setzte der Umgang dieser von den Muslimen auf den Westen gekommenen Wissensgebiete bereits um 1230 ein, als Leonardo's VON PISA (um 1170 - nach 1240) berühmter *Liber abbaci* in die Runde gelangte. Hier liegt eine der Quellen, aus denen ab dem ersten Drittel des 15. Jahrhunderts diese neuen Kenntnisse über die Alpen drangen und systematisiert wurden.

Vor der ersten Wiener mathematischen Schule

Viele Jahrhunderte, gar Jahrtausende mußten vergehen, bis sich in den klimatisch seinerzeit weniger als anderswo begünstigten Regionen der Erde - hier gemeint: nördlich der Alpen und der Pyrenäen - der allgemeine Lebensstil wenigstens auch so weit entwickelt und gefestigt hatte, daß nach der Völkerwanderung ein Großteil der dortigen Menschen sich halbwegs erträgliche Lebensräume geschaffen hatte, daß sie sich zumindest bei Bedarf in feste Unterkünfte zurückziehen konnten, daß Arbeitsteilung angesagt wurde und daß das alltägliche Leben nicht mehr nur auf die Befriedung und Befriedigung der Grundbedürfnisse hin ausgerichtet war.
Jahrhunderte, ja Jahrtausende hindurch hatte das Kulturgut so mancher Völker des Altertums, die bereits weit vor der Zeitenwende zu aus heutiger Sicht fast unwahrscheinlich hohen Erkenntnissen gelangt waren, folglich nur sporadisch den Weg

über geographische Barrieren aus Gebirgen oder Meeren gefunden und ließ somit im Alten Europa nur hie und da ein Wissens- oder Bildungszentrum erstehen. Einzelne solcher Versuche, um die allgemeine Volksbildung zu fördern, wie man sie z. B. von einem Schüler Beda's Venerabilis[1] (672/674 - 735) in York, oder durch Alkuin von York[2] (um 735 - 804) an der Palastschule Karls d. Gr. in Aachen kennt - Alkuin wollte den Jungen die Ausbildung an einer schulischen Einrichtung ermöglichen bzw. gar auferlegen-, liefen freilich trotz oder aufgrund der herausragenden Idee bereits nach kurzer Zeit ins Leere.

Nachdem um 1150 in den spanischen Übersetzerschulen ein erheblicher Teil der ursprünglichen griechischen und muslimischen mathematischen und naturwissenschaftlichen Kenntnisse aus dem Arabischen, sowie in Sizilien Griechisches ins Lateinische übertragen worden waren, wären eigentlich das zwölfte und dreizehnte Jahrhundert der Zeitabschnitt gewesen, der in Mitteleuropa die Neuzeit hätte einläuten müssen. Doch weit gefehlt! Anscheinend trugen die hier neu gegründeten westeuropäischen Universitäten - die älteste europäische Bologna 1119, Oxford 1163, Cambridge 12./13. Jahrhundert, Padua 1222, Paris Sorbonne 1253 - in dieser Hinsicht auch nicht annähernd dem Auftrag Rechnung, den man heute diesbezüglich an sie stellen würde.

Die Romanik und die um 1150 von Nordfrankreich ausgehende Gotik übertrafen in ihren nun bei uns so zahlreichen, nur auf Erfahrung, aber noch nicht auf rechnerischer Statik beruhenden Sakral- und Monumentalbauten von bis dahin nicht gekannten Ausmaßen aufgrund ihrer optischen und akustischen Eindrücke - Frauen sollen beim Orgelklang ohnmächtig geworden sein - alles bisher Dagewesene. Städtegründungen bzw. -erhebungen mögen dem vorausgegangen sein oder sich angeschlossen bzw. gegenseitig bedingt haben. Dieses Neue war sicherlich selbst für seinerzeitige Städter nicht nur beeindruckend, sondern auch wirklich neu.

Betrachtet man die Curricula der scholastischen Hohen Schulen, da griff man freilich ausgiebig und zwangsläufig fast ausschließlich auf antikes Wissen zurück, denn die *Edda, Tristan und Isolde* oder das *Nibelungenlied* usw. hätten vermutlich schon aufgrund der fehlenden eigenen Schriftsprache dort kaum fruchtbare oder unfruchtbare Diskussionen auslösen können. Also blieb man, wie in den bereits vorhandenen Kloster-, Dom- und wenigen Stadtschulen, beim Latein. So deutlich die *Artes liberales* im Lehrstoff der Universitäten angeboten wurden, die Praxis richtete sich sicherlich eher nach den hierfür in Frage kommenden Dozenten, und speziell das Quadrivium wurde angeblich nicht begeistert traktiert. Für die *Arithmetica* gab es im Tauschhandel, vor Einführung von Geld als Zahlungsmittel, kaum eine praktische Anwendung, und so skandierte man den vielleicht auf Augustinus (354-430) zurückgeführten Vers: „Unum et unum duo, duo et duo quatuor, odiosa cantio mihi erat", oder „Dura cosa e la partita"[3]; später, auf den Rechenschulen, war man diesbezüglich im wahrsten Sinn des Wortes viel hellhöriger: „Lernn wol mit vleiß daß eyn mol eyn / Szo wirt dir

1 Thorndike/Kibre 1963, col. 1760.

2 Thorndike/Kibre 1963, col. 1727.

3 Treutlein 1877, S. 52; Tropfke 1930, S. 68 Fußn. 367; s. Kaunzner 1987, S. 161 und S. 182 Fußn. 69.

alle Rechnung gemeyn[.]"[4]- In der *Geometria* griff man im Lehrbetrieb der Universitäten auf Euklid zurück, oft dürfte es nur Buch I gewesen sein.
In den Schreibstuben der Klöster wurde von Schreibkundigen großenteils nur „kopiert", wie man damaliges Abschreiben nannte. Trotzdem ist bis heute nicht klar, warum es so manchem Wissensbegeisterten des 13. Jahrhunderts aus dem hiesigen Raum - meist vermutlich ein Kleriker - nicht deutlich genug bewußt wurde, wie trocken und schwerfällig die ihm vorliegenden überlieferten Texte mit mathematischem Inhalt formuliert waren. Mit anderen Worten: Hatte man z. B. 20 Zeilen einer algebraischen Formulierung durchgelesen, in der alles in Wörtern ausgeschrieben worden war, dann mußte man nochmals von vorne beginnen, um vielleicht diesmal deren Sinn allmählich zu erfassen. Die römischen Zahlen, die immer noch in Gebrauch waren, erschwerten zudem selbst einfaches Rechnen sehr stark.
Das Vorhaben, den Wissensstand der alten Kulturvölker zu erreichen bzw. gar zu übertreffen, konnte trotzdem nicht von außen kommen, und es kam nicht von außen. Genau so, wie irgendwann in jedem anderen Kulturkreis bzw. bei anderen landsmannschaftlichen Gruppierungen, ebenso schälte sich auch im 15. Jahrhundert gerade im deutschsprachigen Bereich ein Kern von lateinisch schreibenden Wissenschaftlern heraus; diese leiteten einen gewaltigen Fortschritt in zwar nur winzigen Schritten, aber von dennoch weitreichender Bedeutung in die Wege: Sie gaben den zwei seit ihrer nachweislichen Fundierung aus heutiger Sicht herausragenden, aber durch ihre Schwerfälligkeit blockierten mathematischen Wissensgebieten, die bis dahin unverstanden zwar oft kopiert, folglich aber nicht weiterentwickelt worden waren, neue, für das Auge und somit für das Verständnis leichte Formen, die zum Teil bis heute gültig blieben: zum einen die ohne jede Symbolik um 830 in Bagdad geschaffene, in den lateinischen Übersetzungen unverändert tradierte arabische Gleichungslehre Muhammad ibn Musa al-Hwarizmi's[5]; zum anderen der erst später vom nämlichen Autor für das einfache Rechnen mit den indisch-arabischen Zahlzeichen verfaßte, im arabischen Original verschollene Traktat[6], der in frühen lateinischen Bearbeitungen bisweilen gar vermittels der selbst den Grundrechenarten entgegenstehenden römischen Zahlen weitergegeben wurde, mit hierauf aufbauenden

4 Widmann 1489, f. 16r. - Weitere Auflagen dieses Rechenbuches: Pforzheim 1500; Pforzheim 1508; Hagenau 1519; Augsburg 1526.

5 Zu al-Hwarizmi's Schriften allgemein: Thorndike/Kibre 1963, col. 1731. - Hinsichtlich früher lateinischer Übersetzungen seiner Gleichungslehre: Rosen 1831; Karpinski 1910/1911; Karpinski 1915; Hughes 1982; Hughes 1986; Kaunzner 1986; Hughes 1989. - Thorndike/Kibre 1963, col. 1731; col. 455: *Liber restaurationis et oppositionis or Liber algebrae et almucabola*, tr. Robert of Chester, ed. Karpinski 1915, Incipit: „Dixit Mahomet. Laus deo creatori qui homini contulit scientiam ..."; col. 624: *Algebra*, tr. Gerard of Cremona [?], Incipit: „Hic post laudem dei et ipsius exaltationem inquit. Postquam illud ..."; col. 1532: *Liber algebrae et Almucabola*, tr. Robert of Chester, ed. Karpinski 1915, Incipit: „Substantie que radices coequant sunt si dicas ..."; col. 1601: Autor fraglich, *Algebra*, tr. Gerard of Cremona, Incipit: „Unitas est principium numeri et non est numerus ...". - Ein Überblick über den derzeitigen Wissensstand etwa bei Folkerts 1997, S. 13-15; Folkerts 2006/XII, jeweils mit weiterführender Literatur.

6 Bezüglich der beiden bekannten, wohl aus dem 13. Jahrhundert stammenden lateinischen Bearbeitungen sehe man: Vogel 1963 und Folkerts 1997. - Nachdem weder der arabische noch der lateinische Titel dieses Werkes überliefert wurden, bildeten sich aus dem Verfassernamen al-Hwarizmi die Begriffe *Algorismus* bzw. *Algorithmus* für diese Rechenweise heraus.

eigenen weiteren, neuen Rechenanleitungen[7]. - Die Geometrie der Griechen aus den fünften bis dritten Jahrhunderten v. d. Z. wurde hierdurch kaum berührt.
Aus Verstehen wird Bewunderung, wenn man sich bewußt vorzustellen vermag, welche Übersichtlichkeit plötzlich in einem Rechengang beim Übergang von den römischen zu den indisch-arabischen Ziffern gewonnen wird; wie einfach läßt sich auf einmal ein arithmetischer oder gar ein algebraischer Text schreiben und dadurch leichter erkennen, wenn man ihn in der Weise aufzeichnet, wie er seit dem Zeitabschnitt der „Deutschen Coß" - zwischen etwa 1450 und etwa 1550 - uns geläufig und selbstverständlich erscheint, weil er durch die vorhandene Symbolik genormt ist. Diese beiden Wege mußten jedoch zunächst erst erkannt und dann auch beschritten werden, und es war in Wien, wo sich vieles hiervon zum erstenmal nördlich der Alpen nachweisen und nachvollziehen läßt, weil Georg Tannstetter aus Rain am Lech (1482-1535) wesentliche diesbezügliche Einzelheiten seinerzeit zusammenfaßte[8]. Eine notwendige Voraussetzung hierfür war freilich ein gewisser, bereits vorhandener Bücherbestand, so wie dies für Wien auch zutrifft[9]. - Die damalige Astronomie wurde hierdurch zunächst nur insofern berührt, als durch den Übergang vom Sexagesimal- zum Dezimalsystem und von den römischen zu den indisch-arabischen Zahlzeichen sowohl die Berechnungsmethoden als auch Zahlentabellen wesentlich übersichtlicher als bislang gestaltet werden konnten; die Verbindung von Astronomie und Physik blieb Johannes Kepler (1571-1630) vorbehalten, der hierbei jedoch geometrische Methoden zugunsten algebraischen Rechnens bevorzugte.

Im weiteren hiesigen Verlauf sollen die Leistungen der fraglichen Fachleute der beiden Wiener mathematischen Schulen in Arithmetik und Kaufmannsrechnung, vor allem jedoch in der Algebra herausgestellt werden, so wie sie sich durch Beschäftigung mit den reichlich vorhandenen Originalen an verschiedenen Orten ergeben. Unverzichtbare Stützen hierfür bieten einerseits die zugehörige Sekundärliteratur, andererseits neue Erkenntnisse, so wie sie auf Symposien anläßlich des Gedenkens an diese Wissenschaftler in den vergangenen 30 Jahren zutage traten.

Im folgenden bleibt es bei der bewährten und sinnvollen Rechtschreibung, wie sie uns gelehrt wurde. - In Originaltexten auftretendes *o* mit übergesetztem *e* wird hier als *oe* wiedergegeben, *vn* mit über dem *n* liegenden Strich als *vnd*; entsprechend wird bei anderen Kürzeln verfahren. - Im Namen *Muhammad ibn Musa* al-Hwarizmi gehört in *Muhammad* unter das *h* ein Punkt, in *Musa* über *u* und *a* und in Hwarizmi über *a* und letztes *i* ein waagrechter Strich, in Hwarizmi unter H ein nach oben offener Bogen; *sai* hat über dem *s* ein Häkchen, abschließend ein Apostroph; *gidr* über

7 Algorismus: de minutiis, de proportionibus, de datis, de probis, de surdis etc.

8 Anders als in den meisten anderen Fällen, läßt sich gemäß Tannstetter 1514, ff. aa3^{v}-aa6^{v}, bei Wien - siehe hierzu auch Vogel 1973, S. 23, - auf das Wirken der dortigen Wissenschaftler seit Heinrich von Langenstein zurückgreifen, u. a. auf das 66 Titel umfassende Werksverzeichnis des Andreas Stiborius zu Optik, Geometrie, Astronomie, Arithmetik, Metaphysik und „Magia"; Binder 1996, S. 3-18.

9 Curtze 1899, S. 289, verweist auf ein frühes diesbezügliches Manuskript in Wien, wenn auch dessen Datierung vermutlich nicht stimmt.

g ein Häkchen, unter dem *d* einen Strich; *mal* über dem *a* einen Strich. - Zur Literatur: „Curtze 1899" bedeutet, daß von den im Jahre 1899 erschienenen Schriften von Maximilian Curtze hier nur sein Beitrag „Eine Studienreise" herangezogen wurde; erschienen mehrere Arbeiten eines Autors während eines Jahres, dann wird dies im Literaturverzeichnis deutlich vorangesetzt, hier „Curtze 1902/1" und „Curtze 1902/2".
Im folgenden wird, besonders bei den Vertretern der beiden Wiener mathematischen Schulen, auch auf ungewohnte frühe Sekundärliteratur hingewiesen, ohne jeweils ausdrücklich auf dortige Besonderheiten einzugehen; etwa: Gesner 1545; (Gesner)/ Simler 1555; Voss 1660; Kästner 1796; Kästner 1797. Dies erfolgt absichtlich, weil hierdurch sowohl die Bedeutung dieser vor einem halben Jahrtausend schöpferisch tätigen Menschen angesprochen und unterstrichen wird, als auch in diesen Werken - etwa bei Kästner 1797 -, und natürlich erst recht in der neuen Literatur, viele weiteren Quellen genannt werden. Hierbei finden sich sowohl verschiedenartige Schreibarten von Namen, als auch unterschiedliche Lebensdaten. - Bei der Vielfalt des behandelten Stoffgebietes lassen sich Wiederholungen nicht vermeiden; bisweilen erfolgen sie jedoch auch absichtlich.

Allen beteiligten Bibliotheken sei für die gute Zusammenarbeit und für die Genehmigung gedankt, ausgewählte charakteristische Stellen als Abbildungen wiederzugeben, sowie Herrn Direktor Dr. Michael Drucker und den Damen und Herren der Staatlichen Bibliothek Regensburg für die Möglichkeit, fremde und eigene Literatur zu benützen. Den Initiatoren, den Herren Professoren Dr. Franz Pichler, Linz, Dr. Michael von Renteln, Karlsruhe, Dr. Friedrich Samhaber, Peuerbach, gilt mein Dank für die Möglichkeit, am vierten Georg-von-Peuerbach-Symposion teilzunehmen; der Stadtgemeinde Peuerbach danke ich besonders für die Gastfreundschaft während meines Aufenthalts im September 2006 im Geburtsort ihres berühmten Sohnes.
Herrn Professor Hubert Weber, Regensburg, danke ich dafür, daß er mir half, den Zeitplan für die Erstellung des Manuskripts einzuhalten.

Zur Bedeutung der ersten Wiener mathematischen Schule

Große Ereignisse warfen auch im Werdegang der Mathematik ihre Schatten voraus. Warum jedoch geschah in den fast drei Jahrhunderten ab etwa 1150 in Westeuropa diesbezüglich so wenig, obwohl lateinische mathematische Texte mit freilich oft nur schwer verständlichem Inhalt zwar nicht in Mengen, jedoch wohl zur Genüge über die Pyrenäen und die Alpen in den französischen, englischen und deutschen Sprachraum gelangt und durch Abschreiben hauptsächlich in den Klöstern verbreitet worden waren? Dort lagen diese Manuskripte um 1450 herum, allerdings zum Teil inhaltlich noch genau so unbeachtet wie in den drei Jahrhunderten vorher, obwohl fähige Fachleute zu deren Weiterbearbeitung vorhanden gewesen wären, obwohl aus den Universitäten gegenüber früher eine Vielzahl von Gebildeten hervorging, obwohl

das vierzehnte Jahrhundert durch neu gegründete Kaufmanns- und Handelsniederlassungen die vorherige und die nachfolgende Zeit diesbezüglich wirtschaftlich bei weitem übertraf. War letzteres vielleicht auch mit dadurch bedingt, daß am Kaiserhof ökonomische Fachleute wirkten und neben dem wissenschaftlichen Impuls vor allem wirtschaftliches Denken und Handeln angesagt war, wodurch sich selbst so mancher von den auf die Hohen Schulen Abgesandten mehr als Vertreter eines Handelshauses denn als Student entpuppt haben dürfte?

Die Antwort auf die Frage von soeben: „Warum jedoch geschah in den fast drei Jahrhunderten ab etwa 1150 in Westeuropa diesbezüglich so wenig?" steht bislang dennoch aus. Der Buchdruck war freilich noch nicht erfunden worden, bei uns gab es kaum Papiermühlen[10], Schreibmaterialien standen folglich nur begrenzt zur Verfügung. Die dogmatische Lehrmethode und die Lehrinhalte auf den scholastischen Universitäten gaben keinen gezielten Anstoß für praktisches oder theoretisches Rechnen, denn man besaß kaum Anwendungsmöglichkeiten für arithmetische Kenntnisse; diese wurden offenbar nur im Handel und in der Verwaltung benötigt, wo aber weiterhin bewährtes Überkommenes - Fingerzahlen, Fingerrechnen, Kerbholz, mnemotechnische Verfahren usw. - in Gebrauch war, denn den wirklichen Umgang mit Zahlen und Grundrechenarten beherrschten nur Wissenschaftler und Geistliche bzw. solche Kaufleute und Staatsdiener, die eine schulische Ausbildung genossen hatten.

Die 1365 als zweite deutsche, nach Pariser Vorbild gegründete Universität Wien[11] griff in ihren Anfängen auf Lehrkräfte von der Sorbonne zurück. Gründungsrektor war Albert von Rickensdorf[12] (um 1316 - 1390) [Rickmersdorf; auch Albert von Sachsen] ein sehr vielseitiger Naturgelehrter[13] und nachmaliger Bischof von Halberstadt[14] Unter Heinrich Heinbuche von Langenstein[15] (1325-1397), auch Henricus de

10 Laut DNB 4, S. 113, gilt die Gleismühle bei Nürnberg 1389 als erste deutsche Papiermühle.

11 Gerhardt 1877, S. 3; Binder 1996, S. 3.

12 Kästner 1797, S. 529: „Henricus de Hassia ... Ioannis de Saxonia contemporaneus ..."; ADB 1, S. 182f.; DSB 1, pp. 93b-95a; NDB 1, S. 135af.; DBI 1, S. 33b: Philosoph, Naturforscher; Hamann 1980/1, S. 17; Hamann 1980/2, S. 56.

13 Thorndike/Kibre 1963, col. 1723; col. 878: Autor fraglich, *Tractatus proportionum* [?], Incipit:„Modum representationis ..."; col. 1139: *De proportionibus*, Incipit: „Proporcio communiter accepta est duorum comparatorum ...", wobei die Edition Busard 1971/1 - dort S. 44: „Die Abfassungszeit des *Tractatus proportionum* ist nicht bekannt. ... Inhaltlich bringt die Schrift nicht viel Neues; die Abhandlung zeigt in der mathematischen Einleitung über Verhältnisse, im Abschnitt über die Dynamik und in der Auseinandersetzung über den *motus localis* eine starke Anlehnung an Bradwardines *Tractatus de Proportionibus*, sowie an die Ansichten von Buridan und Oresme. Die Schrift ist jedoch durch die klare und präzise Zusammenfassung zum Vorbild für spätere Autoren geworden ...". - S. 57: gemäß BN Paris, *Kodex lat. 2831*, ff. 116^{r}-122^{v}, Jahr 1396, erfolgte; col. 1665: *De quadratura circuli*, Incipit: „Utrum quadrare circulum sit possibile ...". - Folkerts 2006/Xll, p. 3.

14 Hamann 1980/1, S. 17; Hamann 1980/2, S. 56.

15 Tannstetter 1514, f. aa3^{v}: „Henricus de Hassia Germanus[.J Vir undecumque doctissimus: ex uetustissimo parisiensium studio primus omnium mox a primeua nostri studii Viennensis, fundatione Theologiam Astronomiam et alias artes nobilissimas inuexit."; Gesner 1545,.f. 311^{r}: „Henricvs de Hassia iunior", f. 311^{v}. Henricvs de Langenstein, dictus de Hassia"; (Gesner)/Simler 1555, f. 73^{r}a; Kästner 1797, S. 529; ADB 17, S. 672f.; DSB 6, pp. 275a-276a; NDB 8, S. 410af.; DBI 5, S. 2031b: Theologe, Lehrer, Historiker.

Hassia, berühmter Theologe, Philosoph und Förderer der Astronomie und Physik[16], der 1384 ebenfalls aus Paris berufen worden war[17], erfolgte 1385 die Neueröffnung nach dem dortigen Modell[18]; er legte besonderen Wert auf die Ausbildung der Studenten in den naturwissenschaftlichen Fächern, bis zu seinem Tod war er auch zeitweise Rektor[19]. „So kam es zu einer Betonung der Mathematik und Astronomie im Rahmen des Curriculums an der Artistenfakultät. Im 15. Jahrhundert kulminierte diese Entwicklung in der sogenannten ersten Wiener mathematisch-astronomischen Schule. Als eigentlicher Begründer[20] dieser Schule wird Johannes von Gmunden (um 1380/1384 - 1442) angesehen." Die Wiener Hohe Schule konnte sich somit bereits von Anfang an auf einen erlesenen Kreis von Gelehrten stützen, die noch heute großenteils sowohl der Herkunft, als auch der Bedeutung nach zumindest in Fachkreisen bekannt sind.[21] Verdienstvolle und fähige Vertreter aus Vorläuferinstitutionen, wie der Mathematiker Engelbert von Admont oder Wurmbrecht[22] (um 1250 - 1331), sodann aus dem universitären Bereich z.B. Erasmus Kerycz aus Höritz im Böhmerwald[23] (14./15. Jh.?) und der Deutschböhme Johannes Schindel aus Königgrätz[24] (um 1370 - 1450), der an der Wiener Universität von 1407 bis 1409 lehrte, dann in Nürnberg und Prag wirkte[25], oder Jacob Ziegler aus Landau[26] (1471-1549) - „ein Lehrer der Gottesgelahrtheit, ein Mathematikkundiger und Weltbeschreiber"; „wohl aber [nach 1523?] hat er ein lange Zeit zu Wien gelehret"[27] -, der nicht nur in der Heimatgeschichte[28]

16 Hamann 1980/1, 17. - Thorndike/Kibre 1963, col. 1818; col. 1085: *Questiones communis perspective*, Incipit: „Presens huic operi sit gratia neumatis ...."; col. 1655: Henry of Hesse of Nicole Oresme, Questiones super perspectiva, Incipit: „Utrum lux (lumen) multiplicetur per radios ....".

17 Schmeidler 1980, S. 76f.

18 Gerhardt 1867, S. 43; Vogel 1973, S. 12.

19 Schmeidler 1980, S. 76f.

20 Kaiser 1988, S. 85.

21 Das bereits genannte Verzeichnis - Tannstetter 1514 - zeigt dies zur Genüge auf.

22 Hamann 1980/1, S. 17; Hamann 1980/2, S. 62. - Gesner 1545, f. 220^{r}; (Gesner)/Simler 1555, f. 47^{v}b. - Vermutlich handelt es sich in ADB 6, S. 128f.; NDB 4, S. 509b-510b; DBI 2, S. 802b bei Engelbert Abt von Admont, Benediktinerabt und Musiktheoretiker um eine und dieselbe Persönlichkeit.

23 Markowski 1973/2, S. 141: Erasmus Ericius; Babicz 1980, S. 309.

24 Gesner 1545, f 453^{r}: „Ioan. Schinttel, natione Germanus, uaria & iucunda in astronomia elaborauit Viennae in Austria."; (Gesner)/Simler 1555, f. 109^{r}a; (Gesner)/Simler 1574, S. 413b; Kästner 1797, S. 529f: „Um diese Zeit haben, Georgius praepositus Neoburgensis, und Johannes Schinttel, und Joh. Feldner, artium magistri, *varia et iocunda* in der Astronomie verfertigt."; Thorndike/Kibre 1963, col. 1909; col. 203: *Compositio chilindri*, Incipit: „Cilindrum quod (et) horologium viatorum dicitur ...."; col. 1232: *De quantitate trium solidorum*, Incipit: „Quia tria corpora ....". - Hamann 1980/1, S. 18; Hamann 1980/2, S. 56; DBI 7, S. 3088b: Arzt, Astronom (gest. 1443/1444).

25 Klug 1912, S. 5, nennt Wien fraglich; Juschkewitsch 1964, S. 415: „In Böhmen, an der Universität Prag, entfaltete der Astronom und Mathematiker Jan Sindel aus Hradec Králové (1375-1453)seine Tätigkeit, der auch unter dem Namen Johannes Pragensis bekannt geworden ist."; Hamann 1980/2, S. 56; Folkerts 1980, S. 192.

26 Gesner 1545, ff. 367^{r}-368^{r}; (Gesner)/Simler 1555, f. 86^{r}b; (Gesner)/Simler 1574, S. 326b; Voss 1660, pp. 255,377,378; Freytag 1750, S. 1114f; Kobolt 1795, S. 773-779; ADB 45, S. 175-177; DBI 8, S. 3985b: Mathematiker, Astronom, Geograph, Theologe.

27 Finauer 1767, S. 110 und 112.

28 Jacob Ziegler wurde 1999 z.B. in seiner Heimatstadt Landau/Bayern ausgiebig gewürdigt.

einen beachtlichen Platz fand[29], sollen hier nur dem Namen nach aufgeführt werden. Von Mathematik im heutigen Sinn spricht man erst seit der Zeit, als sich vor allem bei Fachleuten im süd- und mitteldeutschen Raum, im Verlauf von deren gezielter Beschäftigung mit überkommenen Texten, die indisch-arabischen Zahlzeichen mit und in den Grundrechenarten einschließlich Übergang von der Sexagesimal- zur Dezimalbruchrechnung durchgesetzt hatten und der algebraische Rechengang symbolisiert worden war. Algebra und Trigonometrie[30] wurden die beiden Disziplinen der Mathematik, die dem neu aufkommenden Zeitalter ihren Stempel aufdrückten. Drei Namen sind mit diesem wichtigen Schritt untrennbar verbunden: Johannes von Gmunden, Georg Aunpekh (1423-1461), geläufig als Georg von Peuerbach, und Johannes Müller aus Königsberg in Franken (1436-1476), bekannt als Regiomontanus. Sollte jemand aufgrund dieser nicht nur im Gedächtnis der Historiker festen Reihenfolge annehmen, daß der eine jeweils der Lehrer des nächsten war; so gilt dieser Anspruch zwar für Peuerbach und Regiomontanus, nicht jedoch für Gmunden und Peuerbach.

29 Gesner 1545, ff. 367^{r}-368^{r}, hebt Jacob Ziegler außergewöhnlich hervor.

30 Curtze 1899, S. 266f, führt hierfür z. B. an: „In dem zum größten Teile von Regiomontans Hand geschriebenen *Codex* 5203 der Hofbibliothek zu Wien finden sich mehrere Abhandlungen zur Trigonometrie, so f. 28-32' Regiomontans Schrift *De tabula sinus et chordarum*, f. 42-44' *Quadratum geometricum*; f. 124-128 *Tractatus sinuum et chordarum Georgii Peurbachii*. Die Abhandlungen Regiomontans und Peurbachs sind nach diesem Codex durch Schoner herausgegeben worden.[25)] Ebenso enthält der *Codex Vindobon*. 5277 (S. XVI) f 38-65' eine bei weitem früher (1342) verfaßte Abhandlung, welche aus dem Hebräischen des Leo de Balneolis Israhelita übersetzt ist ... An diese Abhandlung Leos schließt sich (f. 68-90') eine vom offiziellen Kataloge zu der vorhergehenden gerechnete weitere umfangreiche Arbeit Johanns von Gmunden an, welche ebenfalls den Titel *de sinibus chordis et arcubus* führt.... 25) *Tractatus* G. Peurbachii *super propositiones* Ptolemaei *de sinibus et chordis. Item compositio tabularum sinuum per* Joannem de Regiomonte.... Norimbergae apud Joh. Petrejum 1541 fol. - Wiederholt in der Santbechschen Ausgabe der Trigonometrie Regiomontans, Basileae s. a. (1561), p. 131-146."

Die bedeutendsten Vertreter der ersten Wiener mathematischen Schule

[Ia] Johannes von Gmunden[31]

Erst mit „Johannes sartoris (sc. filius) de Gmunden"[32] findet sich im Wintersemester 1400/1401 in der Hauptmatrikel der Universität Wien ein Hinweis; von 1408 bis 1418 und von 1420 bis 1435 war Johannes von Gmunden dort im Lehrberuf tätig. Seine Werke umfassen Theologie, Mathematik und Astronomie. Entsprechend vielgestaltig waren seine Vorlesungen[33], darunter auch olche über den *Algorismus de integris*, den *Algorismus de minutiis phisicis* und die *Elemente* Euklids.[34] -„In seinem zweiten Schaffensabschnitt (1416-1425) hielt er ausschließlich mathematische und astronomische Fachvorlesungen, wodurch er zum ersten typischen Fachprofessor schlechthin wurde und durch seinen darin gegründeten Einfluß auf spätere Studentengenerationen von ‚Naturwissenschaftlern' zum Begründer der 1. mathematischen Schule der Universität Wien wurde."[35] - „Immer mehr wandte sich Johann von Gmunden nun der Astronomie zu. Schon seit 1414 hatte er an der Artistenfakultät nur mehr mathematische, physikalische und astronomische Themen behandelt, sodaß damit der allmähliche Übergang zur ersten Fachprofessur der Mathematik in Wien angebahnt war."[36] - „Die Hauptbedeutung des Johannes von Gmunden liegt aber in seinen astronomischen Schriften und Instrumenten, die als wahrhaft bahnbrechend in der Wissenschaft der Sternenkunde zu betrachten sind".[37] - So wurde er schließlich als „Vater der mathematischen und astronomischen Wissenschaft in Deutschland"[38] apostrophiert. - „In seinen Vorlesungen behandelte er nach 1417 nur mathematische und astronomische Themen, sodaß er mit Recht als der erste Fachprofessor und Begründer der älteren mathematischen Schule in Wien bezeichnet werden kann."[39]

---

31 Tannstetter 1514, f. aa3^{v}: „Ioannes de Gmvnden[.] Anno Christi .1406. in liberalium artium & philosophiae magistrum Viennae promotus Astronomiam docuit: et sacrae Theologiae operam dedit. ... Scripsit haec: quae adhuc in bibliotheca facultatis artium extant. Tabulas uarias de parte proportionali. ... Libellum de arte calculandi in minutiis phisicis. Tractatum sinuum." Gesner 1545, f. 422^{v}: „Ioannes de Gmunden claruit Viennae in Austria, scripsit haec, quae adhuc Viennae in Bibliotheca facultatis artium extant. ... Tabulas uarias de parte proportionali. ... Libellum de arte calculandi in minutiis phisicis. Tractatum sinuum." - (Gesner)/Simler 1555, f. 100^{r}a; (Gesner)/Simler 1574, S. 375a; Voss 1660, p. 182; von Khautz 1755; Kästner 1797, S. 529; ADB 14, S. 456f.; Klug 1943 ; DSB 7, pp. 117a-122b; NDB 10, S. 552b-553b; Thorndike/Kibre 1963, col. 1838; Grössing 1983; Binder 1996,S. 4-12; DBI 4, S. 1647b: Mathematiker, Astronom, Philosoph; Grössing 200/2; Folkerts 2006.

32 Diese und die unmittelbar folgenden Angaben sind entnommen: Krackowizer 1900, S. 350-352-. Laut persönlicher Mitteilung von Prof. Dr. Friedrich Samhaber steht nun fest, daß Johannes von Gmunden mit Familiennamen Kraft hieß.

33 Klug 1912, S. 6f.; Uiblein 1988, S. 56-58 und passim.

34 Binder 1996, S. 4f.

35 Firneis 1988, S. 65f.; auch DSB 7, p. 117b.

36 Uiblein 1988, S. 32, mit Bezug auf Cantor 1900, S. 176.

37 Krackowizer 1900, S. 351.

38 Krackowizer 1900, S. 350.

39 Busard 1971/2, S. 76.

- „Johannes von Gmundens wissenschaftlicher Schwerpunkt war die Astronomie. Astronomische Berechnungen setzen aber gute mathematische Kenntnisse voraus. ... Wir wissen, daß er bis 1421 öfter mathematische Vorlesungen gehalten hat, und zwar über Euklid, über das Rechnen mit ganzen Zahlen und mit Brüchen sowie über die Proportionenlehre."[40] Seine mathematischen Abhandlungen „sollten die Grundlagen liefern, um astronomische Berechnungen durchführen und astronomische Instrumente herstellen zu können"[41] „Johannes von Gmunden gehört zu der relativ kleinen Zahl von Gelehrten, die sich für die Grundlagen der Astronomie, für die Details der mathematischen Astronomie und für astronomische Instrumente und Beobachtungen interessierten."[42] In seinem Testament vermachte er seine Bibliothek der Wiener Universität[43].

Johannes' von Gmunden für hier wesentliche Bedeutung liegt darin, daß er der erste Vortragende an der Wiener Universität war, der vornehmlich Vorlesungen mathematischen Inhalts anbot[44]. Hierbei verwendete er die indisch-arabischen Ziffern, die ja eine der Voraussetzungen für die Herausbildung der „Deutschen Coß" waren, und zwar sowohl in seinen Fachtexten, als auch in Tabellen und Kalendem[45]; ob er schon von Anfang an so vorging, oder erst im Verlauf seines wissenschaftlichen Werdegangs, dürfte kaum mehr zu entscheiden sein. Er verfaßte drei für die hiesigen Überlegungen einschlägige Abhandlungen[46], die heute noch in verschiedenen Handschriften aufliegen[47]; inwieweit es sich hierbei auch um Autographen von ihm handelt, die in Umlaufwaren, bleibe offen.

Ia)1) Der Algorismus de minutiis[48], Incipit: „Quamvis ars numerandi in minutiis tam vulgaribus ...", ist vorhanden in:

Ia)1a) *Codex Latinus Catinensis 87*, UB Catania, 15. Jh., ff. 276^{v}-288^{r}
Ia)1b) *CVP 5151*, ÖNB Wien, 15. Jh., ff. 149^{r}-155^{v},

40 Folkerts 2006, S. 1.

41 Folkerts 2006, S. 1.

42 Folkerts 2006, S. 9.

43 Aufstellungen bei Klug 1912, S. 10-12; Uiblein 1988, S. 59-62.

44 Kaiser 1988, S. 86.

45 Klug 1912, S. 16-35, bringt im Abschnitt „Der Gmundische Kalender" eine anschauliche Schilderung; siehe auch DSB 7, p. l 18bf.

46 DSB 7, p. 118a, mit Bezug auf Tannstetter 1514, f. aa3^{v}: „Tabulas uarias de parte proportionali; Libellum de arte calculandi in minuciis phisicis; Tractatum sinuum." - Den Hinweisen von Klug 1912, S. 12 auf vorhandene mathematische Werke Johannes' von Gmunden in den Beständen der damaligen Wiener Hofbibliothek konnte nicht nachgegangen werden: „5151_{6}. Johannes de Gamundia. *Ars arithmetica et de radicibus extractione.* 5151_{7}. id. *Regula de tabulis proportionum*. 5303 und 5418. id. *Tractatus de compositione cylindri.*"

47 Übersicht bei Thorndike/Kibre 1963, col. 1838.

48 Die folgenden drei ersten Bibliothekssignaturen entstammen Thorndike/Kibre 1963, col. 1163; auf die vierte verwies freundlicherweise Prof. Dr. Menso Folkerts, München. - Ggfs. könnte es sich beim Wiener Manuskript um das Autograph handeln.

Ia)1c) *Codex Palatinus lat.1411*, Vatikanische Bibliothek, ff. 104r-115r, anonym,
Ia)1d) *Guelf 68.13 Aug. 8*o, Herzog-August-Bibliothek Wolfenbüttel, 15. Jh., ff. 132r-141v.
Bei diesem Werk handelt es sich um eine Einführung in die Rechnung mit Sexagesimalbrüchen, wohl um 1420 verfaßt[49], von Johannes des Lineriis (1. Hälfte 14. Jh.) abhängig[50]. - Die Besonderheit dieser Abhandlung liegt darin, daß sich bei Rechnungen ähnliche Bequemlichkeiten boten, „wie wir sie heute durch die Dezimalteile erlangen. Johannes von Gmunden ging noch einen Schritt weiter, indem er auch die Zusammenfassung von 60 Einheiten zu einer Einheit höherer Ordnung empfahl, die er als *signum physicum* bezeichnete, er verwendete auch eine positionsartige Schreibweise seiner Brüche und setzte einfach 2.24.36.45 für 2 *signa*, 24 Grad, 36 Minuten, 45 Sekunden= 144°36'45". Die Abhandlung lehrt die Verwendung dieses Symbols, die Addition, Subtraktion, Verdoppelung, Halbierung, Multiplikation, Division und das Ausziehen der zweiten und dritten Wurzel. Bei den beiden letzten Operationen ging aber Johannes von Gmunden auf die arabische Methode zurück, indem er die sexagesimale Zahl auf die kleinste Unterabteilung reduzierte"[51]. - In einem jüngeren Kommentar heißt es: „Um nämlich die numerischen Berechnungen zur Herstellung der Sinustafeln ... durchführen zu können, benötigt man Kenntnisse über das Rechnen mit Graden und deren Bruchteilen im Sexagesimalsystem.... Am Beginn des Textes wird der Begriff der ‚physischen Minutien' als das erklärt, was bei der Division der Ganzen (auch ‚physische Zeichen' genannt) durch 60 übrig bleibt. Also sind die physischen Minutien nichts anderes als Sexagesimalbrüche. Als Beispiel für diesen Begriff gibt Johannes die Einteilung der Grade (das sind die ‚Ganzen') in 60 Minuten, die Einteilung der Minuten in 60 Sekunden, der Sekunden in 60 Tertien usw. an. ... Ganz im Stil der damals gebräuchlichen Rechenbücher unterscheidet Johannes zehn Arten in der Kunst des Rechnens mit physischen Minutien: 1. Die Darstellung der physischen Minutien. 2. Die Verwandlung von Ganzen in Minutien und umgekehrt, sowie die Verwandlung von Minutien mit verschiedenen Denominatoren in solche mit dem selben Denominator und umgekehrt. 3. Addition physischer Minutien. 4. Subtraktion physischer Minutien. 5. Halbierung physischer Minutien. 6. Verdoppelung physischer Minutien. 7. Multiplikation physischer Minutien. 8. Division physischer Minutien. 9. Ziehen der Quadratwurzel aus physischen Minutien. 10. Ziehen der Kubikwurzel aus physischen Minutien ... Mit Ausnahme der Zahlen und von Abkürzungen für die Stellenbezeichnungen der Minutien ist der gesamte Text verbal verfaßt."[52] Man sieht auch, „daß Johannes in seinen Ausführungen das Sexagesimalsystem mit dem Rechnen von ganzen Zahlen im Dezimalsystem vermischt"[53].

49 Kaunzner 2003, S. 34.

50 DSB 7, p. 120a.

51 Klug 1912, S. 13.

52 Kaiser 1988, S. 96 und 97.

53 Kaiser 1988, S. 98; hierzu auch Tropfke 1980, S. 115.

Der „Algorithmus Magistri Joannis de Gmunden // de minucijs phisicis"[54], wurde neben posthumen Kalendern als einziges seiner Werke relativ früh gedruckt[55], und zwar unter dem Titel: *Jncipit tractatus de Minucijs phi= // sicis compositus Vienne Austrie per magistrum // Joannem de Gmunden,* Wien 1515 (Joannes Singrenius), Textbeginn: „QVamuis ars numerandi in minucijs tam vulgaribus quam phisicis ..." .

Ia)2) Von *De sinibus, chordis et arcubus* von 1437[56] Incipit „Quia de sinibus cordis et arcubus ..."[57], sind derzeit vier Handschriften bekannt, nämlich[58]:

Ia)2a) das zum größten Teil als Autograph nachgewiesene *CVP 5268*, ÖNB Wien, vor 1442, ff. 84^{r}-97^{v},
Ia)2b) *MS Addit. 24071*, British Library London, 1437/1438, ff. 51^{r}-70^{v},
Ia)2c) *MS I.b.62*, Servitenkloster Innsbruck[59] ff. 87^{r}-100^{v}
Ia)2d) *CVP 5277*, ÖNB Wien, vermutlich zwischen 1521 und 1526, ff. 69^{r}-90^{v}.
In dieser Schrift von 1437, wo er die im Jahre 1322 verfaßten Canones Tabularum primi mobilis des Johannes de Lineriis „mehr als nur benutzt hat"[60], bemerkt Johannes von Gmunden, daß es zweierlei Tabellen gibt, nämlich für Durchmesserwerte zu 300 Minuten bzw. zu 120 Graden[61]; er wählt die Schrittweite 30 Minuten. - Während vor 100 Jahren sogar die Existenz dieser Abhandlung noch in Frage gestellt worden war[62], erscheint durch die Edition dieses Werkes[63] und durch weitere Unter-

54 Tannstetter 1515: *Contenta in hoc libello*, f. 44^{v}; s. Smith 1970, p. 118.

55 DSB 7, p. 122a.

56 Beschrieben bei Kaiser -1988, S. 91-96. - Folkerts 2006, S. 15f.: „Johannes von Gmundens Beiträge zur Trigonometrie werden üblicherweise unter dem Namen *Tractatus de sinibus, chordis et arcubus* zusammengefaßt. Eine genauere Betrachtung hat jedoch gezeigt, daß es sich nicht um eine einheitliche Schrift in zwei Teilen handelt, sondern um zwei ursprünglich unabhängige Traktate, die nacheinander entstanden sind, wobei der zweite aber den ersten voraussetzt. Das Ganze ist ein ausführliches und für seine Zeit sehr gutes Lehrbuch der Sinustrigonometrie mit dem Ziel, Sinustafeln zu berechnen und mit ihnen zu arbeiten."

57 Busard 1971/2, S. 82; bei Thorndike/Kibre 1963 nicht aufgeführt, auch nicht unter den Incipits: Cum de ..." und „Quoniam de ...".

58 Die entsprechenden Angaben entstammen Folkerts 2006, S. 2f.

59 Diese von Folkerts 2006, S. 2f., als verschollen bezeichnete Handschrift tauchte nach seinen Angaben mittlerweile wieder auf.

60 Busard 1971/2, S. 75.

61 Busard 1971/2, S. 78.

62 Klug 1912, S. 13: „Nach Jöcher ist auch ein *tractatus sinuum* ein Werk unseres Johannes, doch dürfte diese Mitteilung auf einem Irrtum beruhen. In der Geschichte der Elementarmathematik von Tropfke wird berichtet, daß sich der Gelehrte mit dem Plan beschäftigte, neue Sinustafeln unter der Annahme eines *sinus totus* von 600.000 zu berechnen, die Grundzüge dazu soll er in einer Abhandlung *de sinubus, chordis et arcubus* niedergelegt haben; wo sich die Handschrift davon befindet, konnte ich nicht in Erfahrung bringen. Nach Cantor ist Georg von Peuerbach der erste gewesen, der in Deutschland Sinustafeln berechnete, deren Titel: *Nova tabula sinus* darauf hindeutet, daß schon früher ähnliche Tafeln in Gebrauch gewesen waren. Die *compositio cilindri* scheint bisher unbekannt geblieben zu sein.

63 Busard 1971/2.

suchungen[64] diesbezüglich vieles in klarem Licht: Es handelt sich um eine „Doppelschrift", bestehend aus zwei unabhängigen' aber miteinander zusammenhängenden Traktaten.[65]
Die genannte Abhandlung Johannes' von Gmunden wurde im Jahre 1971 editiert[66].

Ia)3) „Die *regula de tabulis proportionum* scheint ein Kanon der Sexagenen zu sein, denn auch noch in späteren Zeiten heißen solche Zusammenstellungen *tabulae ad omnes calculationes inservientes proportionum.*"[67]; es handelt sich um: *Regula de tabulis proportionum*, Incipit: „Ad intelligendum (intelligendas) utilitates ..."[68].

Es gibt mittlerweile auch deutlichere Hinweise als früher auf weitere, ebenfalls von Johannes von Gmunden verfaßte Abhandlungen. Während sich seinerzeit bisweilen noch vage Umschreibungen fanden, konnte durch gezielte und vertiefte Beschäftigung mit diesem Zeitabschnitt, auch aufgrund der Ergebnisse der beiden Johannes von Gmunden-Symposien Wien 1984 und Gmunden 2006, zusätzlich einiges aufgehellt werden. Im folgenden sollen der Vollständigkeit halber einschlägige Arbeiten mit aufgeführt werden, die schon wegen der dortigen modernen Zahlenschreibung aktuell sein dürften[69]:
Ia)4a) *Kalendarium*, Incipit: „Anno domini 1439 primus ciclus communicationum..."[70];
Ia)4b) *De compositione chylindri*, Incipit: „Est enim quoddam horologium (viatorum) quod vocatur chilindrus ..."; De compositione cylindri, Incipit: Tractatus cylindri duas habet partes ..."[71];
Ia)4c) [Über den Quadranten], Incipit: „Cum vis componere talem quadrantem ..."; Secunda pars [über den Quadranten], Incipit: „Si vis scire altitudinem solis ..."; Incipit: „Tractatus quadrantis de horis (diei) equalibus ..."[72];
Ia)4d) *Tabulae astronomicae*[73].

64 Hier vor allem Folkerts 2006, wo wie bei Busard 1971/2 diese Abhandlung Johannes' von Gmunden ausführlich analysiert wird.

65 Folkerts 2006, S. 1.

66 Gemäß Busard 1971/2, S. 76 und 82, nach folgenden Kodizes der ÖNB Wien herausgegeben: *CVP 5268*, ff. 84ra-97vb, und *CVP 5277*, ff 69r-90v; auf den S. 76 und 113 führt er das Entstehungsdatum 1437 gemäß Explizit in *CVP 5268*, f. 97vb, auf.

67 Klug I 912, S. 13, vermutlich mit Bezug auf Tannstetter 1514: „Tabulae variae de parte proportionali."; s. DSB 7, p. 121a.

68 Thorndike/Kibre 1963, col. 48.

69 Angaben gemäß Thorndike/Kibre 1963, col. 1838 und passim.

70 Thorndike/Kibre 1963, col. 103; auch die dortigen col. 41, 249, 1474, 1475.

71 Thorndike/Kibre 1963, col. 509 und 1580.

72 Thorndike/Kibre 1963, col. 352, 1472, 1582.

73 Thorndike/Kibre 1963, col. 46, 594, 864, 1131, 1134, 1456.

[Ib] Georg von Peuerbach[74]

Zu Georg von Peuerbach läßt sich hinsichtlich seiner Beiträge zur Mathematik jetzt viel mehr sagen als vor wenigen Jahren[75], und vermutlich auch mehr als zu seinem mentalen Vorgänger Johannes von Gmunden, wobei fraglich ist, ob sich die beiden je begegneten.[76] Ein Magister Johann Wielant von Stuttgart war Schüler von Gmunden und Lehrer des Peuerbach[77]. Irgendwann mußte auch im hiesigen Sprachbereich eine für die Praxis geeignete neue Rechenlehre mit den indischarabischen Zahlzeichen, also ein Algorismus, zum ersten Mal verfaßt und evtl. sogar gedruckt werden, und dies blieb dem Peuerbacher vorbehalten; ob lateinisch oder gar schon deutsch, ist für die Bedeutung seines Vorhabens erst zweitrangig wichtig.

---

74 Tannstetter 1514, f. aa3^{v}f.: „Georgivs ex Pevrbach[.] In limitibus bauariae & Austriae natus. Artium & philosophiae magister studii Viennensis. In collegio ciuium collega. Praeceptor Ioannis de monte regio Viennae nouus astronomiae instaurator / floruit imperante gloriosissimo Romanorum Imperatore Friderico tertio Archiduci austriae. Qui & a praefato domino imperatore: & Sigismundo altero archiduce austriae annuo est dotatus stipendio: & a Reuerendissimo cardinale patriarcha constantinopolitano D. Bessarione / dum illuc legatum ageret / ob eius doctrinae excellentiam summa ueneratione habitus. Mortem obiit nondum quadragenarius Anno Christi .1462. [sic!] Sexto Idus Apriles.... Scripsit hic celeberrimus uir uaria opuscula & praeclarissima. sed quae ad nostram noticiam peruenere / diligentia D[omini] Andreae Stiborii conquisita / sunt haec[:] ... Introductorium in Arithmeticam. Extensio Organi Ptolemaei pro usu horarum germanicarum ad omnia climata cum demonstratione. Canones Gnomonis cum noua tabula pulcherrima. Compositio Compasti cum regula ad omnia climata. Compositio nouae uirgae uisoriae: cum lineis & tabula noua. Instrumentum pro ueris coniunctionibus solis & lunae. In quo uetus instrumentum de insufficientia taxat. Noua tabula sinus de decem minutis in decem / per multas millenarias partes / cum usu: quae plurimarum rerum nouarum in astronomia occasio fuit. Plura de quadrantibus.... Fecit sp[h]aeras solidas / & alia plura instrumenta."; Gesner 1545, ff 270^{v}-271^{v} : „Georgivs de Purbach, natione Teuthonicus in gymnasio Vuienensi philosophiam & astrorum scientiam multo tempore publice docuit, ubi inter alios irmumeros discipulos Ioannem de regio monte uirum postea doctissimum erudiuit. Scripsit ingenij perspicacis praeclara quaedam opuscula, de quorum numero ego uidi duntaxat, ... * Georgius ex Peurbach in limitibus Bauariae & Austriae natus, scripsitque uaria, sed quae ad nostram notitiam peruenere diligentia Andreae Stiborij conquisita, haec sunt: lntroductorium in arithmeticam. Extensio organi Ptolemaei pro usu horarum germanicarum ad omnia climata, cum demonstratione. Canones gnomonis cum noua tabula pulcherrima. Compositio compasti cum regula ad omnia climata. Compositio nouae uirgae uisoriae, cum lineis & tabula noua. Instrumentum pro ueris coniunctionibus solis & lunae: in quo uetus instrumentum de insufficientia taxat. Noua tabula sinus de decem minutis in decem, per multas millenarias partes, cum usu: quae plurimarum rerum nouarum in astronomia occasio fuit. ... Plura de quadrantibus. ... Fecit sphaeras solidas, & alia plura instrumenta. Haec ex primo ternione libri cuiusdam Astronomici descripsimus. Elementa arithmetices practicae: & Algorithmus de numeris integris, fractis, Regulis communibus, & proportionibus. Liber excusus Vuittembergae apud Iosephum Klug. 1536. in 8. chartis 7. cum elementis Geometricis ex Euclide per Ioannem Voegelin, cum praefationibus Philippi Melanchthonis. ... Tractatus super propositiones Ptolemaei de sinubus & chordis, impressus Norimbergae in fol. 1541. cum alijs quibusdam ". - (Gesner)/Simler 1555, f. 60^{v}bf.; (Gesner)/Simler 1574, S. 231af.; Voss 1660, pp. 183f., 333f.; von Khautz 1755; Kästner 1796, S. 529-550; Kästner 1797, S. 530, 531, 532; Kobolt 1824, S. 226-229; Schubert 1828; Fiedler 1870; ADB 25, S. 559-561; Grossmann 1929; Wallner 1947; Thorndike/Kibre 1963, col. 1885; DSB 15, pp. 473b-479a; NDB 20, S. 281b-282b; DBI 6, S. 2739b: Mathematiker, Professor; Grössing 1983; Binder 1996; Grössing 2002; Grössing 2002/1; Kaunzner 2002; Kaunzner 2003.

75 Die Ergebnisse der Symposien 2000, 2002 und 2004 in Peuerbach sind zugänglich: Grössing 2002; Pichler 2003; Pichler 2004.

76 DSB 7, p. 120a: „... John of Gmunden greatly influenced Peurbach. To be sure, the Iatter cannot be considered a direct student of John's ... Nevertheless, he undoubtedly knew John personally ...", oder Binder 1996, S. 12: „Er konnte also sicher nicht direkter Schüler von Johannes von Gmunden gewesen sein, außer vielleicht in Klosterneuburg, doch nimmt man an, ... daß er auch bei Gmunden-Schülern gehört hat."

77 Klug 1912, S. 8f.; Kaunzner 2002, S. 46, mit Literaturverweisen.

Seine wohl um 1457 in Wien entstandene Rechenlehre[78], das *Introductorium in Arithmeticam*, dessen direkte Quelle unbekannt ist, fußt freilich auf dem *Algorismus vulgaris* des Johannes von Sacrobosco (um 1180 - 1256 [1244?]) und auf Kenntnissen, die er vermutlich zwischen 1448 und 1451 bei Giovanni Bianchini (nach 1400 - nach 1469)[79] in Italien erworben hatte[80]; das Autograph Georgs von Peuerbach ließ sich nicht mehr nachweisen, doch liegt diese Abhandlung in drei Versionen vor[81]:
Ib)1a) *Codex 24*, Yale Medical Library, New Haven, USA, pp. 393-407; früher *MS 794*(627)*, Stift Melk, Incipit: „Et si ars numerandi sufficienter algorismo veterj exposita sit ..."[82];
Ib)1b) Die vermutlich unter der Bezeichnung *Opus Algorismi jocundissimum Magistri Georgij Peurbachij Wiennensis (praeceptoris singularis Magzstri Joannis de monte regio) sacreque mathematicae inquisitoris subtilissimo summa cum vtilitate editum*. verbreitete Fassung[83], Incipit: „Numen propositi repraesentationem cognoscere ..."[84], ist in folgenden Handschriften nachgewiesen:
Ib)1b1) *MS Series nova 328*, ÖNB Wien, 2. Hälfte 15. Jahrhundert, ff. 1^r-8^r, Italien und Süddeutschland,
Ib)1b2) *MS 10621*, ÖNB Wien, 15. Jahrhundert, ff. 1^rf. und 3^r-7^v,
Ib)1b3) *Clm 19857*, BSB München, 14. und 15. Jahrhundert, ff. 364^r-372^r, Kloster Tegernsee,
Ib)1b4) *MS 85/1*, Hofbibliothek Regensburg, Ende 15. Jahrhundert[?], ff. 52^r-59^r,
Ib)1b5) *Cgm 821*, BSB München, zwischen 1500 und 1520, ff. 68^r-73^r, Kloster Tegernsee,
Ib)1b6) *MS Cremifanensis 301*, Stiftsbibliothek Kremsmünster, ff. 155^r-162^v.
Ib)1b7) *4º Cod. ms. 743*, UB München, erstes Drittel 16. Jahrhundert, ff. 79^v-88^v.
Ib)1c) In *MS 1840*, Jagellonische Bibliothek Krakau, 15./16. Jahrhundert, ff. 19^r- 34^r existiert ein *Algorismus novus de Jntegris Magistri Georgij pawrbachij winensis* ..., Incipit: „Jnquid ysidorus libro tercio ethymologiarum Arithmetica..."[85].
Neben diesen neun einschlägigen Manuskripten kennt man derzeit Druckausgaben des *Introductorium in Arithmeticam* von ca. 1498 bis 1544[86]; eine vorgebliche Editio princeps von 1492 ließ sich jetzt nicht mehr nachweisen[87].

---

78 Grössing 1983, S. 24; Kaunzner 2003, S. 36.

79 Folkerts 2002, p. 412.

80 Laut Kaunzner 2003, S. 36, freundliche Mitteilung von Professor Dr. Friedrich Samhaber.

81 Zusammengefaßt aus Kaunzner 2005, S. 106-110.

82 Thorndike/Kibre 1963, col. 524: *Algorismus*, Incipit: „Et si ars numerandi sufficienter algorismo veteri ...", wobei Georg von Peuerbach als fraglicher Autor hingestellt wird.

83 Kaunzner 2005, S. 108-110.

84 Thorndike/Kibre 1963, col. 634: *Opus algorismi*, Incipit „Homeri [!] propositi ... " falsch angegeben führt anscheinend nur zwei Drucke dieses Werkes auf; col. 958: *Algorismus*, Incipit: „Numeri propositi representationem cognoscere. Numerum mathematica [!] ..." bezieht sich auf *Cgm 821*, BSB München.

85 In Thorndike/Kibre 1963 nicht verzeichnet.

86 Kaunzner 2002, S. 57-59. - Tannstetter 1515, *Contenta in hoc libello*, f. 37^v, enthält unter dem Titel „Algorithmus. M. Georgij Peurbachij in integris." die genannte Abhandlung; s. Smith 1970, p. 118.

87 Pray 1781, S. 243; Kaunzner 2002, S. 59.

Ib)2) Von Bedeutung für verfeinerte Tafelwerte und für die Verbreitung der indisch-arabischen Ziffern ist Georgs von Peuerbach *Noua tabula sinus de decem minutis in decem / per multas millenarias partes / cum usu*: ... , gerechnet für Radius 60000 in Schrittweite von 10', die wegen gleicher Fehler offensichtlich auf Giovanni Bianchini zurückgeht[88]; eine Abschrift hiervon, wohl aus dem frühen 16. Jahrhundert, ist enthalten in CVP 5277, ÖNB Wien, ff. 287^{r}-289^{v}; Georg von Peuerbach verweist auch auf eine Sinustafel mit Radius 600000[89].

Daneben stammen von Georg von Peuerbach u. a. folgende - vorwiegend durch die Verbreitung der indisch-arabischen Zahlzeichen - einschlägige Abhandlungen[90]:

Ib)3a) *Canones pro composicione & vsu Gnomonis Geometrici pro Reverendissimo Archiepiscopo Strigonensi compositi*, Incipit: „Gnomonem Geometricum quem dudum fieri postulabas optime praesul ..."[91]; gedruckt als Canones pro compositione et vsv Gnomonis Geometrici, Nürnberg 1516, 1544[92];

Ib)3b) *Compositio cithare horarie*, Incipit: „Antiqua compositio quadrantis diflicilis esse noscitur atque tediosi laboris ..."[93];

Ib)3c) *Compositio quadrantis*, Incipit: „Describo quartam partem circuli ..."[94];

Ib)3d) *Compositio Tabule altitudinis Solis ad omnes horas. G[eorgius] d[e] p[eurbach]*, Incipit: „Cum diu saepe dubitarem an tabella que solis altitudines..."[95].

Ib)3e) *Fabrica & vsus instrumenti pro veris coniunctionibus & oppositionibus solis & lunae Georgij Peurbachij*, Incipit: „Cum animaduertissem quoddam ..."[96].

So bedeutsam das kurze *Introductorium in Arithmeticam*, die *Noua tabula sinus* und einige der anderen aufgeführten Schriften Georgs von Peuerbach besonders für das Bekanntwerden und die mögliche Verbreitung der Grundrechenarten mit den neuen Ziffern in den damaligen hiesigen Fachkreisen geworden waren - sein Algorithmus wurde auch an den Universitäten Prag, Leipzig und Wittenberg als Grundlage benützt[97] -, zur Entwicklung der symbolischen Algebra trugen sie ebensowenig bei wie die Werke des Johannes von Gmunden.

Georgs von Peuerbach anderweitige Bedeutung - nicht nur in seinem Geburtsort würdigt man ihn als großen Astronomen, Mathematiker, Humanisten und Dichter -,

88 Glowatzki/Göttsche 1990, S. 115 und 124; Kaunzner 2002, S. 59; Kaunzner 2003, S. 39.

89 Glowatzki/Göttsche 1990, S. 115: „Wahrscheinlich hat er selbst [= Georg von Peuerbach] für den gegenüber Bianchini zehnmal größeren Halbmesser R = 600000 eine Sinus-Tafel berechnet: Er erwähnt das jedenfalls in der wohl im Jahre 1455 entstandenen und im Jahre 1516 gedruckten Schrift ‚Quadratum Geometricum', wo es in der ‚Propositio Prima' heißt: ‚... in sinum totum, quem in tabulis meis suppositum habeo 600000.'"; Kaunzner 2003, S. 39 mit Fußn. 65.

90 Angaben gemäß Thorndike/Kibre 1963, col. 1885 und passim. - Man sehe hierzu z.B. auch Kaunzner 2003, S. 35f. und 39-41.

91 Thorndike/Kibre 1963, col. 589.

92 Kästner 1796, S. viii: „Purbachs geometrisches Quadrat vom Stabius herausgeg.", und S. 529-540: „Purbachs trigonometrische Berechnung beym geometrischen Quadrate."; auch Peters 1999; Röttel 2002, S. 293.

93 Thorndike/Kibre 1963, col. 110.

94 Thorndike/Kibre 1963, col. 402 und 110; siehe hierzu Kaunzner 2003, S. 40f

95 Thorndike/Kibre 1963, col. 293.

96 Thorndike/Kiber 1963, col. 282.

97 Binder 1996, S. 13.

auf die hier nicht weiter eingegangen werden soll, lag im folgenden begründet: Seine Größe und darauf dann wohl auch sein Ruhm schon zu Lebzeiten ruht in der Kritik und Beobachtung und, in notwendigem Zusammenhang damit, in der Verbesserung der Trigonometrie und der Beobachtungsinstrumente. Dann aber auch, und das ist eine andere Seite, die dem großen Gelehrten eignet, er stellt eine neue Theorie zur Erklärung der beobachteten und bekannten Tatsachen auf."[98]

[Ic] Johannes Regiomontanus[99]

Johannes Müller aus Königsberg in Franken gilt bereits seit langem als der bedeutendste Vertreter der ersten Wiener mathematischen Schule. Man weiß nicht, wo

98 Grossmann 1929, S. 243; Kaunzner 2002, S. 49

99 Tannstetter 1514, ff. aa4^{r}-aa5^{r}: „Joannes de Monteregio Francvs. Germaniae decus. Artium & philosophiae magister[.] In astronomia & in omni arte mathematica ita excelluit: ut nouus artis princeps ab omnibus haberetur. ... Ad Nurenbergam deinde profectus / magno honore a ciuibus suscipitur. Et postremo ob Calendarii nostri emendationem a Sixto quarto pontifice maximo in urbem uocatur, ubi rebus infectis febre pestilentiali: uel (ut alii asserunt) ob inuidiam a Georgii trapesuntii filiis ueneno interemptus est. ...
Jndex operum Joannis de Monte regio: quem dum in humanis erat imprimi curauit: huc secundario appressus. [= Verzeichnis der Werke des Johannes von Königsberg, das er zu seinen Lebzeiten hatte drucken lassen: hier zum zweitenmal abgedruckt].
Aliena. [= Werke anderer Autoren]. Theoricae nouae planetarum Georgii peurbachii Astronomi celebratissimi cum figurationibus oportunis. ... Archimedis geometrae acutissimi opera de sphaera & cylindro. De circuli dimensione. De conalibus & sphiralibus [!]. De lineis spaeralibus. De aequiponderantibus. De quadratura parabolae. De harenae numero:. cum commentariis. eutocii ... Apollonii pergensis conica. Item Sereni cylindrica. Heronis inuenta spiritualia. Opus mechanicum mirae uoluptatis. Elementa arithmetica Iordani. Data eiusdem arithmetica. Quadripartitum numerorum. opus uariis scatens argutiis. ...
Opificis tentata[.] [= Eigene Versuche des Autors] ... De quinque coporibus aequilateris: quae uulgo regularia nuncupantur: ... De triangulis omnimodis quinque uolumina. ... Problemata geometrica omnimoda Opus fructuosae iucundicatis...."; Gesner 1545, ff. 439^{r}-441^{r}: „Ioannes de Regio monte, natione Teuthonicus Georgij Burbachij astronomi quondam discipulus, Graeca & Latina eloquentia eruditissimus, Germanorum decus, ob astronomiam, caeterasque mathematicas disciplinas scripsit quaedam praeclara opuscula, de quibus extant subiecta. Calendarium perpulchrum, lib. I. ... Et alia complura. * Ad Calendarij emendationem a Sixto Pontifice Romam accersitus, rebus nondum perfectis, diem obijt. Ioan de Monteregio opera quaedam excusa Norimbergae in fol. 1533. Vide supra fol. 252b. uersu 18. Item de tabulis eius directionum & in eclipses. Vide supra fol. 253.a.... Canones super Albione, astrolabio, torqueto, & quadrato geometrico. lmpressi sunt, si bene memini, alicubi in ltalia. Commentarij in aliquot Archimedis geometrae libros, uidelicet: De conalibus & sphiralibus [!]. De lineis sphaeralibus. De quadratura parabolae. De arenae numero. Impressi, ni fallor. Compositio tabularum sinuum, quibus adiectae sunt Tabulae sinuum duplices, eiusdem authoris. Ioan. Petreius excudit Norimbergae, 1541. in fol. - Ioannis de Monteregio opera, quae partim publicata sunt, partim promissa (nam author ipse uiuus hunc catalogum imprimi curauit) nescio an absoluta: multa sane, ut audio, interciderunt. ... De quinque corporibus aequilateris, quae uulgo regularia nuncupantur ... Problemata Geometrica omnimoda, opus fructuosae iucunditatis Ioannis de Monte Regio de triangulis omnimodis libri quinque, ad astronomicas scientias necessarij. ... Opus excusum Norimbergae apud Ioannem Petreum, 1533. in fol. chartis 59.... Tabula sinus recti particularum 60000. Tabula Sinus recti, per gradus & singula minuta diuisa, ad tabulas Directionum Ioannis de Regiomonte necessarias, cum quibus exemplis partes eiusdem tabellae multum concordant. Chartae sunt 4. impressae in 4 . ... Calendarium ab anno 1475, usque ad annum 1513.... Chartae sunt 7. in 4. anno 1514. excusae. ... Calendarius Germanicus, ... ab anno 1533, usque ad annum 1549. ... Liber Germanicus, impressus Argentorati 1534. in 4. chartis 15. et dimid. apud Iacobum Cammerlander."
(Gesner)/Simler 1555, f. 104^{v}af.; (Gesner)/Simler 1574, S. 397af.; Voss 1660, pp. 63, 184, 296, 413, 436; Kästner 1796, S. 540-561, 572-576; Kästner 1797, S. 319-322, 520-542; Schubert 1828; Stumpf 1865, S. 42-45; Fiedler 1870; ADB 22, S. 564-581; Grossmann 1929; Thorndike/Kibre 1963, col. 1899f.; DSB 11, pp. 348b-352b; NDB 21, S. 270a-271b; (Zinner)/Brown 1990; Mett 1996; Mett 2002; DBI 5, S. 2417c: (1436-1477), „according to other sources 1476", Astronom, Bischof[!], Mathematiker. Zinner 1968, bringt in „IX. Der Nachlaß", S. 252-258, das Bücherverzeichnis von 1563 mit 149 Titeln; unter „XIV. Anmerkungen", S. 297-371, findet sich eine Zusammenstellung von Regiomontans Büchern „gemäß der Zeit ihrer Herstellung oder ihres Erwerbes, ferner neue Auflagen", wobei Nr. 187-272 seine Werke gemäß den Verzeichnissen von 1512 und 1522 umfassen.

seine Grundausbildung erfahren hatte. Schon mit elf Jahren wurde er 1447 auf der Universität Leipzig unter der meißnischen Nation als „Iohannes Molitoris" eingeschrieben[100]; er zog jedoch schließlich weiter nach Wien, wo er sich eine seinen Vorstellungen gemäße Ausbildung erhoffte. Die tiefe Verehrung, die er seinem dortigen Praeceptor Georg von Peuerbach entgegenbrachte, sowie das Bedürfnis, seine Kenntnisse in den alten Sprachen und sein Wissen in Mathematik und Naturwissenschaften zu vermehren, brachten ihn vermutlich bereits in Wien, nicht erst in Italien, auch mit der *Ars rei et census* in Berührung, mit der Algebra.

Aus der Menge der Abhandlungen, die Johannes Regiomontanus seinerzeit übersetzte, bearbeitete bzw. verfaßte, sollen zunächst die genannt werden[101], die wohl zur weiteren Festigung im Umgang mit den indisch-arabischen Zahlzeichen beitrugen, die sich jedoch noch nicht auf seine Bedeutung als Cossist beziehen:
Ic)1a) *Canones Torqueti*, Incipit: „Qui astronomiam studeat ..."; De torqueto, Incipit: „Qui astronomicis student exercitiis ..."[102];
Ic)1b) *Compositio quadrantis*, Incipit: „Describe quartem partem circuli more vulgato cuiusque arcum ..."[103];
Ic)1c) [Bestimmungsstücke eines regulären Polygons], Incipit: „Philosophi Indorum ..."[104];
Ic)1d1) *Compositio tabularum sinuum rectorum*, Incipit: „Fecere maiores nostri sinuum et chordarum tabulas ..."[105]; es handelt sich um eine von Minute zu Minute fortschreitende Tafel für Radius 6000000, berechnet um 1462, wobei das Verfahren in *CVP 5203*, ÖNB Wien, f. 28^r-32^v, 15. Jahrhundert, erläutert wird[106];
Ic)1d2) Eine 1468 in Buda vollendete, von Minute zu Minute laufende siebenstellige Sinustafel mit Radius 10000000 befindet sich in *MS Krakau 606*, f. 171-187, sowie in *CVP 5291*, ÖNB Wien, f. 165^r-173^v, 15. Jahrhundert[107];
Ic)1e) *Tabella Faecvnda*; dies ist eine in der Stadtbibliothek Nürnberg, *Cent 5 63*, vorhandene Tangententafel, wobei tg $45^0 = 100000$[108].

Zusammenfassend läßt sich sagen: Durch die bislang angesprochenen Arbeiten der drei bedeutendsten Persönlichkeiten der ersten Wiener mathematischen Schule - Johannes von Gmunden, Georg von Peuerbach, Johannes Regiomontanus - gelangten die indisch-arabischen Ziffern sowohl durch arithmetische Arbeiten, durch Algorithmen, als auch durch trigonometrische und Zahlentabellen, zunächst hand-

100 Erler 1895, S. 161; siehe auch Wussing 1980, S. 167.

101 Zusammenstellung bei Thorndike/Kibre 1963, col. 1899f.

102 Thorndike/Kibre 1963, col. 1204.

103 Thorndike/Kibre 1963, col. 401.

104 Thorndike/Kibre 1963, col. 1040.

105 Thorndike/Kibre 1963, col. 553.

106 Hierzu z.B. Zinner 1968, S. 87,307; Kaunzner 1980, S. 131f.

107 Hierzu Zinner 1968, S. 152, 345; Kaunzner 1980, S. 133.

108 Siehe Zinner 1968, S. 148, 152; Kaunzner 1980, S. 133.

schriftlich, ab der nächsten Jahrhundertwende auch im Druck, in die Runde; die vielen Auflagen des *Opus Algorismi jocundissimum Magistri Georgij Peurbachij* sind ein beredtes Zeugnis hierfür. Zur Verbreitung der Gleichungslehre der Muslime trugen diese Abhandlungen, sowohl die übernommenen, als auch die neu geschaffenen - erinnert sei an die im vorigen nicht ausführlich besprochenen eigenen verfeinerten Sinustafeln Georgs von Peuerbach und Johannes Regiomontans und an die Tangententafel Regiomontans - nichts bei.

In Italien besaß man schon vor der Zeit der ersten Wiener mathematischen Schule Algebratexte die von fachlich Interessierten auch in Umlauf gebracht wurden. Ein früher Versuch aus dem 14. Jahrhundert, sowohl Symbole für unser x^0 bis x^2, als auch Operationsmerkmale einzuführen, hatte keine nachhaltige Wirkung, wiewohl sich eines der beiden vorhandenen Manuskripte - jetzt MS Lyell 52, Bodleian Library, Oxford -, bereits vor 1380 im Besitz von Stift Admont in der Steiermark befand[109] (Abb. 1).

Auf das sogenannte *Wiener Rechenbuch* Johannes Regiomontans - CVP 5203, ÖNB Wien -, und erst recht auf seine algebraischen Schriften, wird gewöhnlich nur in der einschlägigen Literatur eingegangen. Nur undeutlich nämlich vernahm man die Kunde und näherte man sich seinen Hinweisen auf die Beschäftigung mit der *Ars rei et census*, mit der Algebra. So galt bis vor kurzem ein von Frater Fridericus Amann (gest. 1464/1465) im Jahre 1461 in Kloster St. Emmeram in Regensburg verfaßter deutscher Text mit dem Incipit „Machmet in dem puech algebra vnd almalcobula hat gepruchet dise wort: Census, radix, numerus. ...", jetzt Clm 14908, BSB München, ff. 133^{v}-134^{v}, als der erste Nachweis für eigenständiges algebraisches Schaffen auf hiesigem Boden[110] (Abb. 2).
Alle Schriften Johannes Regiomontans, in denen er sich mit algebraischen Problemen beschäftigte, dürften noch nicht bekannt bzw. noch gar nicht als solche herausgestellt worden sein, denn man weiß ja noch nicht einmal, ab wann und vor allem wo - offensichtlich jedoch schon in Wien - er sich mit der diesbezüglichen Problematik und deren Symbolik auseinandergesetzt hatte. So begegnet man auch zumindest in frühen Enzyklopädien im Artikel „Johannes Regiomontanus" keinem derartigen Hinweis - wer interessierte sich vor 500, 400 und 300 Jahren schon für die Geschichte der Gleichungslehre[111]?

109 Kaunzner 1975 und Kaunzner 1986. Diese wertvolle und bedeutende Pergamenthandschrift lag bis etwa 1936 in Stift Admont unter der Signatur MS 612; das zweite derzeit hier relevante Manuskript: Codex Vat. lat. 4606, Vatikanische Bibliothek.

110 Abgedruckt bei Gerhardt 1870, S. 142f., und bei Curtze 1895, S. 49f. - Eine dortige Gleichung auf f. 133^{v}f. in sogen. Wortalgebra, ohne Punkt, Komma, Klammer usw., lautet:„Gib mir ain censum vnd zuech darvon sin wurcz, vnd von dem, daz vber belyb an dem censu, zuech och vß dye wurcz. Dye czwo wurcz tue zesamen, daz 2 zal dar auß werden."; das Resultat von dieser Aufgabe, für die man später $\sqrt{(x^2-x)} + x = 2$ schrieb, wurde auch geprobt.

111 So findet sich keine dergleichen Erwähnung etwa bei Gesner 1545; (Gesner)/Simler 1555; Voss 1660.

In Ernst Zinners verdienstvoller biographischer Übersicht finden sich unter dem Stichwort „Algebra" noch undeutliche, aber brauchbare Hinweise, und zwar mit Bezug auf zwei posthume Bücherverzeichnisse von 1512 und 1522[112]:
1) Im Bücherverzeichnis von 1522[113] aus dem Nachlaß ein Band „Liber arithmetice, in quo de integris, in fractis, de proporcionibus; textus algobre; de additionibus et diminutionibus; regule algobre; de radicibus surdis; de arte bynomiali; de quadratis quadratorum et de cubicis cubicorum; numerus datorum; liber de numeris et propositionibus eorum; arithmetica Johannis Muris; musica speculativa; ars visorie Latine et Germanice; tractatus quadrantis etc. et usus eius; plures propleumata in arithmetica."[114];
2) „1522 ‚Liber, in quo varia exempla arithmetice; algebra etc., 1512 Algebra'"[115];
3) „1522 ‚Liber, in quo liber Mahumethi de algebra, (Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi Algebra) etc; item flores arithmetice, entspricht wohl 1512 ‚Aritmetica' [116]."
4) „1522 ‚Algebra'"[117]

Im Verlauf erweiterter Forschungen und anläßlich der Johannes Regiomontanus -Symposien 1976 und 1986 ließen sich diese vagen Andeutungen- die seine Beiträge zur Rechenkunst und zur Algebra betreffen - zumindest zum Teil aufschlüsseln[118]; es handelt sich hierbei um:

112 Zinner 1968, S. 172, 318, 358, 359.

113 Zinner 1968, S. 250, 251, 259 -261, 295, 297: Hinweis auf die folgenden Nummern 187-272.

114 Zinner 1968, S. 318 Nr. 49.

115 Zinner 1968, S. 358 Nr. 204; bzgl. des posthumen Bücherverzeichnisses von 1512 sehe man dort. S. 248f., 261, 262, 295, 297; auf S. 297 Hinweis auf die folgenden Nummern187-272.

116 Zinner 1968, S. 358 Nr. 211.

117 Zinner 1968, S. 359 Nr. 239.

118 Kaunzner 1990, p. 373.

1) *CVP 5203*, ÖNB Wien[119] sein „Wiener Rechenbuch", geschrieben 1454-1462;
2) *MS Plimpton 188*, Columbia University, New York[120], ff. 73^{r}-96^{r} datiert 1456,
3) *MS Fonds IV*, Inventar I, Akte 396, Akademie der Wissenschaften Rußlands, Division St. Petersburg; dies ist das Autograph von *De Triangulis omnimodis Libri quinque*[121], von Johannes Regiomontans „Dreieckslehre", geschrieben um 1463, Incipit: „Cognita vocabitur quantitas quam mensura famosa ..."; Vorwort: „Quamvis hosce triangulorum libellos ..."[122];

119 Dieses Manuskript Johannes Regiomontans entstand in Wien; hierzu Folkerts 1980, S. 176 - 186: Tabellen zu Quadrat- und Kubikzahlen und zu Quadrat- und Kubikwurzeln jeweils mit Näherungslösungen, der *Algorithmus demonstratus* des Gernardus, ein eigener Beitrag zu vollkommenen Zahlen, geometrische Abschnitte; nichts zur Algebra.

120 Hierzu Karpinski 1910/1911, S. 125; Karpinski 1915, p. 36: „A manuscript copy of Mohammed ibn Musa's algebra in Mr. Plimpton's collection shows astonishing similarity to the handwriting and abbreviations of Regiomontanus as well as to the form of equation used by the eat German."
Rose 1975, p. 93: „There is also a little known transcription that Regiomontanus made of al-Khowarizmi's Algebra in 1456. This is now in Columbia University Library, MS Plimpton 188, fols. 73 sqq., and it is written in the astronomer's own hand.[33] The text follows the Latin version of Gerard of Cremona but contains a great deal of material that does not appear in the published editions of Gerard's translation" - und p. 112 „[33] Dated 1456 (fol. 85). Not in Zinner, Regiomontanus, who therefore (p. 358) fails to identify it with the *Liber Mahumethi de Algebra* which appears in a list of historical astronomer's books. Listed in S. Ricci, *Census of Medieval and Renaissance Manuscripts in the United States and Canada*, New York, 1935-62, II, 1787 f. D. E. Smith, *Rara Arithmetica*, Boston, 1908, pp. 454 ff. [= Smith 1970, ff. 454-456]. L. C. Karpinski, *Robert of Chester's Latin Translation of the Algebra of* Al-Khowarizmi, New York, 1915, pp. 36 f. None of these authors identify it as a definit autograph of Regiomontanus."; auch auf p. 96 Hinweis darauf, daß Johannes Regiomontanus die *Algebra* al-Hwarizmi's 1456 in Wien kopierte. - Dies ist die älteste bekannte, und zwar von Johannes Regiomontanus aufgezeichnete Algebra, die im Jahr 1456 aufgrund ihrer Symbolik die „Deutsche Coß" begründete.
Hierzu etwa Folkerts 1980, S. 197-209, S. 207: die Jahreszahl 1456 zeigt, daß Johannes Regiomontanus sich schon in seiner Wiener Zeit mit Algebra beschäftigte, S. 200: der eigentliche al-Hwarizmi-Text ff. 73^{r}-82^{v} ff. 82^{v}-96^{r} enthält Zusätze, nämlich Verteilungsaufgaben, Zahlenrätsel mit linearen Gleichungssystemen, Unterhaltungsmathematik, Beispiele zu den sechs Gleichungstypen al-Hwarizmi's Quadratwurzelziehen, Restprobleme, S. 202: „Sicher ist schon jetzt, daß Regiomontan Gleichungen und Terme relativ stark abkürzt und daß er seine Symbolik schon Jahre eher als bisher angenommen besaß. Regiomontans Anmerkungen in dieser Handschrift zeigen, daß er die verschiedenen Typen der quadratischen Gleichung, deren Auflösung al-Hwarizmi lehrt, vollkommen beherrscht. Darüber hinaus gibt es aber mehrere Stellen, die erkennen lassen, daß der Autor sich bemüht, die überlieferten Methoden auf Gleichungen 3. Grades anzuwenden. Dadurch verdient diese Handschrift höchstes Interesse, denn vor dem 16. Jahrhundert gibt es keinen ernsthaften Versuch, kubische Gleichungen im allgemeinen Fall algebraisch zu lösen." - Allgemein hierzu Folkerts 1985; Folkerts 2006/XII.

121 In diesem Autograph löst Johannes Regiomontanus auf ff. 40^{v} und 43^{v} zwei Geometrieaufgaben algebraisch; Rose 1975, p. 99: „Among the notable contents of this work are the sine law and perhaps the first European application of algebra to trigonometry."; hierzu Kaunzner 1980, S. 133f.
Von De Triangulis omnimodis Libri quinque gibt es ein verdienstvolles Reprint der Auflage Nürnberg 1533 (Io. Petreius): Hughes 1967.

122 Thorndike/Kibre 1963, col. 231, 1164.

4) *MS Cent V app 56c*, Stadtbibliothek Nürnberg, Johannes Regiomontans „Briefwechsel", 1463-1471[123].
Die Wende zur symbolischen Algebra kam mit Johannes Regiomontanus, und zwar bereits während seiner Wiener Zeit zwischen 1450 und 1461. Man kennt von ihm - derzeit - allerdings keine eigene Schrift über Algebra, und nach jetzigem Wissen bearbeitete er nur Überliefertes. Er selbst äußert sich in den auf uns überkommenen Abhandlungen nicht, wie er den Einstieg in die Gleichungslehre der Muslime fand. Bis vor wenigen Jahren wußte man diesbezüglich nur um seine Symbolisierungsversuche im Autograph der „Dreieckslehre" und im „Briefwechsel" Bescheid, datiert kurz nach 1460 bzw. 1463 bis 1471, was bereits zu ergiebiger mathematikhistorischer Diskussion führte. Dort zog er anscheinend durchwegs die neuen Ziffern heran, auch bei 4, 5 und 7 schon in modernen Formen, er symbolisierte das Gleichheitszeichen als langen waagrechten Strich und die Fachausdrücke für unser heutiges x und x^2, außerdem schrieb er ein besonderes Kürzel für „minus".

Seit kurzem steht fest[124], daß auch MS Plimpton 188, Columbia University, New York, ff. 82^v-96^r in der nämlichen Reihe steht: Es handelt sich auf f. 85^r mit der Jahreszahl 1456 versehen[125], um den ältesten diesbezüglichen und im hiesigen Sprachraum entstandenen Text mit symbolischer Algebra: Unsere x und x^2 wurden aus „res" und „census" elegant symbolisiert, auch für Grad vier schrieb er ein Symbol gemäß „census de censu", Grad drei hieß „cubus", ein langer waagrechter Strich bedeutete das Gleichheitszeichen, ein „i9" mit übergesetztem Strich stand für „minus" an die bloßen Zahlen wurde kein Zeichen für die Konstante angehängt (Abb. 3).

---

123 Hiernach ediert: Curtze 1902/1; nachdem auch in diesem Manuskript - im „Briefwechsel Regiomontans" - die Frage nach Lösungsmöglichkeiten von Gleichungen höheren als zweiten Grades auftritt, bemerkt Rose 1975, p. 104: „... Regiomontanus asks ... whether there are any writings on the equilibrium of solids in the university library. The writer believes that by a study of this subject it may be possible to advance the art of algebra to equations of a higher degree than hitherto solvable."; hierzu auch Kaunzner 1980, S. 135f.
Curtze 1899, S. 291: Die Briefe des Regiomontanus in Nürnberg und seine dort aufbewahrten, bis jetzt noch nicht gedruckten Rechnungen „dürften für die Geschichte der cossischen Zeichen, vielleicht auch auf die des Zeichen -, über dessen Entstehung ja der Streit der Meinungen noch immer nicht entschieden ist, nicht ohne Bedeutung sein. Die Bezeichnung der Unbekannten ist anfangs bei Regiomontan *res* deutlich ausgeschrieben, sie geht dann über in *re*, um endlich in *x* sich zusammen zu ziehen, dem später stets von den Cossisten angewendeten Compendium, aus welchem, wie Cantor[82)]- 82) Cantor, Vorlesungen II, S. 723 - wahrscheinlich gemacht hat, durch Descartes' Mißverständnis das heutige *x* sich gebildet hat. Da man immer im Ungewissen war, ob *x* aus *radix* oder aus *res* entstanden sei, und ob es also so oder so zu lesen war, so dürfte dieser urkundliche Übergang aus res von hohem Interesse sein. Für *Radix* benutzt Regiomontan die Abkürzung R; statt minus schreibt er i9, sollte daraus nicht später unter Abwerfung des i9 der einfache Gedankenstrich als Minuszeichen entstanden sein? Auch eine Art Gleichheitszeichen kommt in den Rechnungen vor: ein etwas längerer wagerechter Strich."; S. 292: „Es ist hier noch auf die Eigentümlichkeit hinzuweisen, daß Regiomontanus die Vier überall in der Form 4, nicht, wie sonst im XV. S. in Deutschland ausschließlich üblich, ... schreibt. Diese Schreibweise hat er wohl in Italien, von wo aus auch seine Briefe geschrieben sind, angenommen. Sie findet sich ebenso in der Wiener Handschrift 5203...".

124 Man sehe die hier genannten relevanten Schriften: Folkerts 1977; Folkerts 1980; Folkerts 1985; Folkerts 1990; Folkerts 1996/1; Folkerts 2002; Folkerts 2006/XII, p. 4f.: „A collection of problems written by Regiomontanus presumably in 1456, demonstrates that Regtomontanus was a central figure in the transmission of mathematical knowledge from ltaly to Germany: it can be shown that many problems in this collection are identical with those found in Latin and vernacular texts from Italy, and some of Regiomontanus' examples are to be found in later algebraic texts written in Germany.

125 Folkerts 1980, S. 198.

Johannes Regiomontanus schuf mit der Zeichengebung in seinen algebraischen Manuskripten, die seinerzeit und auch lange nachher kaum fachliche Beachtung fanden, die „Deutsche Coß", weil die von ihm gewählten Abkürzungen zwar nicht beibehalten, aber von seinen Nachfahren als Grundlage für deren ähnliche Symbolik herangezogen wurden: Die sechs Gleichungsformen al-Hwarizmi's, wie er sie in *MS Plimpton 188*, f. 85^{r} brachte[126], übernahm Frater Fridericus Amann, der vielleicht 1456 Wien besucht hatte[127], in seinen deutschen Algebratext von 1461[128] und ebenso die unmittelbar folgenden Teile aus der genannten Handschrift[129]; Fridericus benützte hierbei eine sehr ähnliche Symbolik wie Regiomontanus[130]. - 18 weiteren Gleichungstypen Johannes Regiomontans auf f. 90^{v}, wo er unsere x, x^2 und x^4 symbolisierte[131], die in ihrer Anordnung nicht mit früheren italienischen Vorlagen übereinstimmen[132], begegnet man bis auf eine Abweichung in der Reihenfolge[133] in der bekannten sogenannten „Deutschen Algebra" in der Handschrift *C 80*, SLUB Dresden, ff. 368^{r}-378[134] diese Abhandlung entstand in Leipzig im Jahr 1481, dort treten also auch insgesamt 24 Gleichungsformen auf, es zeigen sich Symbolisierungsversuche für Potenzen der Unbekannten bis zum Grad vier, vereinzelt steht das Minuszeichen[135] (Abb. 4).

In *Kodex C 80*, SLUB Dresden, ff. 350^{r}-364^{v}, findet sich[136], ebenso wie in *Kodex 1470*, UB Leipzig, ff.479^{r}-493^{v}, eine in der Fachliteratur als „Lateinische Algebra" geläufige Abhandlung, Grundlage von Johannes Widmanns aus Eger (um 1460 - nach 1504) im SS 1486 in Leipzig gehaltener erster Algebravorlesung an einer deutschen Universität (Abb. 5). Menso Folkerts kommt zu folgendem Schluß:

„The ‚German algebra', which was finished in 1481 by an unknown author, seems to depend on the ‚Latin algebra'. lt easily surpasses in length and content the short German algebra written by Fridericus Amann in St. Emmeram in 1461. In the ‚German algebra', as in the ‚Latin algebra', the number of types of equation is kept to twenty-four.... This cannot be a coincidence. Therefore the ‚German algebra' depends, directly or indirectly, on the Regiomontanus text."[137]

126 Folkerts 2006/XII, p. 5 footn. 18.

127 Durand 1952, p. 75; Folkerts 2006/XII, pp. 7, 8.

128 Folkerts 1985, S. 211; Folkerts 2006/XII, p. 5: „This was plainly the source of examples given by Fridericus Amann five years later to illustrate the six types of equations", heute im *Clm 14908*, BSB München, f. 133^{v}-134^{v}

129 Folkerts 2006/XII, p. 8.

130 Folkerts 2006/XII, p. 8.

131 Prof. Folkerts stellte mir in dankenswerter Weise eine von ihm vorgenommene Abschrift hiervon zur Verfügung zum Inhalt der hier maßgeblichen Teile aus *Kodex Plimpton 188*, Columbia University, sehe man Folkerts 1985; Folkerts 2006/XII, p. 6: „According to our present knowledge, thererefore, Regiomontanus was the first to use the symbolism that transformed algebra in the subsequent decades."

132 Folkerts 2006/XII, p. 5.

133 Folkerts 1985, S. 2. 14; Folkerts 2006/XII, p. 5.

134 Folkerts 2006/XII, p. 5.

135 Ediert: Vogel 1981.

136 Herausgegeben von Wappler 1887, S. 11-30.

137 Folkerts 2006/XII, p. 9. - Ich danke Prof. Dr. Menso Folkerts, München, für die entsprechenden Hinweise auf den Inhalt dieser ehemals vermutlich Wiener Handschrift, deren Weg von Europa nach Amerika noch nachzuvollziehen wäre.

Johannes Regiomontanus gab in seinen drei algebraischen Schriften somit nicht nur Bekanntes wieder, sondern er verwendete auch Wortabkürzungen oder geeignete Kürzel, so daß hierdurch - für eine algebraische Gleichung ein vollkommen neues Erscheinungsbild - der Siegeszug der symbolischen Algebra begann. Er war der erste „deutsche Cossist". So selbstverständlich, wie den Späteren und uns diese aus heutiger Sicht kleinen Veränderungen erscheinen mögen, gerade sie brachten die damalige Rechenweise in Arithmetik und in Algebra einen Riesenschritt voran.

Die Erfindung des Buchdrucks und das Zusammenwirken von fähigen Fachleuten und Verlegern eröffneten bereits vor 1500 den Zeitabschnitt, in dem die gedruckte Algebra die handschriftliche Überlieferung an den Rand drängte und die von Johannes Regiomontanus mit der Symbolisierung der Fachausdrücke eingeleitete „Deutsche Coß" zu breiter Wirksamkeit gelangte. Regiomontans diesbezügliche Handschriften wurden damals anscheinend kaum oder noch nicht richtig gewürdigt, so daß dessen Name 1461 im ersten Nachweis eines deutschen Algebratextes durch Frater Fridericus Amann im Kloster St. Emmeram in Regensburg, jetzt *Clm 14908*, BSB München, obwohl nachweislich vom Königsberger abhängig[138], sowie in anderen einschlägigen Manuskripten nicht auftaucht.
Während zwischen Johannes von Gmunden und Georg von Peuerbach anscheinend keine direkte Beziehung Lehrer-Schüler bestanden hatte, war Johannes Regiomontanus schon bald gleichrangiger Mitarbeiter Georgs von Peuerbach[139], so daß der Praeceptor noch am Sterbebett seinem Schüler das Versprechen abnahm, eine gemeinsam begonnene Arbeit, nämlich die am Almagest des Ptolemaios (um 100 - um 170), fortzuführen[140].

Krakau und Ingolstadt: Die Quellen der zweiten Wiener mathematischen Schule; auch Leipzig?

So wie Paris zum Vorbild für die erste Wiener mathematische Schule wurde, entsprechend kamen die Vertreter der zweiten Wiener mathematischen Schule auch von auswärts:
Einen besonderen Beitrag für den hohen Entwicklungsstand der exakten Wissenschaften in Krakau leistete die Wiener Universität in der Person des Georg von Peuerbach, ..."[141], und in der zweiten Hälfte des 15. Jahrhunderts zogen Ausländer zum Studium nach Krakau[142]: Giovanni Bianchini, der mit Regiomontanus in

138 Folkerts 1996/1, S. 26.

139 Hamann 1980/1, S. 31; Hamann 1980/2, S. 61, 63.

140 Zinner 1968, S. 45.

141 Babicz 1980, S. 309.

142 Babicz 1980, S. 309.

Briefwechsel stand[143], sowie Stephan Rösel (Röslein, Rosinus) aus Augsburg[144] (gest. 1533), Erasmus Kerycz aus Höritz im Böhmerwald und Konrad Celtis aus Wipfeld bei Schweinfurt[145] (1459-1508), die schließlich beruflich in Wien tätig waren[146].
Die Krakauer Wissenschaftler waren in der zweiten Hälfte des 15. Jahrhunderts bestrebt, den Stand ihrer astronomischen Schule zu heben, indem sie zu allen wichtigen Schriften Georgs von Peuerbach und Johannes Regiomontans griffen[147], noch jetzt findet sich in der Jagellonischen Bibliothek ein reichlicher Anteil an solchen Manuskripten[148]. Im dritten Viertel des 15. Jahrhunderts machte sich dies am Stand der dort vorgetragenen Astronomie deutlich bemerkbar, weil in Krakau damals bereits ein Lehrstuhl für Mathematik und Astronomie bestand[149]. „An anderen Hochschulen, darunter auch an der Wiener Universität, kam es inzwischen zu einem langsamen Verfall der mathematisch-astronomischen Studien. Die auf diesem Gebiet lebhafte Tätigkeit und schöpferischer Einsatz Krakauer Gelehrter machten die Krakauer astronomische Schule am Ende des XV. und am Anfang des XVI. Jahrhunderts zu einem Zentrum mathematisch-astronomischer Studien."[150] Als Folge davon wurde Krakau von Studierwilligen bevorzugt, um dort die Ausbildung zu erhalten, die auf den Arbeiten ehemaliger Wiener Gelehrter fußte; denn sie konnten nun in Krakau jenes Wissen erlangen, das ihnen weder die Wiener noch eine andere europäische Hochschule damals vermitteln konnte: „Die Krakauer Universität war eben diese Schule, die im letzten Viertel des XV. Jahrhunderts die mathematisch-astronomischen Resultate von Georg Peuerbach und Johann Regiomontanus nicht nur übernommen und aufbewahrt aber sie sogar entwickelt hatte. Aus diesem Grunde konnte nunmehr jetzt die Krakauer astronomische Schule zur Wiege der zweiten Wiener mathematischen Schule werden."[151] Der Aufenthalt von Konrad Celtis in Krakau 1489-1491 und seine Bekanntschaft mit dem Astronomen Adalbert aus Brudzewo[152] (2. H. 15. Jh.?) bewirkten, daß er sich 1497 nach seinem Eintreffen

143 Curtze 1902/1.

144 Tannstetter 1514, f aa6^{r}: „Stephanvs Rosinvs[.] Ex augusta uindelicorum. Artium & philosohie magister. Sacre pagine baccalaureus. Decretorum licentiatus. Cathedralis ecclesie Viennensis canonicus Astronomiam aliquamdiu fidelissime docuit. ... "; Gesner 1545, f. 604^{r}; (Gesner)/Simler 1555, f. 168^{v}b, (Gesner)/Simler 1574, S. 639a; Kästner 1797, S. 531; Babicz 1980, S. 309; Binder 1998, S. 63; DBI 6, S. 2937a: Kanonikus, (gest. 1545); die - s. Mikrofiche 1992 - *Bractica deütsch magistri rosini, auff das M.CCCCC. vnd vij. jare: zu lob vnd ere der hohen schul zu Wienn II Stephanus Rosinus.* [s.l.]:[s.n.], [circa 1506] - VD 16 R2878 -, sei hier lediglich erwähnt.

145 Gesner 1545, f. 179^{r}f.; (Gesner)/Simler 1555, f. 36^{r}a; (Gesner)/Simler 1574, S. 135a; Stumpf 1865, S. 49-52; ADB 4, S. 82-88, und 5, S. 795; Vogel 1973, S. 21f; NDB 3, S. 181b-183a; Schöner 1994, passim; DBI 2, S. 543b: Humanist, Dichter.

146 Babicz 1980, S. 309.

147 Markowski 1973/2, S. 136.

148 Markowski 1973/2, S. 137.

149 Markowski 1973/2, S. 138. - Allgemein sehe man hierzu auch Markowski 1973/1.

150 Markowski 1973/2, S. 138; Grössing 1985, S. 42: „Nach dem Tode Peuerbachs (1461) und dem Abgang Regiomontans entwickelten sich die humanistischen Ansätze, die von diesen beiden an der Universität Wien gesetzt wurden, offenbar nicht in demselben Maße weiter. Vor allem aber wurden die Studia humanitatis, soweit sie an der Universität überhaupt gepflegt wurden, eine Domäne italienischer Dichter, ...".

151 Markowski 1973/2, S. 140.

152 Zu dessen Schriften: Thorndike/Kibre 1963, col. 1723.

in Wien dort um die Errichtung eines neuen mathematischen Zentrums bemühte. Folglich spielte das von ihm im Jahr 1502 gegründete *Collegium poetarum et mathematicorum* eine bedeutende Rolle für die sogenannte zweite Wiener mathematische Schule, auch wenn es nur bis 1509 bestand[153]. - Heinrich Schreyber aus Erfurt (vor 1496 - Winter 1525/1526) z.B. war von 1514 bis spätestens Ende 1517 in Krakau, ehe er wieder mit gräzisiertem Namen nach Wien ging[154].

„Eine zweite Blüte, die um die Jahrhundertwende einsetzt, steht in enger Verbindung mit der im Jahre 1472 gegründeten Universität Ingolstadt."[155] - Von dort kamen Johannes Stabius (nach 1460 - 1522?), der im *Collegium poetarum et mathematicorum* der Sparte Mathematik vorstand[156], sowie Andreas Stiborius (um 1470 - 1515) und Georg Tannstetter; dessen *Uiri Mathematici*[157] und die Edition *Contenta in hoc libello*[158] der seinerzeit wichtigen mathematischen Standardwerke können für das Wissen um die dort seit der Gründung tätigen Fachleute und um die damals an der Universität Wien gängigen Lehrinhalte nicht hoch genug eingeschätzt werden (Abb. 6).
„Über die mathematische Wirksamkeit der drei Professoren ist außer den Titeln ihrer Schriften wenig bekannt; sie waren tüchtige Mathematiker und das Erbe Peurbachs und Regiomontans war bei ihnen in guten Händen."[159] - Zur Weiterentwicklung der Algebra in Wien trugen in dieser Zeit somit aus jetziger Sicht nur die beiden damals dort tätigen Heinrich Schreyber und Christoff Rudolff (um 1500 - vor 1543), vielleicht auch Johannes Voegelin Ende 15. Jh. - 1549) bei. So ergibt sich die Frage, woher jene ihre Algebrakenntnisse bezogen hatten.

War auch Leipzig eine der Quellen der zweiten Wiener mathematischen Schule? Diese Frage stellt sich von selbst, wenn man sich nicht nur die Vorherrschaft von Krakau in Mathematik, Astronomie und Naturwissenschaft im letzten Viertel des 15. Jahrhunderts und den von dort stammenden Einfluß auf Wien und von Adalbert aus Brudzewo auf Conrad Celtis ins Gedächtnis zurückruft, ferner die Bedeutung des von Letzterem begründeten *Collegium poetarum et mathematicorum*, sowie seiner ebenfalls in Ingolstadt geschulten und nachher in Wien tätigen Mitarbeiter Johannes Stabius Andreas Stiborius und Georg Tannstetter - vor Augen führt[160], sondern wenn man zusätzlich auch fragt: Was trugen all die eben Genannten zum Fortschrift in der damaligen Mathematik, speziell in der Coß, bei?

---

153 Markowski 1973/2, S. 140.

154 Ausführlich hierzu Müller 1896, S. 9-16.

155 Vogel 1973, S. 20. - Man sehe hierzu Bauch 1901; Schöner 1994.

156 Vogel 1973, S. 22.

157 Tannstetter 1514. – Graf-Stuhlhofer 1996 bringt hiervon ein Reprint und die deutsche Übersetzung.

158 Tannstetter 1515.

159 Vogel 1973, S. 22.

160 Schöner 1994, S. 280: Stephan Rosinus hielt sich, nachdem er 1496 in Krakau den Magistertitel erworben hatte, 1498 vorübergehend in Ingolstadt auf.

Inwieweit spielt hier Leipzig mit herein? Heinrich Schreyber - ein Bediensteter der Universität Wien unterbreitete in seinem in Wien verfaßten *Ayn new kunstlich Buech*[161], Nürnberg 1518/1521, erstmals im deutschen Sprachraum der Fachwelt gedruckte Algebrakenntnisse, auch wenn er nicht sagt, woher er seine etwas eigenwillig anmutende Symbolik bezog; es handelt sich hierbei vermutlich um eine Anleihe aus *CVP 5277*, ÖNB Wien[162].
Anders sieht es bei Christoff Rudolff aus, Schüler von Heinrich Schreyer, der nicht an der Universität Wien wirkte. Er benützte in seiner ebenfalls in Wien verfaßten *Behend vnnd Hubsch Rechnung*[163], Straßburg 1525, im ersten großen deutschen Algebrabuch - in der Zeit, als die in Leipzig zwischen 1480 und 1490 geschaffene, in ihren Grundzügen auf Johannes Regiomontanus zurückgehende und vorwiegend von Johannes Widmann verfeinerte Zeichengebung noch nicht im Druck, sondern nur in wenigen Handschriften verbreitet worden war - bereits diese neue algebraische Schreibweise: Symbole für das heutige x^0 bis x^9, für den Wurzelhaken, den nicht er erfand[164], durchgehend + und -, sowie acht Gleichungstypen, wie sie von Andreas Alexander aus Regensburg (um 1475 - nach 1504) in Leipzig um 1500 herangezogen worden waren[165]. Dies könnte für eine direkte Abhängigkeit der zweiten Wiener mathematischen Schule von Leipzig sprechen. Es wäre denkbar, daß Johannes Voegelin, Professor in Wien und einer der Schreiber des jetzigen *CVP 5277*, in dem sich auch Teile der sogenannten „Lateinischen Algebra" oder „Leipziger Algebra" befinden[166], diesbezügliche Kenntnisse aus dortigen Quellen erworben hatte. - Christoff Rudolff, so wurde ihm vorgehalten, habe Teile des Inhalts seines Algebrabuches in der Wiener Bibliothek gestohlen, offensichtlich auch aus dem nämlichen Kodex; außerdem warf man ihm vor, er habe keine geometrischen Beweise seiner acht Gleichungstypen gebracht; diese Vorwürfe ließen sich mittlerweile entkräften[167].

161 Schreyber 1518/1521.

162 Hierauf verweist Gerhardt 1870, 143. - Siehe den späteren Abschnitt „[IIa] Heinrich Schreyber aus Erfurt, genannt Grammateus."

163 Rudolff 1525.

164 Der Wurzelhaken steht erstmals - derzeitiger Stand - von der Hand von Adam Ries in *Kodex C 349*, SLUB Dresden.

165 Details hierzu findet man etwa bei Curtze 1902/2; Kaunzner 1992; Kaunzner 1998.

166 Ff. 331^r-334^v; hierzu Kaunzner 1972, S. 125f. - ADB 40, S. 142: „Jn der That darf V. als der letzte Vertreter jener stattlichen Mathematikerschule bezeichnet werden, welche, mit Johann v. Gmünd beginnend, der österreichischen Hauptstadt über ein Jahrhundert lang zur Zierde gereichte." - Gesner 1545, f. 462^r; (Gesner)/Simler 1555, f. 112ra; (Gesner)/Simler 1574, S. 424b.

167 Hierzu z. B. Kaunzner 2004, S. 165; Kaunzner/Röttel 2006, S. 38-42 mit Fußnoten.

Zur Bedeutung der zweiten Wiener mathematischen Schule[168]

So eng und scharf die erste Wiener mathematische Schule auf das Wirken von Johannes von Gmunden, Georg von Peuerbach und Johannes Müller, genannt Regiomontanus, begrenzt ist und dadurch bereits seinerzeit weitgehende Bedeutung erlangte, ebenso weitläufig zählt man zum inneren Kreis der zweiten Wiener mathematischen Schule, den man in den hier einschlägigen Fachkreisen hauptsächlich durch Heinrich Schreyber aus Erfurt, genannt Grammateus, und Christoff Rudolff aus Jauer in Schlesien, vertreten sieht, eine Reihe von Gelehrten und Künstlern, die das damalige Wien zu einem Zentrum nicht nur der Wissenschaften, sondern auch der Künste, vor allem der Dichtkunst, werden ließen. Freilich, in der Zwischenzeit war eine Reihe von technischen Neuerungen hinzugekommen, die die Effizienz von neu Geschaffenem gegenüber früher erheblich verstärkte. Während eine von Johannes' von Gmunden Schriften schließlich erst 1971 einen Herausgeber und Verleger fand[169], Arbeiten Georgs von Peuerbach erst posthum unter die Presse kamen und selbst die Werke Regiomontans trotz seiner eigenen späteren Druckerei in Nürnberg und einer vielversprechenden Verlagsanzeige nur in begrenztem Umfang zu Lebzeiten gedruckt wurden, konnten die nach 1500 in Wien in der Mathematik und in den Naturwissenschaften tätigen Fachleute ihre Opera anscheinend schnell an den Mann bringen. Außerdem fällt auf, daß die Vertreter der ersten Wiener mathematischen Schule in ihrem auf griechische, muslimische und italienische Quellen zurückgreifenden Wissen trotz der persönlichen Eigenheiten stark aufeinander aufbauten; die der zweiten deckten demgegenüber ein breiteres, wenn auch nicht so tiefgründiges Spektrum ab, was vermutlich schon auf dem Zusammenwirken von Fachleuten verschiedenartiger Interessensgebiete beruhte[170], die ihre Grundkenntnisse u. a. in Krakau, Ingolstadt und aus Leipziger Quellen erworben hatten, ehe sie sich in Wien gegenseitig wie in einem Schmelztopf der Wissenschaften und der Künste zu Hochleistungen anspornten und beflügelten[171]: Johannes Stöberer (Stabius) aus Hueb [?] bei Steyr[172],

168 Binder 1998.

169 Busard 1971/2.

170 Die hier angegebenen Lebensdaten werden in der Literatur ziemlich unterschiedlich überliefert; auch manche Namen werden, durch die seinerzeitige Schreibart mit bedingt, nicht einheitlich aufgeführt.

171 Einer der frühen Denkanstöße ging vermutlich von Fakten aus, wie in der komprimierten Darstellung Gerhardt 1867, S. 42-47, angedeutet; ferner Gerhardt 1877, S. 51; Vogel 1973.

172 Tannstetter 1514, f. aa5^{r}: „Ioannes Stabivs Avstriacvs[.] Vates & poeta. Caesareae maiestatis Cosmographus & historicus. Vir omnifariam eruditus: & in nouarum rerum inuentionibus foelicissimi ingenii. Cuius perraris inuentis Inuictiss[imus] & illustriss[imus] Caesar Maximilianus quotidie oblectatur. Et eius Stiboriique ... ingenia miratus: lectiones publicas in astronomia & mathematica Viennae nouo stipendio instituit. Inter caetera nobilissima eius inuenta mathematica haec a me discipulo suo collecta sunt. Horoscopion uniuersale in lineis helicis Opus mirandum Et alia plura iucundissima mathematicalia. In reliquis denique artibus uir subtilis & penetrantis ingenii."; Gesner 1545, f. 455^{r}f.: „Ioan. Stabius Austriacus, poeta laureatus, & Maximiliani Caesaris cosmographus ac historicus, Viennae Austriae mathemata docuit. Inter caetera nobilissima eius inuenta mathematica Georgius Tannstetter Collimitius discipulus eius ista collegit. Horoscopion uniuersale in lineis helicis, opus mirandum. Vide in Ioan. de Monte regio in margine: fol.440.a. ... Et alia plura iucundissima mathematica.".- (Gesner)/Simler 1555, f. 100^{r}a; (Gesner)/Simler 1574, S. 417a; Voss 1660,p. 297; Kästner 1797, S. 531: „Verordnete aus Achtung für ihn [= Kaiser Maximilian] und den Stiborius, öffentliche astronomische und mathematische Vorlesungen mit einer neuen Besoldung."; ADB 35, S. 337; Vogel 1973,S. 22,29 mit Literaturverweisen; Schöner 1994, passim; Binder 1998, S. 62; DBI 7, S. 3381b: Humanist, Dichter, Mathematiker; Röttel 2002.

Andreas Stöberl (Stiborius) aus Oettingen im Ries in Bayem[173], Stephan Rösel aus

173 Tannstetter 1514, f aa5ʳf: „Andreas Stiborivs Boivs[.] Philosophus Mathematicus & Theologus acutissimus. Ecclesie cathedralis Viennensis canonicus. Mathematicam multis annis publice cum magna sua gloria: & denique maxima suorum discipulorum utilitate professus est. Eius ingenii excellentia ex his operibus quae subscripto indice continentur: que & adhuc deo uolente parabit / facile probabitur.
Index lucubratorum eiusdem magistri Andree Stiborij Boij praeceptoris mei [= Liste der Veröffentlichungen des Andreas Stiborius]. ... Libellus de uariis compastis. Libellus de uariis quadrantibus Libellus de auctoribus mathematices. Praefationes in libros diuersos in mathematica a se publice professos. ... Libellus primi mobilis quadripartitus: geometrice: arithmetice: exemplariter & instrumentaliter &c.
Index vetustissimorum exemplarium magistri Andree Stiborij Boij [= Liste sehr alter Bücher im Besitz von Andreas Stiborius].
Jn perspectiua. ... Balneolum de foramine triangulari. Eundem de sinibus & chordis optimum.
Jn Geometria. Euclidem cum antiquissimo commento incerti auctoris. Geometriam commensuratoris absolutissimum opus. ... Liber Geometrie quadripartitus singularis. Quadratum geometricum cum canonibus & tabulis Georgii peurbachii. ...
Jn Astronomia. Almaiestum maius duplici translatione & glosulis. Commentarium Georgii ualle in almaiestum.... Milieus de triangulis sphericis: ... Demonstrationes albionis instrumenti nobilissimi. ... Canones Ioannis de monte regio super albione. Eiusdem super astrolabio. Eisudem super Torqueto. Eiusdem super quadrato geometrico. De ualore triangulorum Iiber antiquissimus.
Jn Arithmetica. Quadripartitum numerorum opus consummatissimum. Arithmetica Iordani. Algorismus demonstratus. Rithmomathia. De misticatione numerorum. Achmetus de proportionibus singularibus. De commensuratione motuum coeli. Dedomenorum euclidis. Iordanus de datis. Demonstrationes cosse. Jn metaphisica ....
Jn Magia. ...".
Gesner 1545, f 41ʳf.: „Andreas Stiborius Boius, Viennae Austriae Canonicus, & mathematum professor fuit, cuius lucubrationum indicem istum reperi, a Georgio Tannstetter Collimitio eius discipulo descriptum.... Libellus de uarijs compastis. Libellus de uarijs quadrantibus. ... Libellus de auctoribus mathematices. Praefationes in libros diuersos in mathematica, a se publice praelectos. ... Libellus primi mobilis quadripartitus, geometrice, arithmetice, exemplariter, & instrumentaliter, &c."; (Gesner)/Simler 1555, f 11ʳa: „Libellum de auctoribus mathematicis."; (Gesner)/Simler 1574, S. 40af; Voss 1660, p. 422f; Frobesius 1750, S. 67; Kobolt 1795, S. 669ff.; Kästner 1797, S. 531, 532; Kobolt 1824, S. 279; Gerhardt 1867, S. 46; Gerhardt 1877, S. 49-51; ADB 36, S. 162f.; Vogel 1973, S. 22; Schöner 1994, passim; Binder 1998, S. 61; DBI 7, S. 3436a: Astronom, Domherr; DSB 15, p. 475a: „Tannstetter's list, which was based upon manuscripts collected near the end of the fifteenth century by his teacher Andreas Stiborius Boius (Andreas Stöberl), appears tobe generally - and possibly completely - reliable." - Der Inhalt des in der BSB München und in der UB München - VD 16 R 2677 - vorhandenen: Andreas Stiborius und Robertus Grosseteste (Verf.): *Libellus Linconiensis de phisicis lineis, angulis et figuris, per quas omnes actiones naturales complentur* / [edente Andr. Stiborius Boius], Nürnberg 1503, sollte untersucht werden.
Hinsichtlich der gemäß Tannstetter 1514, f aa5ᵛ, im Besitz von Andreas Stöbert befindlichen „Demonstrationes cosse": Es handelt sich hierbei um den entsprechenden Teil aus *CVP 5277*, ÖNB Wien, auf den sich auch Kaunzner 1972, S. 127-158, bezieht. Eine frühe Wertung dieses Manuskripts, dessen Entstehung zwischen 1500 und 1520 anzusetzen ist, findet man bei Gerhardt 1870, S. 143-147: „In der Wiener Bibliothek gelang es mir das Manuscript aufzufinden, das zum Theil wenigstens die Grundlage zu den Schriften von Henr. Grammateus und Ch. Rudolff bildet. Es ist dasselbe Manusript, das aus dem Nachlasse Stöberl's (Stiborius) in die Wiener Universitätsbibliothek kam, und die Aufschrift hat: Regulae Cosae vel Algobrae.[1]) Es enthält am Anfang eine übersichtliche Zusammenstellung der Regeln über die algebraische Addition, Subtraction und Multiplication. Von der letztem geht es weiter zu den Potenzen und deren Bezeichnung, so daß hier die Regeln der Division ganz fehlen. ... Hieran schließen sich: Regule equationum lntroductorie in omnia que deinceps sequuntur dogmata (d. i. Beispiele). Diese Regeln, acht an der Zahl, beziehen sich auf die folgenden Formen von Gleichungen: $3x = 6$; $3x^2 = 12$; $2x^3 = 16$; $2x^4 = 32$; $3x^2 + 4x = 20$; $4x^2 + 8 = 12x$; $4x + 12 = 5x^2$; $2x^4 + 5x^2 = 52$ Nachdem nun für eine jede dieser acht Hauptregeln eine Anzahl Beispiele, die Mehrzahl lateinisch, andere in deutscher Sprache, mit ihren Lösungen beigebracht sind, folgen noch eine neunte und zehnte Regel, die des Folgenden wegen hier wörtlich angeführt werden sollen: Nona regula: Quum z [= cx^2] assimilatur re [= radice] de re [= bx], punctus (sic!)[= radix] de re [= bx] deleatur, z in se ducatur, et remanent adhuc inter se aequalia" - dies bedeutet: $cx^2 = \sqrt{(bx)}$; $(cx^2)^2 = bx$ - „Decima regula: Quum z assimilatur re [= radice] de z, tunc punctus de z deleatur, z ex altera parte in se ducatur, et remanent adhuc inter se aequalia." - dies heißt: $cx^2 = \sqrt{(c_1x^2)}$; $(cx^2)^2 = c_1x^2$ - „Das vorletzte Blatt des Manuscripts enthält ein Tableau unter der Aufschrift: Regule Cosse, in welchem die 24 Formen von Gleichungen[2]) zusammengestellt sind, die von Adam Riese ebenfalls angegeben und auch von Ch. Rudolff und Stifel erwähnt werden. Die folgende Seite des Manuscripts enthält verschiedene Bemerkungen, Zusammenstellung von bereits Erwähntem, Beispiele u. s. w. Hiervon ist die erste Bemerkung besonders wichtig:

Augsburg, Andreas Perlacher aus Witzheim in der Steiermark[174] (gest. 1551), Konrad Celtis aus Wipfeld bei Schweinfurt, Georg Tannstetter aus Rain am Lech[175] genannt Collimitius, Schüler von Stiborius[176], und Jacob Ziegler aus Landau stehen nicht nur am Rande für die weitgefächerte und tiefgreifende Bedeutung dieser für Wien so herausragenden Epoche. Die freilich für Arithmetik, Kaufmannsrechnung und Algebra wichtigsten Fachleute der zweiten Wiener mathematischen Schule waren neben Georg Tannstetter, der hauptsächlich durch seine *Uiri Mathematici quos inclytum Uiennense gymnasium ordine celebres habuit*[177] und *Contenta in hoc*

Per punctum intellige radicem. Was das in Rede stehende Manuscript besonders charakterisirt und wodurch es sich wesentlich von andern Handschriften und vielen ersten Druckwerken unterscheidet, ist die schematische Art des Ausdrucks: die Regeln, die sonst nur in Worten gegeben werden, sind hier auf kurze Weise möglichst durch Zeichen ausgedrückt.... Diese schematische Darstellung ist offenbar die Folge des Gebrauchs der Zeichen + und -, die in Deutschland zuerst auftreten. Es konnte nun demjenigen, der nicht bloß mechanisch rechnete, dem es vielmehr um die Ausbildung der Wissenschaft zu thun war, nicht entgehen, daß die Einführung anderer Zeichen für die übrigen Operationen von größtem Nutzen sein müßte. In Bezug hierauf ist hervorzuheben, was meines Wissens noch nicht geschehen ist, daß die Einführung des Wurzelzeichens ebenfalls den deutschen Algebristen zu verdanken ist. ... [1]) Das Manuscript besteht aus 33 Blättern in fol. und findet sich zugleich mit mehreren andern Manusripten aus dem Nachlaß Stöberl's in einem Band n. 5277. Da unter den darin aufgeführten algebraischen Aufgaben eine ziemliche Anzahl in deutscher Sprache beigebracht wird, so dürfte die Abfassung desselben um die Mitte des 15. Jahrh. zu setzen sein . [2]) ... es ist leicht zu sehen, daß diese 24 Formen aus den 8 Hauptgleichungen specialisirt sind. Deshalb werden sie auch später von Ch. Rudolff, Riese, Stiefel verworfen." - Curtze 1899, S. 290, erkennt bereits, daß die angesprochene Algebra in *CVP 5277*, ÖNB Wien, dem 16. Jahrhundert entstammt; siehe auch Kaunzner 1972. In ADB 36, S. 162f., steht: „Die wissenschaftliche Anregung, welche von St. [= Stiborius, Stöbert] ausging, kann keine geringfügige gewesen sein, und mit Recht wird ihm in dem Lobgedichte eines gewissen Poppenheuser auf die Wiener Mathematiker eine ehrende Anerkennung zu theil. Gewiß ist, daß er der damals noch in der Form einer gewissen Geheimlehre auftretenden Algebra kundig war, denn er sagt selbst, daß er von dem Mönche Aquinas Dacus, der als Wanderlehrer der neuen Kunst viele Jahre in Deutschland umherzog, Unterricht empfangen habe, und in seinem Besitze hat sich, wie Gerhardt nachwies, das algebraische Manuscript befunden, aus welchem die folgende Generation ihr Wissen in der ‚Coß' großentheils schöpfte."

174 (Gesner)/Simler 1555, f. 10^{v}b; (Gesner)/Simler 1574, S. 40a; DBI 6, S. 2612c: Perlach, Andreas (um 1513 - 1551): Mathematiker, Professor, Arzt, Astronom; Binder 1998, S. 63.

175 Tannstetter 1514, f. aa6^{v}: „Et Ego[.] Praeceptorum meorum doctrinam & praecepta imitatus Cathedram in Mathematic[is] disciplinis: annuente Deo & Inuictiss[imo] Illustrissimoque Romanorum imperatore Maximiliano: iam teneo / has artes pro mei ingenii uiribus profiteor: Quod si deus coelorum pius arbiter uitam mihi longiorem concesserit: curabo ne a tam doctis & exquisitissimis praeceptoribus prorsus degenerare uidear."; Gesner 1545, f. 268^{v}f.: „Georgivs Collimitius Tantesteterus [!] physicus & mathematicus Caesareus Viennae in Austria docuit post Andream Stiborium."; (Gesner)/Simler 1555, f. 59^{v}a; (Gesner)/Simler 1574, S. 225a; Voss 1660, p. 374; Kobolt 1795, S. 682-684; Kästner 1797, S. 531, 532; Kobolt 1824, S. 280f.; laut Gerhardt 1877, S. 51 Fußn. 1, wurde Georg Tannstetter dem Rosinus für die Fächer Mathematik und Astronomie beigegeben; ADB 37, S. 388f.; Vogel 1973, S. 22f.; NDB 3, S. 322b-323a; Schöner 1994, passim; Binder 1998, S. 64f.; DBI 8, S. 3517c: Astronom, Mathematiker, Mediziner, Lehrer, (1480-1535); Binder 1999, S. 29-35.

176 Tannstetter 1514, f. aa5^{r}; Gesner 1545, f. 41^{r}; Voss 1660, p. 423.

177 Tannstetter 1514. - Kästner 1797, S. 529-532, befaßt sich in „Astronomische Tafeln von Purbach und Regiomontan" unter „7. Viri mathematici ..." mit diesen Gelehrten; Graf-Stuhlhofer 1996, S. 156-171, bringt von den *Uiri Mathematici*, Tannstetter 1514, ff. aa3^{v}-aa6^{v}, einen Nachdruck und eine verdienstvolle deutsche Übersetzung. - Cantor 1900, S. 393; Vogel 1973, S. 23: „Das Buch enthält ... einen für die Geschichte der Universität bedeutsamen historischen Bericht über die berühmten Mathematiker in Wien von Heinrich von Langenstein an bis zu Tannstetters Zeit. In ihm werden ausführlich die Titel der von ihnen verfaßten Arbeiten - auch der nicht mehr vorhandenen oder noch in Bibliotheken unentdeckten - aufgeführt; ferner wird die Liste der von Regiomontan beabsichtigten Drucke und der Bestand der Bibliothek von Stiborius mitgeteilt. Sie umfaßte 66 Werke, wohl das gesamte Wissen der Zeit in Optik, Geometrie, Astronomie, Arithmetik, Metaphysik und ‚Magia'. Hervorzuheben ist in diesem Bibliothekskatalog der Eintrag einer Schrift *Demonstrationes cossae*, also einer Algebra."; Stuhlhofer 1979, S. 118-128, S. 120-126: deutsche Übersetzung; Graf-Stuhlhofer 1996, S. 84, 91-94, S. 156-171: Text und deutsche Übersetzung.

libello[178] bekannt wurde und Bedeutung erlangte, vor allem Peter Apian aus Leisnig[179] (1495-1552), von WS 1519/1520 bis 1523 Schüler von Tannstetter[180], Heinrich Schreyber aus Erfurt, Schüler von Tannstetter und Stiborius[181], der mehrere Fachbücher schrieb[182] und in seinem *Ayn new kunstlich Buech // welches gar gewiß vnd behend // lernet nach der gemainen regel Detre / welschen // practic / regeln falsi vnd etlichen regeln Cosse man // cherlay schoene vnd zu wissen notuerfftig rechnung // auf kauffmanschafft.* ..., Nürnberg 1518/1521 (Johannes Stuechs), erstmals im deutschen Sprachraum algebraische Probleme, auch quadratische Gleichungen, mittels einer eigenen Symbolik behandelte[183], und Christoff Rudolff aus Jauer in Schlesien[184], Verfasser des ersten großen deutschen Algebrabuches *Behend vnnd Hubsch // Rechnung durch die kunst= // reichen regeln Algebre / so ge= meincklich die Coss genennt werden.* ..., Straßburg 1525 (Vuolfius Cephaleus Ioanni Iung), sowie zweier bedeutender Kaufmannsrechenbücher, nämlich *Kunstliche Rechnung // mit der ziffer vnd mit den zal pfenni // gen / daraus / nit allain alles so sich in gemainen // kaufmans hendeln zuetregt /* ..., Wien 1526 (Joannes Singriener), und *Exempelbuechle, rechnung belanngund* [!] ...,Wien 1529 (Joannes Singriener). - Christoff Rudolff bezog sich direkt auf Heinrich Schreyber: „Jch hab von meister Heinrichen / so grammateus genennt / der Coss anfengklichen bericht emphangen: Sag im darumb danck."[185]

Es war die Zeit in der vorhandene Wissensgebiete erstmals durch den Druck einer relativ großen Anzahl von Interessenten vermittelt werden konnten. Die indischarabischen Ziffern hatten sich in Fachkreisen inzwischen eingebürgert, so daß der Blick auf das Verbreiten spezieller Kenntnisse hin gerichtet war. Algebra, Trigonometrie und Kaufmannsrechnen standen nun im Vordergrund. Heinrich Schreyber und Christoff Rudolff, die in ihren schaffensreichen Jahren in Wien wohnten und arbeiteten, verfaßten die beiden ersten gedruckten Lehrbücher zur Algebra in deutscher Sprache[186].

---

178 Tannstetter 1515: *Contenta in hoc libello* ist ein Sammelband von fünf Editionen: Arithmetica communis. Proportiones breues. De Iatitudinibus formarum. Algorithmus M. Georgij Peurbachij in integris. Algorithmus Magistri Joannis de Gmunden de minucijs phisicis; s. hierzu Smith 1970, p. 117f. - Cantor 1900, S. 393; Stuhlhofer 1979, S. 138; Graf-Stuhlhofer 1996, S. 84, 89f.

179 Gesner 1545, f. 544^{r}; (Gesner)/Simler 1555, f. 145^{r}b; (Gesner)/Simler 1574, S. 552a; Voss 1660, pp. 188, 253, 334, 424; Kästner 1796, S. 40; Kästner 1797, S. 331-334, 566-578; Stumpf 1865, S. 112-115; ADB 1, S. 505f.; DSB 1, p. 178bf.; NDB 1, S. 325a-326b; Schöner 1994, passim; Röttel 1995.

180 Von Khautz 1755, S. 47f.; Graf-Stuhlhofer 1996, S. 22 mit Fußn. 32, S. 56; Schöner 1994, S. 359, Fußn. 4.

181 Vogel 1973, S. 23, S. 29 Fußn. 78: „Als Schüler von Tannstetter und Stiborius bezeichnet sich Grammateus in seinem ‚Libellus de compositione regularum pro Vasorum mensuratione', Wien 1518, f. A2'"; Graf-Stuhlhofer 1996, S. 56.

182 Meretz/Weidauer 1996.

183 Vogel 1973, S. 23.

184 Kaunzner/Röttel 2006.

185 Rudolff 1525, f [CCvj]^{r}.

186 Während Schreyber 1518/1521 nur einen Abschnitt mit symbolischer Algebra enthält, ist Rudolff 1525 das erste deutsche Fachbuch der algebraischen Gleichungslehre.

Durch die ab der Mitte des 20. Jahrhunderts verstärkte und gezielte Beschäftigung mit der Geschichte der Mathematik und der Naturwissenschaften ließen sich die Lebensbilder mancher damaliger Wissenschaftler aus dem hiesigen Sprachraum - wenn man sowohl auf die Ergebnisse von Symposien, als auch von 500-Jahr-Feiern zurückgreift - zumindest der Vergessenheit entreißen, bisweilen sogar ziemlich klar zeichnen.

Die bedeutendsten Vertreter der zweiten Wiener mathematischen Schule

[Ila] Heinrich Schreyber aus Erfurt, genannt Grammateus[187]

Man weiß nur wenig oder fast nichts von Kindheit und Jugend Heinrich Schreybers, und folglich gab es zunächst lediglich spärliche Nachrichten über diesen Mann[188] bis auch er in den Standardwerken der Geschichte der Mathematik seinen bleibenden Platz fand. Ab 1507 studierte er in Wien und in Krakau, spätestens Ende 1517 kehrte er mit gräzisiertem Namen nach Wien zurück, am 3. Mai 1518 erschien er als Magister Grammateus, WS 1518/1519 wurde er zum Examinator der Baccalarianden gewählt, 1521 ging er wegen der grassierenden Pest nach Nürnberg, dann nach Erfurt, bevor er im WS 1525/1526 in Wien erneut zum Procurator der sächsischen Nation gewählt wurde; dieses Amt konnte er jedoch vermutlich nicht mehr wahrnehmen, da Eintrag „sed obiit[189].
Heinrich Schreiber gab einige Schriften heraus, die zum Teil öfters erschienen[190] allerdings auch posthum. Es dauerte bis zur Mitte des 19. Jahrhunderts, bis man sein bereits erwähntes *Ayn new kunstlich Buech*, Nürnberg 1518/1521, als den ersten hiesigen algebraischen Druck erkannte, denn so wie Adolph Drechsler, der damalige Biograph von Christoff Rudolff[191], sich 1851 mangels anderer Nachweise bei seinen Recherchen auf eine spätere Ausgabe von dessen Algebrabuch von 1525[192] durch Michael Stifel[193] (1487? - 1567) stützen mußte, ebenso sprach er irrtümlich hierbei von Rudolffs Opus als „dem ersten in deutscher Sprache gedruckten algebraischen Werke"[194].

187 (Gesner)/Simler 1574, S. 278a: „Henrici Grammatei libellus de arte vasandi, impressus Viennae. Eiusdem Arithmetica Germanica cum regulis Cos. excusa.""; Gerhardt 1867, S. 49-53; Gerhardt 1870, S. 151; Gerhardt 1877, S. 36-38; Treutlein 1879, S. 13f. und passim; Mülle 1896; Cantor 1900, S. 395- 397 und passim; ADB 9, S. 578; NDB 6, S. 738a-739a; Meretz 1976; Weidauer 1996; Binder 1998,S. 63f.; DBI 3, S. 1156b, und 7, S. 3199a: Mathematiker, Astronom.

188 ADB9 S. 578 benennt als Quellen nur Gerhardt 1867 und Gerhardt 1870; enthält die vermutlich fragliche Behauptung: „... auch Adam Riese schöpfte aus seinen Schriften Material für den [!] Coß".

189 Ausführliches hierzu bei Müller 1896, S. 9-16.

190 Titelseiten, bibliographische Details und Standortverzeichnisse bei Meretz/Weidauer1996.

191 Drechsler 1851.

192 Rudolff 1525.

193 Stifel 1553/1554.

194 Drechsler 1851, S. 4. - Hierzu auch Kaunzner/Röttel 2006, S. 17.

Carl Immanuel Gerhardt wies 1867 nach, daß das früheste deutsche Lehrbuch mit algebraischen Abschnitten von Heinrich Schreyber verfaßt wurde: „Es ist bemerkenswerth, daß in den ersten Decennien des 16. Jahrhunderts fast gleichzeitig drei Schriften über die Algebra in Deutschland verfaßt wurden: 1. Ayn new kunstlich Buech ... Gemacht auff der löblichen hoen schul zu Wienn in Osterreich durch Henricum Grammateum, oder Schreyber von Erffurdt der sieben freyen künsten Maister. Die Vorrede schließt: Geben zu Wienn in Österreich jm jar MDXVIII.
2. Behend vnnd Hübsch Rechnung durch die künstreichen regeln Algebre ... Zusamen bracht durch Christoffen Rudolff vom Iawer. Der Druck ist vollendet im Januar des Jahres 1525. 3. Die Coß von Adam Riese, im Jahre 1524 geschrieben. - Demnach ist nicht Ch. Rudolff der erste deutsche Schriftsteller über Algebra, wie man bisher allgemein angenommen hat, sondern Henricus Grammateus (Schreyber) von Erfurt, auf dessen Rechenbuch noch Keiner in dieser Hinsicht aufmerksam gemacht hat."[195] - Zehn Jahre später schrieb der nämliche Autor: „Henricus Grammateus (Schreyber) von Erfurt, dessen Name in der mathematischen Literatur gegenwärtig fast verschollen ist und von dessen Schriften in den Bücherverzeichnissen sehr selten ein Titel erwähnt wird, gehörte zu den bessern Mathematikern der Wiener Schule im Anfang des 16. Jahrhunderts. Er kam um das Jahr 1512 nach Wien und bildete sich unter Andreas Stiborius (Stöberl) und Georg Tannstetter von Rayn (Collimitius)[196]. Um 1520 ging er nach Erfurt zurück; ein Rechenbuch für Anfänger: Algorithmus in integris et fractis, aus dem Jahre 1523, durch ein Gedicht von Eobanus Hessus eingeleitet, ist aus Erfurt datirt. Daselbst wandte er sich, wie Ad. Riese in seiner handschriftlich vorhandenen Algebra berichtet[197], der Astronomie zu."[198]

Mit der Lehre von den algebraischen Gleichungen setzte sich Heinrich Schreyber nur in Ayn new kunstlich Buech, Nürnberg 1518/1521 (Johannes Stuechs), Oktav, 124 Blatt, „Mit Kayserlichen gnaden vnd Priuilegien das buech nicht nach zu trocken in sechs jaren"[199], freilich ziemlich ausgiebig, auseinander[200]. Dieses Werk, in

195 Gerhardt 1867, S. 48.

196 Im *Libellus de compositione regularum pro uasorum mensuratione* ... , Wien 1518, f. A2^{r}, bezeichnet er - wie bereits erwähnt - die beiden Genannten als seine Lehrer; in Schreyber 1518/1521, f. Aij^{v}, endet die Widmung an „Johannsen Tschertte ainer des Senats zu Wienn vnd Hospitalmaister daselbst": „Vnd gruesset meinen lieben preceptorem vnd hern Joergen Tansteter / der siben freyen kuensten vnd ertzney doctor / dann icn mueß yetzund eylent gen baden dz ich zu jm nicht mag kommen[.] Geben zu Wienn in oesterreich jm jar nach der gepurdt vnsers seligmachers MDXViij."

197 „Coß" von Adam Ries im Erzgebirgsmuseum Annaberg-Buchholz, S. 3: „Des ich mich alleweg gewidertt vnd eur achtparkeitt [= Georg Stortz] geweysett an den wolerfarnen wolgelartenn Magistrum Henricum gramatheum Mathematicum Der kurtzlich angefangen Zu schreybenn / auch etwas von der x [= Coß] berurtt Der in lateinischer Zungen erfarnn Die bucher Euclidis Vnd andere Zur sach dinendtt gelesenn Aber eur achtparkeit Hat mich solchs nichtt erlasen wolln sonder vonneltt Wie berurtter Heinrich Schreyber Mathematicus vnd magister sich Vnderstehe Der Astronomey itzt Zu diser Zeitt ...".

198 Gerhardt 1877, S. 36 Fußn. 2.

199 Schreyber 1518/1521, Titelseite. - Posthume Nachauflagen - hierzu Meretz/Weidauer 1996, S. 150 - 155, - erschienen in neuem Satz und mit verändertem Buchtitel: Frankfurt/Main 1535 (Christian Egenolff), Frankfurt/Main 1544 (Christian Egenolff), Frankfurt/Main 1572 (Christian Egenolffs Erben); die Angabe bei Kaunzner 1996/2, S. 30, ist undeutlich.

200 Der folgende Inhalt von Schreyber 1518/1521 ist großenteils abgeglichen mit Kaunzner 1996/2.

dem die ersten gedruckten deutschen Algebraabschnitte enthalten sind, besteht aus:
Teil 1: Einführende Operationen beim Ziffern- und Linienrechnen; Vorbereitung der Gleichungslehre; Theorie der Gleichungslehre, anschließend 27 umfangreiche Textbeispiele hierzu; „Arithmetica applicirt oder gezogen auff die edel kunst Musica."; Buchhaltung[201].
Teil 2: Visierkunst[202].
[IIa)1a)] Ff. [F vij^r]-[H viij^r] Die Vorbereitung auf die Gleichungslehre beginnt auf f. [F vij^r]: „Fahet an ain newe vnnd besunder art der rechnung gezogen auß den regeln Cosse gleichformig in der uebung allain das die namen der quantitet [= Potenzen der Unbekannten] sein vorandert mit gnugsamer vrsach hernach erzelt." - Heinrich Schreyber schlug einfachere Bezeichnungen für die Potenzen der algebraischen Unbekannten als andere Cossisten vor, die auch leicht im Druck wiederzugeben waren: N [= Numerus, Konstante], 1a: pri, 2a: se, 3a: ter, 4a: quart, 5a: quint, 6a: sex, usw.; seine Aufmerksamkeit galt hierbei vordringlich dem Rechnen mit Potenzen, so daß er z. B. aus

N	1	2	3	4	5	6	...	14	15	16
1	2	4	8	16	32	64	...	16384	32768	65536

vier Regeln herleitete:

1) Halbieren oben führt zur Quadratwurzel unten: 14:2 = 71; $\sqrt{16384} = 128$,
2) „numerus quadrangularis" unten, wenn oben eine ungerade Zahl in zwei Summanden zerlegt wird: 15 = 8+7; 32768 = 256·128,
3) Dritteln oben führt unten zu Kubikwurzelziehen: 15:3 = 5; $\sqrt[3]{32768} = 32$,
4) unten ein „corpus columnare", eine körperliche Zahl, in drei Faktoren zerlegen, dann oben drei Summanden bilden: 10 = 2+3+5; 1024 = 4·8·32.
[IIa)1a)1)] Ff. G iij^r - H ij^r: In „Ain Algorithmus in gantzen / nutz den regeln Cosse." wird Addieren, Multiplizieren, Subtrahieren und Dividieren der cossischen Zeichen gelehrt, wobei eine entsprechende Schreibart wie in *CVP 5277*, ff. 4^r-7^r, erscheint; eine Multiplikations- und eine Divisionstabelle verdeutlichen dies zusätzlich und anschaulich (Abb. 7);
[IIa)1a)2)] Ff. H ij^r - H iij^v: Entsprechend werden im Algorithmus in Brüchen die Grundrechenarten gelehrt; Beispiele unserer Form $((5x)/(6x^2)):((7x^3)/8x^4))$, mit Probe durch Einsetzen eines Zahlwertes;
[IIa)1a)3)] Ff. H iij^v - H iiij^v: Regula detri in ganzen Zahlen;
[IIa)1a)4)] F. H iiij^v: Regula detri in Brüchen;
[IIa)1a)5)] Ff. H iiij^v - [H vj^v]: Beim Quadratwurzelziehen „Distinguere oder vorzaichen dein vorgelegte zal mit puncten"; an jeder ungeraden Stelle von rechts wird über den Radikanden ein Punkt gesetzt, um die Anzahl der Ganzen zu finden; durch Anhängen von Nulldupeln ergibt sich eine größere Genauigkeit 54768 → 547680000, Ergebnis 234 1/50;

201 Die hier auftretenden Abschnitte „Buchhaltung" und „Visierkunst" behandelt Röttel 1996.

202 Siehe vorige Fußn.

[IIa)1a)6)] Ff. [H vj^{v} - [H viij^{r}]: Beim Kubikwurzelziehen werden durch übergesetzte Punkte Dreiergruppen im Radikanden gebildet; vorgegangen wird gemäß $(u+v)^3 = u^3+...$; durch Anhängen von Nulltripeln wird Genauigkeit erhöht, etwa: $\sqrt[3]{7}$ führt zu 1 91/100 bzw. 1 54 Minuten 36 Sekunden, also sexagesimales Ergebnis.
Ff. [H viij^{r}]-L iiij^{v} In diesem Abschnitt behandelt Heinrich Schreyber die algebraische Gleichungslehre.
[IIa)1b)] Auf ff. [H viij^{r}] - J iiij^{v} erläutert er seine sieben Lösungsvorschläge für algebraische Gleichungen, wobei im Ansatz jeweils nur positive Koeffizienten zugelassen werden. Anders als andere Cossisten, die sich gewöhnlich auf 24 Gleichungsregeln bezogen, wählt Heinrich Schreyber einen Kanon von deren sieben. Ihm geht es vorwiegend darum, aus

N	1	2	3	4	5	6
1	n	n^2	n^3	n^4	n^5	n^6

mit jeweils um 1 wachsendem n auf die hieraus erkennbaren Proportionen zurückzugreifen: „Von der vorgleychung der quantitet zusammen welche sich haben jn der proportion nachaynander / sindt zu mercken etliche schone regel auß welchen dann entspringt ain gRoser vorstant vieler subtiler rechnung" basiert darauf, der Gleichungslehre die Eigenschaften der fortlaufenden Proportion
$1:x = x:x^2 = x^2:x^3 = ...$ unterzuordnen[203]. Er betrachtet folgende Fälle:

1) $Bx^{n+1} = Ax^n$ vermittels

N	1	2	3	4	5	6	wird gebildet
1	2	4	8	16	32	64	

$2x^6 = 4x^5$, gekürzt $2x = 4$.

2) $Cx^{n+2} = Ax^n$ liegt

N	pri	2	3	4	5	6	zugrunde, so daß in
1	3	9	27	81	243	729	

$3x^3 = 27x$ gekürzt und die Quadratwurzel gezogen wird.

3) $Dx^{n+3} = Ax^n$ wird durch

N	1	2	3	4	5	6	aufgezeigt;
1	4	16	64	256	1024	4096	

im Beispiel $2x^5 = 128x^2$ erfolgt Lösung durch Kürzen und Kubikwurzelziehen.

4) $Cx^{n+2} + Bx^{n+1} = Ax^n$; vermittels

N	pri	se	ter	quart	quint	hat die
1	5	25	125	625	3125	

Aufgabe $2x^4 + 1x^3 = 55x^2$ gemäß $x = \sqrt{((B/2C)^2+A/C)} - B/2C$ nur die eine Lösung $x = 5$; Probe wird durchgeführt. Koeffizient 1 wird mit angeschrieben; Heinrich Schreyber verwendet bereits die allgemeinen Buchstaben $a = A/C$; $b = B/C$.
5) $Cx^{n+2} + Ax^n = Bx^{n+1}$ wird gemäß „Multiplicire das halbtayl b sich vnd von dem product subtrahire a vnd des uebrigen radix quadrata sal addrrt werden um halben tayl

203 Gerhardt 1867, S. 51.

b so kumbt valor 1 pri. Auch begibt es sich das sulchs vnder zeitten wirdt subtrahirt vom halben tayl b." und a = A/C; b = B/C angegangen, so daß- traditionsgemäß - die Doppellösung $x_{1,2} = B/2C \pm \sqrt{((B/2C)^2-(A/C))}$ erscheint; bei diesem Gleichungstyp gab es in der einschlägigen Literatur vor 500 Jahren allerhand Unstimmigkeiten[204]. Aus der Gegenüberstellung

N	pri	se	3a	4a	5a	6a	werden die
1	6	36	216	1296	7776	46656	beiden

Exempel $2x^2 + 18 = 15x$ mit Lösung $x_1 = 15/4 + \sqrt{((15/4)^2 - 9)} = 15/4 + 9/4 = 6$ und $2x^2 + 500 = 95\ 1/3\ x$ mit $x^2 = 143/6 - \sqrt{((143/6)^2 - 250)} = 143/6 - 107/6 = 6$ vorgeführt, wie dies von ihm geplant wurde[205] (Abb. 8).

6) $Bx^{n+1} + Ax^n = Cx^{n+2}$ führt auf die Lösung $x = \sqrt{((B/2C)^2 + A/C)} + B/2C$.

Gemäß der „proportion septupla"

N	pri	2a	3a	4a	5a	wird
1	7	49	343	2401	16807	

die Fragestellung $12x + 24 = 2\ 10/49\ x^2$ konzipiert; Lösung x = 7 wird geprobt.

7) $Ex^{n+4} = Ax^n$; die letzte Gleichungsform; $5x^5 = 20480x$, dargestellt gemäß der „proportion octupla", gelöst durch Kürzen und zweimal Quadratwurzelziehen. Heinrich Schreyber resümiert auf f. J iiij^r: „Aller der auffgab berichtung ist begriffen jn den obheschriben [!] sieben regeln." : Vor den Textaufgaben folgt „Ain Cautel" d. h. eine Sicherung: Gleichartige Glieder auf verschiedenen Seiten werden geeignet zusammengefaßt; dies gilt auch entsprechend - für Multiplizieren Dividieren und „jn sich zu multipliciren" [= Potenzieren]-Radizieren.

[IIa)1c)] Auf ff. [J v^r] - L iiij^v finden sich 27 einschlägige Textbeispiele[206]. Die 15 zu Typ 1) werden sowohl durch die *Regula falsi* behandelt, als auch durch $Bx^{n+1} = Ax^n$; die sechs weiteren Lösungsvorschriften werden anschließend der Reihe nach bei Aufgaben der anderen Typen wie folgt herangezogen: zwei, zwei, drei, zwei, eine mit zusätzlicher zweiter Fragestellung, eine (Abb. 9). - Seinen vornehmlichen Leserkreis spricht Heinrich Schreyber auf f. Q ij^r an: „... dann ich hab allayn geschriben vor die jungen anfenger jn d' kunst mathematica." - Das kaiserliche Druckprivileg für dieses Buch wurde ihm am 20. Juli 1518 erteilt.

---

204 Man sehe diesbezüglich z. B. Rudolff 1525, f. H 1^r; Wappler 1887, S. 11 f. und 14; Curtze 1902, S. 494f.; Ries 1992, S. 265 und 267; Kaunzner 1996/2, S. 46.

205 Wie bei Treutlein 1879, 72f., und Kaunzner 1996/2, S. 46, bereits moniert wurde, sollte diese Problematik einmal gesondert aufgegriffen werden.

206 Kaunzner 1996/2 S. 49: „Es handelt sich zum Teil um Aufgaben, die in der Tradition der muslimischen Überlieferung und der mittelalterlichen Klosterliteratur stehen und auch bei anderen Cossisten anzutreffen sind; dies zeigen sowohl die behandelten Themen und die verwendeten Begriffe, als auch die Handelsgüter und die Städtenamen. Einzelne Beispiele stimmen mit denen anderer Cossisten in den Zahlwerten überein. Die Formulierungen erscheinen freilich zum Teil so unklar, daß es fraglich erscheint, ob der normale Leser hiermit zurecht kam. Auch dies mag mit Heinrich Schreybers vordringlichem Bestreben zusammenhängen, die eigentliche Gleichungslehre der Lehre von den Potenzen unterzuordnen. Einfachste Fragestellungen wechseln mit sehr komplizierten ab."; diese werden dort auf den Seiten 48-56 besprochen.

[IIa)2)] Heinrich Schreybers weitere Schriften[207] zeugen von der Vielseitigkeit seiner Interessen:
[IIa)2)1)] *Algorithmvs proportionvm vna cvm monochordi generis dyatonici compositione.*, Krakau 1514 (Volfgangus De argentina);
[IIa)2)2)] *Libellus de compositione regularum pro uasorum mensuratione.* ..., Wien 1518 (Joannes Singrenius);
[IIa)2)3)] *Behend vnnd khunstlich Rechnung nach der Regel vnd welhisch practic / mit sambt zuberaittumg der Visier ym quadrat vnd triangel.*, Nürnberg 1521 (Johannes Stuechs);
[IIa)2)4)] *Ein kunstreich vnd behendt Jnstrument zu wissen am tag bey der Sonnen vnd in der nacht durch die Stern mancherley nutzberperkeit vnd aufgab in allen orten vnd endt der welt*, Nürnberg 1522 (Hieronimus Hoeltzel);
[IIa)2)5)] *Eynn kurtz newe Rechenn vnnd Visyr buechleynn* ..., Erfurt 1523 (Matthes Maler);
[IIa)2)6)] *Hoc in libello hec continentvr ... Algorismus de integris[.] Regula de tri cum exemplis[.] Datum per eandem regulam Vti cognita vnius vasis quantitate omnium aliorum vasorum quantitatem reperias*, Erfurt 1523 (Johannes Cnappus);
[IIa)2)7)] *Tabula cognoscenduorum secundum communes & planetares horas humorum*:, in: Eobanus Hessus (Ed.): *Bonae valetvdinis conseruandae praecepta ad Magnificum D. Georgium Sturtiaden* [= Georg Stortz (1490-1548)], Erfurt 1524 (e Regione diui Servatij).

[IIb] Christoff Rudolff aus Jauer in Schlesien[208]

Auch über Christoff Rudolff gibt es in der Zwischenzeit viel mehr zu sagen, als dies etwa um 1850 herum der Fall gewesen wäre.
Vieles trennt einerseits Heinrich Schreyber und seinen Schüler Christoff Rudolff berufsmäßig und als Autoren algebraischer Werke. Der eine ging neue Wege: Der Lehre von den Gleichungen widmete er nur einen Teil seines hier besprochenen Ayn new kunstlich Buech[209] - seine Interessen waren breit gefächert und lagen deshalb auch anderswo; er diskutierte sieben Gleichungstypen, wobei er nicht die bereits in Handschriften übliche und somit gängige Schreibart für die algebraischen Potenzen heranzog, sondern andere Formen wählte[210], zudem sah er das Rechnen mit Potenzen als den eigentlichen Zweck der Algebra an; er hatte schon die wissenschaftliche

207 Die Angaben stammen aus Meretz/Weidauer 1996.

208 Gesner 1545, f. 167^{v}: „Christophori Rhodolphi Arithmetica."; (Gesner)/Simler 1555, f. 34^{r}a; (Gesner)/Simler 1574, S. 123b: „Christophorus Rodolphi scripsit Germanica lingua librum de Algebra seu regulis Cossicis: item alium De arte supputandi, & praxi Italica."; Kästner 1796, S. 163-173: „II. Christoph Rudolphs Coß, durch Stifel."; Gerhardt 1867, S. 53f.; Gerhardt 1870, passim; Gerhardt 1877, S. 38-41; Treutlein 1879, S. 15-17 und passim; Cantor 1900, S. 424-429 und passim; Berner 1901, S. 11; ADB 29, S. 571f.; DSB 11, pp. 589b-592a; Kaunzner 1970; Kaunzner 1972; Meretz 1976; Tropfke 1980, passim; Kaunzner 1996/1; DBI 6, S. 2959c: Rechenmeister, (gest. 1. H. 16. Jh.); NDB 22, S. 198ab; Kaunzner/Röttel 2006.

209 Schreyber 1518/1521.

210 Diese, nämlich 1a, 2a, 3a usw. für das spätere x, x^2, x^3 usw., treten zumindest ähnlich auch in *CVP 5277* ÖNB Wien, ff. 5^{v} und 7^{r}, auf.

Laufbahn eingeschlagen, auch wenn er wegen der Pest 1521 nach Nürnberg ging, wobei er wohl seine Manuskripte im Gepäck hatte, dann noch einmal seine Heimatstadt Erfurt aufsuchte, bevor er schließlich im Sommer 1525 wieder nach Wien zurückkehrte, vielleicht um als etwa 30-jähriger in der Stadt seiner Erfolge seßhaft zu werden. - Christoff Rudolff wählte ausgetretenere Pfade: Er nützte die Gunst der Stunde, indem er in seiner *Behend vnnd Hubsch Rechnung*, Straßburg 1525, in seiner „Coss" - es handelt sich um das erste große Lehrbuch der Algebra in deutscher Sprache - die Kenntnisse dieser modernen Wissenschaft in bewährtem Gewand der Fachwelt vorlegte, denn er benützte die bei den deutschen Cossisten bereits eingebürgerte Schreibart; er behandelte acht Typen von Gleichungen, wiewohl er darauf verweist, daß er auch deren hundert einführen könnte[211]; über seinen Arbeitsplatz läßt sich nicht viel sagen[212]; offenbar erwarb er im Jahre 1535 in Wien das Haus Rathstraße Nr. 1138, jetzt Bräunerstraße Nr. 12 in der Inneren Stadt[213], und er soll während seines ganzen Berufslebens als Rechenmeister und Privatlehrer in keinem anderen Ort tätig gewesen sein[214]. Aus welchem Grund seine „Coss" im Jahre 1525 in Straßburg gedruckt wurde, ließ sich nicht herausfinden.

211 Man sehe den ersten Absatz des folgenden Abschnitts [IIb)2a)].

212 Juschkewitsch 1964, S. 422: „Rudolff war in Wien als Privatlehrer der Mathematik tätig "; DSB 11, 589b: „Rudolff must have been in Vienna before 1521. He supported himself by giving private lessons, p. 591a footn.1: „As late as 1850 nothing was known in Vienna concerning the circumstances of Rudolffs life."

213 Ulbrich 1971, S. 47 mit Fußn. 11), sowie Auskunft vom Stadt- und Landesarchiv Wien; hierzu Kaunzner/Röttel 2006, S. 15 mit Fußn. 7, und S. 134.

214 Die Notiz bei Jöcher 1751, Sp. 2288: „Rudolph, oder Rudolf, (Christian), ein Mathematicus, florirte zwischen 1512 und 1548 zu Venedig, und schrieb Regulam Coss, welche Mich. Stiefel ins Deutsche übersetzt; *Vite de „Pittorri"* ist zu undeutlich, um ihr erfolgreich nachgehen zu können; siehe Kaunzner/Röttel 2006, S. 23.

Die beiden, den Lehrer Heinrich Schreyber und seinen Schüler Christoff Rudolff, verband jedoch mehr, als daß es sie trennte: Jeder von ihnen schrieb in Wien ein aktuelles Werk über eine neue Wissenschaft, in welchem neben deren einleitender Theorie und den Beispielgruppen arithmetische und geometrische Folgen einander gegenübergestellt wurden; eine geschickte Schreibweise und der Hinweis auf die hierbei erkennbaren Eigenschaften der Glieder in beiden Folgen zeigten den Weg in Richtung Logarithmen auf[215]. Diese Erkenntnis war damals zwar nicht mehr neu, denn sie fand sich schon in Leipziger Handschriften aus der Zeit um 1480[216], doch erst im Buchdruck gelangte sie auch an die Leute, die hieraus weitere Schlüsse ziehen konnten.
Es ist anzunehmen, daß Christoff Rudolff Kindheit und Jugend in Jauer verbrachte, denn die Quellen über seinen Lebensweg fließen noch spärlicher als bei seinem Praeceptor Heinrich Schreyber; ob er jenen in Krakau oder in Wien kennenlernte, bleibt genau so fraglich. Auf Christoff Rudolff wurde man ebenfalls erst um die Mitte des 19. Jahrhunderts herum aufmerksam, und es dauerte lange, bis auch ihm die Fachwelt gebührende Anerkennung zollte[217]. Seine „Coss" erfuhr durch Michael Stifel unter dem Titel *Die Coss Christoffs Rudolffs*, Königsberg 1553/1554, eine erweiterte Neuauflage[218], die angeblich bereits im Jahre 1571 vom Bamberger Rechenmeister Stephan Brechtel (1523-1574) als *Erklärung, über die gründliche Unterweisung und Demonstration, die Michael Stiefel zu Christoph Rudolphen teutscher Coss A. 1553. ediret"* kommentiert wurde[219].

Christoff Rudolffs *Behend vnnd Hubsch Rechnung durch die kunstreichen regeln Algebre / so gemeincklich die Coss genennt werden,* Straßburg 1525 (Vuolfius Cephaleus Ioanni Iung), Oktav, ff. [Ai] - [CC viij], mit kaiserlichem Schutzprivileg auf drei Jahre, gewidmet Herrn Sebastian, *Bischof zu Brixen*, ist gegliedert in:
1) Ff. A ij^{v} - G v^{v}: Teil I zu zwölf Kapiteln,
2) Ff. [G vj^{r}] - CC iij^{r}: Teil II zu drei „Unterschieden".

Der Inhalt von Christoff Rudolffs „Coss", von seiner *Behend vnnd Hubsch Rechnung,* Straßburg 1525[220]:

[IIb)1)] In Teil I geht es um die arithmetischen Grundlagen, sowie um die für die Algebra nötigen Vorbereitungen.

---

215 DSB 11, p. 591a: Rudolffs work „gives a hint of the beginnings of exponential arithmetic and the fundamental idea of logarithms - that is, setting x^0 equal to 1."

216 In Kodex *C 80*^{m}, SLUB Dresden, beginnt der „Algorismus de Proportionibuß Quam foeliciter incipit.", f. 41^{r}: „Notabilia in proporcionibus: Addere: Est multiplicare. Subtrahere: Est diuidere. Duplare siue multiplicare: Est in se ducere. Mediare aut diuidere: Est radicem extrahere.", abgedruckt bei Kaunzner 1968, S. 112.

217 Ausführlich hierzu Kaunzner/Röttel 2006, S. 15-26.

218 Stifel 1553/1554; weitere Auflagen: S. 1. 1571; Amsterdam 1615.

219 Diese von Doppelmayr 1730, S. 158, aufgestellte Behauptung, die sich bis vor kurzem durch die Literatur hinzog, ließ sich - siehe Kaunzner/Röttel 2006, S. 16f. mit Fußn. 10 -, nicht klarstellen.

220 Die folgenden Ausführungen sind abgeglichen mit den Angaben in Kaunzner/Röttel 2006.

[IIb)l)l)] - [IIb)1)4)] Ff. A iij^{v} - Dij^{r} Algorithmus in ganzen Zahlen; Algorithmus in Brüchen; Regel de tri; Quadrat- und Kubikwurzelziehen;
[IIb)1)5)] Ff. D ij^{r} - E i^{v}: „Jst von dem algorithmo der Coss so zu latein genennt würt"; Christoff Rudolff rechnet mit Aggregaten; er führt + und - ein; er erläutert die cossischen Zeichen für die Potenzen der algebraischen Unbekannten bis einschließlich Grad neun, stellt diese in Verbindung mit Ganzen und mit Brüchen als geometrische Folge auf, zeigt schematisch deren Multiplikation und Division, erläutert Vorzeichenregeln und den Rechenvorgang in Aggregaten; er bildet schließlich

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9,	womit er
x^0	x	x^2	x^3	x^4	x^5	x^6	x^7	x^8	x^9	den

Einstieg für die Rechnung mit Logarithmen vorbereitet;

[IIb)1)6)] Ff. E i^{v} - E iiij^{r}: Aggregate im Bruchrechnen;
[IIb)1)7)] Ff. E iiij^{r} - [E viij^{r}]: „Lernt einen algorithmum zu latein genent de surdis quadratorum."; „Zu mercken dz radix quadrata in disem algorithmo: von kürtz wegen: vermerckt würt mitt solchem charakter √ als √4 bedeüt radicem quadratam auß 4.", d. h., ein vorgesetzter Haken bildet das Quadratwurzelzeichen; die vier Grundrechenarten werden auf Ausdrücke wie √a + √b usw. angewandt;
[IIb)1)8)] Ff. [E viij^{r}] - F iij^{v}: Christoff Rudolff führt einen eigenen „Character" für die „radix cubica" ein;
[IIb)1)9)] Ff. Fiij^{r} - [F vj^{v}]: „Lernt einen algorithmum zu latein genent de surdis quadratorum de quadratis."; es geht um ein eigenes Symbol für „4. Wurzel aus" und um zugehörige Beispiele;
[IIb)1)10)] Ff. [F vj^{v}] - G ij^{v}: „Lernt einen algorithmum zu latein genent de binomijs et residuis.", die vier Grundrechenarten angewandt auf a ± √b;
[IIb)1)11)] Ff. G ij^{v} - G iij^{v}: Quadratwurzelziehen aus binomischen Zahlen und „so du auß einem residuo hast radicem extrahirt", d. h. √(a ± √b); Probe durch Einsetzen von Zahlwerten;
[IIb)1)12)] Ff. G iij^{v} - G v^{v}: „Lernt die fünff geschlecht der proporcionirten zalen": Multiplex, Superparticulare, Superpartiens, Multiplex superparticulare, Multiplex Superpartiens; „Wie man erkennen sol die proportzen der gebrochnen zalen." Es geht hierbei um das Verhältnis von zwei Zahlen und evtl. um dessen Ergebnis als Bruch.

[IIb)2)] Ff. [G vj^{r}] - CC iij^{r}: „Der ander teil dis buchs würt geteilt in drey vnterscheidt."
[IIb)2a)] Ff. [G vj^{r}] - H iij^{r}: Diese „vnterscheidt" beginnt: „Die Erst. Erzelt 8 regln der coss mit gemeinen exempln. Zum Leser. Laß dich nit irren/ das etlich bißher vnd noch/ von 24 regeln der coss groß geschrey machen. Dann angesehen ire meinung/ vnd die cauteln [= Beachtungsregeln] (dere sye sich zu völliger zal der 24 auch behelffen) will ich auß den 8 regln nit 24 / sunder etlich vnd hundert machen. Jst nemlich ein verdrüßlicher überfluß / von einer kunst groß geschwetz treiben / so mit eim wenigern nit allein ordenlicher sunder auch verstentlicher vnd volkumlicher mag dargeben werden. Dahin ists auch komen das man die cauteln für regeln (das kein alter je gedacht) angezogen hat. Als / wann x ist gleich √x. item wann x^2 ist

gleich √x etc. hab ich dir im besten nit woellen verhalten. Jn disem andern fürnemlichsten teil werden nachgesetzt / acht regln der vergleichung [= Gleichungsregeln] / in welchen dann die coss gegründt ist. Damit aber bekant werde der vrsprung von welchen geflossen ist der namen diser uebung / dz es die Coss genennt würt / Verstee / dz die alten diß werck genennt haben ein kunst von dingen. darumb das durch sye verborgenheit der fragen so von dingen: das ist von zal vnd maß: geschehen / auff geloest werden. Das bezeügen alte buecher nit vor wenig jaren von der coss geschriben[221] / / in welchen die quantitetn [= die algebraischen Potenzen]/ als dragma / res / substantia[222] etc./ nit durch character [= Symbol] sunder durch gantz geschribne wort dargegeben sein / vnd sunderlich in practicirung eins yeden exempls / die frag gesetzt / ein ding / mit soelchen worten / ponatur vna res. Dweil nun dise kunst von krichen zu den lateinern komen / von jnen mitsampt aller philosophei auffgenomen. haben sye die walhen dem latein nach zu welsch genennt Regule de le cose: dann cosa bedeüt ein ding: von dannen kompt das es von teütschen die coss genennt würt. Dise kunst: wie obgemelt: ist gegründt in 8 regln der equation oder vergleichung. Dann in practicirung eins yeden exempls / an stat des verborgnen dings / so man zu wissen begert / muß anfencklich gesetzt werden 1x. Mit solchem gesetzten radix muß man darnach procediern in aller gestalt sam wer es die rechte zal / so lang biß die sach dahin bracht / das zwo ordnung der zalen / eine der andern gleich werde. Als dann würt die vergleichung practiciert / durch eine auß den vntergeschribnen [= nachfolgenden] equation so sye eingefallen ist. Durch solche practiken / kompt an tag der werdt vnnd bedeütnuß des erst gesetzten radicis."

Hier führt Christoff Rudolff acht Typen von Gleichungen ein, und zwar lauter Zahlbeispiele mit der Lösung x = 2; er betrachtet diese Fälle aufsteigend bis zum Grad neun[223] (Abb. 10):

1) $Bx^{n+1} = Ax^n$; 2) $Cx^{n+2} = Ax^n$; 3) $Dx^{n+3} = Ax^n$; 4) $Ex^{n+4} = Ax^n$;

5) $Cx^{n+2} + Bx^{n+1} = Ax^n$ mit der Lösung $x = \sqrt{((B/2C)^2 + A/C)} - B/2C$;

6) $Cx^{n+2} + Ax^n = Bx^{n+1}$ mit der Lösung x_1 oder der Lösung x_2;

7) $Bx^{n+1} + Ax^n = Cx^{n+2}$ mit der Lösung $x = \sqrt{((B/2C)^2 + A/C)} + B/2C$;

8) Aufgaben wie in den drei letztgenannten Fällen, beginnend mit den Graden null-zwei-vier; null-drei-sechs; null-vier-acht.

[IIb)2b)] Ff. H iij^v - [H vj^v]: In „Die ander vnderscheit." geht es um vier Cautelae [= Beachtungsregeln, Sicherungen]: 1) Gleiches kann man nur mit Gleichem zusammenfassen; 2) Eine negative Größe wird weggeschafft, indem man beidseitig ihren Betrag addiert; 3) Ist eine „absolute" in „denominierten Zahl gleich, etwa $2x = \sqrt[3]{24x^2}$, dann kubieren; 4) Bei Brüchen auf beiden Gleichungsseiten wird kreuzweise multipliziert.

221 Christoff Rudolff schweigt sich leider darüber aus, auf welche Schriften - arabische, lateinische, italienische oder deutsche - er sich hiermit bezieht.

222 Er bezieht sich hier also nicht auf die ansonsten von den deutschen Cossisten bevorzugten Bezeichnungen *numerus, radix, census*; der Begriff *substantia* für das heutige x2 ist zumindest unüblich.

223 Er könnte dies aus *CVP 5277*, ÖNB Wien, ff. 11^v-13^r, übernommen haben - hierzu Gerhardt 1870, S. 144f, und Cantor 1900, S. 424f., - oder aus einer von Andreas Alexander herrührenden Schrift, wie sie heute zugänglich ist in den Kodizes *C 8, C 349, C 405* = *KA 171*, SLUB Dresden, bzw. *Philos. 30*, Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen; hierzu Kaunmer/Röttel 2006, S. 56 Fußn. 73.

[IIb)2c)] Ff. [H vj^{v}] - CC iij^{r}: „Die dritt vnderscheyt." Es handelt sich um den Hauptteil dieses umfangreichen Buches: „Alhie werden repetirt die 8 obemelten regln der Coss mit nachuolgung vil schoener exempln / von zal suchen vnd kauffmans hendln. Gemacht zu sunderem nutz vnnd uebung / allen denen so willens sein dise kunst zu lernen."

[IIb)2c)1a)] Ff. [H vij^{r}] - [P vj^{v}], Nr. 1/1-187: Die Beispiele sind von sehr unterschiedlichem Schwierigkeitsgrad, rückführbar auf Bx = A; x = A/B: Unbenannte Aufgaben; Kauf; Mischung; Wechsel; Testament; Geld; Verdienen und Zoll; Stich [= Warentausch], Gewinn und Verlust; TeIIen und Gesellschaft.

[IIb)2c)1b)] Ff. [P vj^{v}] - [R vj^{v}f.], Nr. /188-217: „Regula quantitatis." Christoff Rudolff führte eine zweite Unbekannte ein, „1 quant", und konnte dadurch auch an solche Beispiele herangehen, deren Problematik - zwei lineare Gleichungen mit zwei Unbekannten - außerhalb der Lösungsmöglichkeiten der Coß lag. Girolamo Cardano (1501-1576) befaßte sich mit ähnlichen Fragestellungen, ebenso Michael Stifel.[224]

Im folgenden handelt es sich jeweils zunächst um unbenannte und anschließend um Textbeispiele. Die Fragestellungen selbst umfassen vor allem das damalige Waren- und Dienstleistungsangebot, auch Geometrie.
[IIb)2c)1c)] Ff. [R vij^{r}] - S iiij^{v}: Nr. 1/218-240: Zahl- und Textbeispiele bis einschließlich Grad vier;„... Jtem x^6 gleich x^5. Also fort ...".

[IIb)2c)2)] Ff. S iiij^{v} - [T vj^{v}]: Nr. 2/1-30: Unbenannte und Textaufgaben, bis Grad vier.

[IIb)2c)3)] Ff. [T vj^{v}] - V iiij^{v}, Nr. 3/1-20.
[IIb)2c)4)] Ff. V iiij^{v} - X ij^{r}, Nr. 4/1-20.
[IIb)2c)5)] Ff. X ij^{v} - [Y vj^{v}], Nr. 5/1-40.
[IIb)2c)6)] Ff. [Y vj^{v}] - [Z viij^{r}], Nr. 6/1-30.
[IIb)2c)7)] Ff. [Z viij^{r}] - [AA viij^{v}], Nr. 7/1- 30.
[IIb)2c)8)] Ff [AA viij^{v}] - CC iij^{v}, Nr. 8/1-24.

Auf f. CC iij^{r} deutet Christoff Rudolff mögliche zukünftige Methoden an: „... Magstu auch exempel machen von hoechern quantiteten. Hab soelchs von kürtz wegen vnderlassen. Will hiemit von den acht regeln der Coss / so von den alten gesetzt vnd demonstrirt / nach notturfft geschriben / vnd darneben angezeigt haben / das dise kunst vnentlich vnnd nit zu ergründen ist / nemlich auß zweierley vrsach. Zum ersten / das niemandt mitt warheit sich rümen mag / der Coss gnugsam bericht / er hab dann vorhin verstandt nit allein alles des jhenigen so von zal vnnd maß von den mathematicis bißher beschriben / sonder auch des so künffiigklich mag gefunden werden. Jst noch kein soelcher zu liecht komen / Darumb laß dich nit wundern / ob dir zu zeiten kunst zerrinnen werde."

224 Stifel 1544, f. 252^{r}; Stifel 1545, f. 74^{r}; Stifel 1553/1554, f. 307^{r}f.; auch Kaunzner/Röttel 2006,S. 138 Nr. 7).

Christoff Rudolff bringt ff. CC iij^{v} - [CC vj^{r}] in einem „Zusatz" noch acht Beispiele, von denen die letzten drei auf kubische Gleichungen führen: $63+x^3 = 10x^2$; $605+x^2/2 = x^3/2$; $27250 = 1875x+75x^2+x^3$, die wegen der ganzzahligen Lösungen vermutlich konstruiert worden waren; er bemerkt hierzu: „Weyter zu mercken / das in disem buch / erstlich von vergleichung zweyer quantiteten / darnach von vergleichung dreyer quantiteten gesagt ist / muessen die drey / natuerlicher ordnung sein / oder ye zwischen zweyen / ein / zwo oder drey außgelassen. Darumb wann einander vergleicht werden drey quantiteten / nit natürlicher ordnung [225] / vnd vngleicher mittl. item fünff oder meer quantiteten / so sich vnzelich begeben mag / wirstu durch vorgemelte 8 equation den werdt radicis nit erlernen."
Christoff Rudolffs „Coss", Straßburg 1525, wirbelte seinerzeit in Fachkreisen einigen Staub auf, weil er Fragestellungen in der Wiener Librey [= Bibliothek] gestohlen habe und bei seinen acht Regeln der Algebra keine geometrischen Beweise mitgeliefert hatte[226]. Trotzdem wurde dieses Buch dreimal, unter Einbezug dieser mittlerweile an Michael Stifel übergegangenen Schriftstücke, in Nachauflagen herausgebracht.[227]

Die beiden Wiener mathematischen Schulen als Zentren der „Deutschen Coß"

So sehr sich die hier für die Zeit zwischen 1440 und 1525 angesprochenen mathematischen Fachkenntnisse großenteils zunächst auf Wien konzentrierten, ebenso fruchtbar wirkten sie schließlich nach außen hin auf die gesamte weitere Entwicklung der damaligen und auch der späteren Mathematik. Wie auf einem von Wien ausgehenden Kreis läßt sich in den auf die erste dortige mathematische Schule folgenden Jahrzehnten über Regensburg, Nürnberg, Bamberg, Erfurt und Leipzig der Weg verfolgen, auf dem jahrhundertealtes mathematisches, insbesondere algebraisches Wissen nicht nur bewahrt, sondern in vielen Einzelversuchen in eine neue Form gegossen wurde; die indisch-arabischen Ziffern fanden zumindest bei Fachleuten und bereits vor 1500 im Buchdruck ihr bleibendes Aussehen und die von den Muslimen überlieferten Kenntnisse in der Lehre von den Gleichungen wurden - nun unter dem Begriff Algebra - zunächst in vielerlei Einzelversuchen handschriftlich weitergegeben, bis sie schließlich 1518/1521 durch Heinrich Schreyber und 1525 durch Christoff Rudolff, von den signifikanten Vertretern der von Krakauer und lngolstädter Wissenschaftlern begründeten zweiten Wiener mathematischen Schule, erstmals gedruckt erschienen.[228] Zieht man schwierige äußere, sowie die politischen und

225 Z. B. die Grade null-eins-drei, null-zwei-drei.

226 Stifel 1553/1554, ff. 171^{v}-172^{v}, verteidigte ihn heftig; hierzu sehe man z.B. Kaunzner 2004, S. 165; Kaunzner/Röttel 2006, S. 38-42.

227 Stifel 1553/1554; S. 1. 1571; Amsterdam 1615.

228 Siehe hierzu Kaunzner 2002, S. 65.

wirtschaftlichen Verhältnisse dieser Epoche mit in Betracht - Reformation, Bauernkriege, Hexenwahn einerseits; andererseits Übergang vom Tausch- zum Geldhandel, Entdeckungen zu Wasser und zu Land, Übergang vom Binnen- zum Welthandel-, dann erscheinen derartige Leistungen der Menschen im Zeitalter der Erfindungen und Entdeckungen um so beachtlicher.

Die bekannten frühen Autoren der „Deutschen Coß" wie Johannes Regiomontanus, Fridericus Amann und Johannes Widmann aus Eger hatten in ihren überlieferten lateinischen algebraischen Manuskripten - Adam Ries aus Staffelstein (1492-1559) nimmt mit seinen deutschen Algebratexten[229] eine Sonderstellung ein - bereits eine einheitlich wirkende Form für unser heutiges x^0, x, x^2, x^3, gar bis zu Grad 18 bei Adam Ries[230] (Abb. 11), konzipiert. Die eigentümlichen Schreibarten anderer Cossisten des 15. und 16. Jahrhunderts, deren Handschriften verlorengingen oder erst seit kurzem oder noch nicht als solche wahrgenommen wurden[231], bzw. deren Werke ediert werden sollten, kennt man nicht: Aquinas Dacus[232] (Ende 15. Jh.), Andreas

229 Kodex *C 349*, SLUB Dresden, und die „Coß" im Erzgebirgsmuseum Annaberg-Buchholz, Signatur *M 00 1*.

230 In der „Algebra des Initius Algebras", u. a. in Kodex *Dresden C 349* überliefert, findet sich zwischen den Blättern 52 und 53, ohne Blattzählung, einer der aussagekräftigsten Nachweise hierfür, aufgezeichnet von Adam Ries vermutlich zwischen 1516 und 1518; Literatur hierzu: Curtze 1902/2; Kaunzner 1998.

231 Zwei Stemmata finden sich in Kaunzner/Wussing 1992, Kommentar, S. 28.

232 Tannstetter 1514, in der „Praefatio Magistri Andreae Stiborij Boij in tabulas Eclypsium M. Georgij peurbachij Uiri Mathematici eruditissimi.", beginnend auf f. aa8^r, heißt es auf f. aa8^{r}f.: „... Ioanne Dornn monacho predicatore: & aliis plurimis Nuernberge: Barbatus Bemardus cum monacho predicatore aquino Daco preceptore meo / uiro omnifariam docto. Pambergae doctor Erhardus schleisinger ..."; Gesner 1545, f. 68^r: „Aqvinvs ordinis fratrum praedicatorum ex Suedia habens uitae originem, philosophus celebris & mathematicus praeclarus, imitatus Boetium, scripsit commendatissimum opus de numerorum & sonorum[:] Proportionibus, lib. I. Epistolas quasdam: Et quaedam alia. Viuit usque hodie apud ducem Bauariae Ottonem in pretio, & uaria conscribit, sub Maximiliano rege."; (Gesner)/(Simler 1555, f. 16^{r}b); (Gesner)/Simler 1574, S. 60b; Gerhardt 1877, S. 48 Fußn. 1; ADB 1, S. 333; NDB 1, S. 333a; Gerhardt 1867, S. 46f.: „.... Aquinus Dacus ist offenbar dieselbe Person, die in der noch handschriftlich vorhandenen Algebra Adam Riese's als der Lehrer des Leipziger Mathematikers Andreas Alexander erwähnt wird (Riese nennt ihn Aquinas). Demnach wäre der Ursprung der algebraischen Studien in Deutschland auf diese vor der Hand nicht weiter bekannte Persönlichkeit zugeführt. Stöberl bezeichnet ihn als ‚virum omnifariam doctum'; von beiden, Stöberl und Riese, wird angegeben, daß er ein Mönch Predigerordens gewesen sei. Dies Letztere kann auf weitere Spuren nicht führen, da damals nicht ungewöhnlich war, daß Gelehrte in späterem Alter in einen Mönchsorden traten. Er scheint, wie viele Gelehrte des 15. Jahrhunderts, ein Wanderleben geführt und sich durch Unterweisung in der Behandlung algebraischer Aufgaben seinen Unterhalt erworben zu haben. Die Algebra galt damals für eine Art geheimer Kunst, die der Eingeweihte seinen Schülern unter der Bedingung sie nicht zu veröffentlichen mittheilte; die ersten algebraischen Schriftsteller, Grammateus und Christoff Rudolff, entschuldigen sich ihren Lehrern gegenüber, daß sie das Erlernte der Öffentlichkeit übergeben." - Adam Ries erwähnt Aquinas Dacus - laut Kaunzner/Wussing 1992, Kommentar, S. 28, war dieser im Jahre 1471 mit Johannes Regiomontanus in Italien gewesen; man sehe auch Curtze 1902/1, S. 325 - aufgrund der algebraischen Lösung der Aufgabe Nr. 216 im ersten Teil seiner „Coß", S. 237, wo drei Leute ein Pferd um zwölf Gulden kaufen wollen: „.Vonn disem exempel hat Hans Conrad gebenn eynem schwartzen munich prediger ordens welcher aquinas genant wartt 1 fl [= floren, Gulden] von dem auch andreas Alexander der erfarnste Mathematicus gelernett[.]"

Alexander aus Regensburg[233], Hans Conrad aus Eisleben[234] (Anfang 16. Jh.), Hans Bernecker aus Leipzig[235] (Anfang 16. Jh.), Andreas Stöberl, Johannes Stabius und Georg Tannstetter[236], sowie Johannes Voegelin[237], um einige der geläufigen zu nennen.
Es ist bedauerlich, daß sich die algebraischen Manuskripte von Heinrich Schreyber und Christoff Rudolff nicht erhalten haben - anders als etwa bei Johannes Regiomontanus, Fridericus Amann, Johannes Widmann, Adam Ries -, schon um der Frage nachgehen zu können, ob und inwieweit seinerzeit hierbei manieristische Einflüsse - z. B. mehrerlei Angebote an Drucktypen für inhaltsgleiche Aussagen - mit hereinspielten.

---

233 Man sehe die vorige Fußnote. - In der „Coß" von Adam Ries stehen einige Hinweise, so auf S. 1 auf eine überkommene, heute nicht nachgewiesene mathematische Schrift: ,. Zum letzten Zu vnser Zeit [?] eins teyls vordeutscht Durch denn erfarnenn Mathematicum Magistrum Andream Alexandrum ..."; S. 329f. zu den Kenntnissen in der Gleichungslehre: .,... Es haben auch etliche wol von diser Rechnung geschrieben/ ... vnd Zu vnsern gezeiten Der Wolerfame Mathematicus Magister Andreas allexander / Cristoff Rudloff [!] / Michael stieffel vnd Jeronimus Cardanus welcher schreiben dan noch vor augen / vnd ist der selbigen schreiben / mit gnugsamer vnderricht auch mit sichtiger beweisung sonderlich durch M[agistrum] Andream Allexandrum vorfurtt Wie ir dan in seinem lateinischm schreiben sehen werdtt / ..."; S. 425 die Ankündigung von Adam Ries: „Volgen Zum ersten / 11 Exempel/ So der hocherfarne Mathematicus / Magister Andreas allexander dargeben."
Kästner 1797, S. 271-273, speziell S. 272, unter Bezug auf „Götzens Merkwürdigkeiten der K. Bibi. zu Dresden, Band 2, Sammlung 4, S. 298": „Andreas Alexander, artium liberalium magister, celeberrimus atque doctissimus arcium liberalium magistris de consilio facultatis arcium studii Liptzensis S. ... Optima itaque ordinatione instituistis, vt primum et tercium Euclidis geometrie elementa publice ad scholarium artibus philosophiae studentium fructum, et vniversitatis Liptzensis famam, laudem et incrementum legerem, Deinceps subalternatas aggrederer disciplinas, perspectiuam praecipue et musicam. Ceteris mixtis iam omissis steriometria planimetria et altimetria. Nec non arte algebra. de ponderibus. ingeniis et ysoperimetralibus, quibus subalternatarum publica studia non vtuntur."
Treutlein 1879, S. 12 und 121; Eneström 1902; NDB 1, S. 195bf.; Folkerts 1991; Folkerts 1996/2, S. 60: „Die lateinische Algebra, die Andreas Alexander nach Ries' Aussagen verfaßt hat, ist mit allergrößter Wahrscheinlichkeit erhalten; sie liegt in der Handschrift Leipzig 1696 vor. Auf ihr beruht die Abhandlung des ‚Initius Algebras', die mit Adam Ries in Verbindung zu bringen ist. Die im Leipziger Codex erhaltene Schrift zeigt, daß Alexander auch in der Algebra bewandert war. ... Nähere Aussagen wird man aber erst machen können, wenn der Text in der Leipziger Handschrift ediert ist."

234 Kaunzner/Wussing 1992, Kommentar, S. 28; Adam Ries schreibt in seiner „Coß", S. 187, vor Aufgabe 138: „Volgende exempel seint eynes teylß Durch Hansenn Conrad probirer Zw eyßleyben gmacht eynes teyls auch Durch Hansenn bernegker Zu leiptzk etwan Rechnmeister do selbest / vnd darZu etzliche von mir Adam Riesenn / ..."; S. 453f., vor den im zweiten Teil seiner „Coß", ab 1545, wiederholten Fragestellungen: „Nachuolgende exempla seint eynes teils Durch Hansen Conrad Zum teil durch Hansen Bernecker des gleichn durch mich gemacht/ hab die gerechent vnd durch die x [= Coß] volfurtt Jn beisein Hansen Conrads anno 1515 so dise Zeit auff S Annaberck Probirer was ... Jch hab auch volgende exempla gehabtt vnd gemacht durch die x [= Coß] ehe mir das alte buch ader die exempla Andree Alexandrj Zuhanden koment seint /[.]"
Adam Ries bemerkt in seiner „Coß 1", S. 295, in Aufgabe 290, wo eine Schnecke in einem 32 Ellen tiefen Brunnen täglich ein Stück hinaufkriecht und des Nachts wieder etwas hinunterrutscht, daß Hans Conrad beinahe die Lösung fand; in „Coß 2", S. 429, hinsichtlich Beispiel drei aus den elf Fragestellungen von Andreas Alexander, wo vier Leute ein Pferd um 19 Gulden kaufen wollen, steht folgendes: „Hans Conrad in got vorschiden / hat obgemeltem Mathematico [= Andreas Alexander] 1 f [= floren, Gulden] in goltt geschenckt / Das er yme / solch exempel durch die Coß zu machen / geweist hatt /[.]"; man vergleiche dies mit der Notiz Adam Riesens auf S. 237 in der vorvorigen Fußnote. - Auf S. 472 liest man im Anschluß an eine Mischungsaufgabe: „Dises exempel kompt vom Hansen Conrad der etwan der Schutzn Diner Zu Kempnitz / auff S Annaberck Probirer Vnd nach dem Probirer vnd Wardin Zu eyßlebn gewesen/[.]", auf S. 487 entsprechend: „Diß Exempel kompt vom Hans Conradt[.]"

235 Siehe relevante Bemerkungen in der vorigen Fußnote.

236 Vogel 1973, S. 22f.; Schöner 1994, passim.

237 Gesner 1545, f. 461r.

Die für die hiesige Mathematik zwischen 1400 und 1600 vermutete Tendenz: Zahlentabelle - Grafik - Zahlentabelle - Funktionsmäßiges Erfassen[238] wurde im Vorliegenden nicht gesondert mit angesprochen; sie läßt sich speziell für Wien jedoch vermutlich genauso bestätigen wie für den damals von der Entwicklung der symbolischen Coß erfaßten Raum.

Wien und die Universität Wien nahmen somit gegen Ende des Mittelalters und zu Beginn der Neuzeit, zwischen etwa 1430 und 1530, eine für den Fortschritt der abendländischen Mathematik besonders wichtige Stellung ein, deren sich kaum ein weiterer Ort vergleichbar rühmen darf: Dort wurden von Johannes von Gmunden arithmetische Grundkenntnisse vermittelt, Georg von Peuerbach verfaßte dort das erste Arithmetikbuch im deutschen Sprachraum, freilich auf bekanntem Wissen aufbauend, dort wurden durch Johannes Regiomontanus die Grundlagen für die dauerhafte Symbolisierung der algebraischen Gleichungslehre gelegt und von dort stammen von Heinrich Schreyber und von Christoff Rudolff die beiden ersten Algebrabücher in ihrer Muttersprache, durch welche diese eigentlichen Selbstverständlichkeiten in die Fachwelt gelangten. Auch Johannes Kepler verwendete um 1610 noch diese ursprüngliche algebraische Symbolik (Abb. 12).

Literatur

ADB = Allgemeine Deutsche Biographie.

Babicz, Józef: Die exakten Wissenschaften an der Universität zu Krakau und der Einfluß Regiomontans auf ihre Entwicklung, in: Hamann 1980, S. 301-314.

Bauch, Gustav: Die Anfänge des Humanismus in Ingolstadt, München/Leipzig 1901; Siebentes Kapitel: „Die Mathematiker und Astronomen in Ingolstadt", S. 92-115.

Berner, Karl Gustav Heinrich: Schlesische Landsleute. Ein Gedenkbuch hervorragender, in Schlesien geborener ..., Leipzig 1901.

Binder, Christa: Die erste Wiener Mathematische Schule (Johannes von Gmunden, Georg von Peuerbach), in: Gebhardt 1996, S. 3-18.

Binder, Christa: Die Zweite Wiener Mathematische Schule, in: Karl Röttel (Hrsg.): Ad Fontes Arithmeticae et Algebrae, Eichstätt 1998, S. 60-66.

Binder, Christa: Georg Tannstetter (Collimitius) (1482-1535), in: Rainer Gebhardt (Hrsg.): Rechenbücher und mathematische Texte der frühen Neuzeit. Schriften des Adam-Ries-Bundes Annaberg-Buchholz, Band 11, Annaberg-Buchholz 1999, S. 29-35.

238 Kaunzner 1973, S. 324-328.

Busard 1971/1 = Busard, Hubertus Lambertus L.: Der Tractatus proportionum von Albert von Sachsen, in: Österreichische Akademie der Wissenschaften, Math.-Naturw. Klasse, Denkschriften, Band 116, Abhandlung 2, Wien 1971, S. 43-72.

Busard 1971/2 = Busard, Hubertus Lambertus L.: Der Traktat „De sinibus, chordis et arcubus" von Johannes von Gmunden, in: Österreichische Akademie der Wissenschaften, Math.-Naturw. Klasse, Denkschriften, Band 116, Abhandlung 3, Wien 1971, S. 73-113.

Cantor, Moritz: Vorlesungen über Geschichte der Mathematik, Band 2, Leipzig [2]1900.

Curtze, Maximilian: Ein Beitrag zur Geschichte der Algebra in Deutschland im fünfzehnten Jahrhundert. Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik, Heft 7 (1895), S. 31-74.

Curtze, Maximilian: Eine Studienreise. Centralblatt für Bibliothekswesen, Jg. 16 (1899), Heft 6 und 7, S. 257-306.

Curtze 1902/1 = Curtze, Maximilian: Der Briefwechsel Regiomontan's mit Giovanni Bianchini, Jacob von Speier und Christian Roder, in: Urkunden zur Geschichte der Mathematik im Mittelalter und der Renaissance, Teil 1 (1902), S. 185-336.

Curtze 1902/2 = Curtze, Maximilian: Die Algebra des lnitius Algebras ad Ylem geometram magistrum suum, in: Urkunden zur Geschichte der Mathematik im Mittelalter und der Renaissance, Teil 2 (1902), S. 435-611.

DBI = Deutscher Biographischer Index, 2. kumulierte und erweiterte Ausgabe, München 1998.

DNB = Der Neue Brockhaus, Wiesbaden [3]1964.

Doppelmayr, Johann Gabriel: Historische Nachricht Von den Nuembergischen Mathematicis und Künstlern, Nürnberg 1730.

Drechsler, Adolph: Scholien zu Christoph Rudolphs Coß. Programm Vitzthumsches Geschlechtsgymnasium Dresden 1851.

DSB = Dictionary of Scientific Biography.

Durand, Dana Bennett: Tue Vienna-Klosterneuburg Map Corpus of the fifteenth Century, Leiden 1952.

Eneström, Gustaf: Ein verschollener deutscher Cossist aus dem Anfange des sechzehnten Jahrhunderts, in: Bibliotheca Mathematica, Folge 3, Band 3 (1902), S. 355-360.

Erler, Georg: Die Matrikel der Universität Leipzig, Band 1, Leipzig 1895.

Fiedler, Johann: Peurbach und Regiomontanus, Leobschütz 1870.

Finauer, Peter Paul: Versuch einer bajerischen gelehrten Geschichte, München 1767.

Firneis, Maria G.: Johannes von Gmunden - der Astronom, in: Hamann/Grössing 1988, S. 65-84.

Folkerts, Menso: Regiomontanus als Mathematiker, in: Centaurus, Vol. 21 (1977), No. 3-4, S. 214-245.

Folkerts, Menso: Die mathematischen Studien Regiomontans in seiner Wiener Zeit, in: Hamann 1980, S. 175-209.

Folkerts, Menso: Regiomontanus als Vermittler algebraischen Wissens, in: Menso Folkerts und Uta Lindgren (Hrsg.): Mathemata, Festschrift für Helmuth Gericke. Boethius, Band 12, Stuttgart 1985, S. 207-219.

Folkerts, Menso: New Results on the Mathematical Activity of Regiomontanus, in: (Zinner) /Brown 1990, pp. 363-372.

Folkerts, Menso: Alexander, Andreas, in: Die Deutsche Literatur, Reihe 2, Band 2, Lieferung 1 bis 5 (1991), Sp. 174b-176a.

Folkerts 1996/1 = Folkerts, Menso: Johannes Regiomontanus - Algebraiker und Begründer der algebraischen Symbolik, in: Gebhardt 1996, S. 19-28.

Folkerts 1996/2 = Folkerts, Menso: Andreas Alexander - Leipziger Universitätslehrer und Cossist?, in: Gebhardt 1996, S. 53-61.

Folkerts, Menso: Die älteste lateinische Schrift über das indische Rechnen nach al Hwarizmi. Bayerische Akademie der Wissenschaften, Phil.-Hist. Klasse, Abhandlungen, Neue Folge, Heft 113, München 1997.

Folkerts, Menso: Regiomontanus' Role in the Transmission of Mathematical Problems, in: Yvonne Dold-Samplonius et al. (Eds.): From China to Paris: 2000 Years Transmission of Mathematical ldeas. Boethius, Band 46, Stuttgart 2002, pp. 411-428.

Folkerts 2006/XII = Folkerts, Menso: Algebra in Germany in the Fifteenth Century, in: Folkerts, Menso: Tue Development of Mathematics in Medieval Europe. Variorum collected Studies Series CS811 (2006), XII, pp. 1-18.

Folkerts 2006 = Folkerts, Menso: Johannes von Gmundens Beiträge zur Trigonometrie. [Schreibmaschinenmanuskript 2006.]

Freytag, Fridericus Gotthilf: Analecta Litteraria de Libris rarioribvs, Leipzig 1750.

Frobesius, Johann Nicolaus: Historica et dogmatica ad mathesin Introductio, Helmstedt 1750.

Gebhardt, Rainer (Hrsg.): Rechenmeister und Cossisten der frühen Neuzeit. Freiberger Forschungshefte, Reihe D 201: Wirtschaftswissenschaften, Geschichte, Freiberg 1996.

Gerhardt, Carl Immanuel: Zur Geschichte der Algebra in Deutschland, Teil 1, in: Berliner Monatsberichte vom 10.1.1867, S. 38-54.

Gerhardt, Carl Immanuel: Zur Geschichte der Algebra in Deutschland, Teil 2, in: Berliner Monatsberichte vom 17.2.1870, S. 141-153.

Gerhardt, Carl Immanuel: Geschichte der Mathematik in Deutschland, München 1877.

Gesner, Conrad: Bibliotheca Vniuersalis, siue Catalogus omnium scriptorum locupletissimus, Zürich 1545.

(Gesner)/Simler 1555 = Epitome Bibliothecae Conradi Gesneri, ... locupletata: per Iosiam Simlervm, Zürich 1555.

(Gesner)/Simler 1574 = Bibliotheca instituta et collecta primvm a Conrado Gesnero, Deinde ... aucta, per Iosiam Simlerum, Zürich 1574.

Glowatzki/Göttsche 1990 = Glowatzki, Ernst und Helmut Göttsche: Die Tafeln des Regiomontanus ein Jahrhundertwerk. Algorismus. Studien zur Geschichte der Mathematik und der Naturwissenschaften, Herausgegeben von Menso Folkerts, Heft 2, München 1990.

Graf-Stuhlhofer, Franz: Humanismus zwischen Hof und Universität. Georg Tannstetter (Collimitius) und sein wissenschaftliches Umfeld im Wien des frühen 16. Jahrhunderts. Schriftenreihe des Universitätsarchivs, Universität Wien, Band 8, Wien 1996.

Grössing, Helmuth: Humanistische Naturwissenschaft. Zur Geschichte der Wiener mathematischen Schulen des 15. und 16. Jahrhunderts. Saecvla Spiritalia, Band 8, Baden-Baden 1983; Sonderdruck der dortigen S. 79-116: „Naturwissenschaft und Humanismus: Georg von Peuerbach", hier S. 1-36.

Grössing, Helmuth: Die Wiener Universität im Zeitalter des Humanismus von der Mitte des 15. bis zur Mitte des 16. Jahrhunderts, in: Günther Hamann, Kurt Mühlberger, Fanz Skacel (Hrsg.): Das alte Universitätsviertel in Wien, 1385-1985. Schriftenreihe des Universitätsarchivs, Universität Wien, Band 2, Wien 1985, S. 37-45.

Grössing, Helmuth (Hrsg.): Der die Sterne liebte. Georg von Peuerbach und seine Zeit, [Peuerbach Symposium 2000], Wien 2002.

Grössing 2002/1 = Grössing, Helmuth: Georg von Peuerbach. Naturwissenschaft und Humanismus, in: Grössing 2002, S. 1-29.

Grössing 2002/2 = Grössing, Helmuth: Johannes von Gmunden, ein Lehrer des Georg von Peuerbach, in: Grössing 2002, S. 77-88.

Grossmann, Karl: Die Frühzeit des Humanismus in Wien bis zu Celtis Berufung 1497, Kapitel 4: Peuerbach und Regiomontan, in: Jahrbuch für Landeskunde von Niederösterreich, Neue Folge, Heft 2 und 3, Wien 1929, S. 235-254.

Hamann, Günther (Hrsg.): Regiomontanus-Studien. Österreichische Akademie der Wissenschaften, Phil.-Hist. Klasse, Sitzungsberichte, Band 364, Wien 1980.

Hamann 1980/1 = Hamann, Günther: Johannes Regiomontanus 1436-1476. Die Schauplätze seines Lebens und Wirkens, in: Hamann 1980, S. 13-46.

Hamann 1980/2 = Hamann, Günther: Regiomontanus in Wien, in: Hamann 1980, S. 53-74.

Hamann/Grössing 1988 = Hamann, Günther und Helmuth Grössing (Hrsg.): Der Weg der Naturwissenschaft von Johannes von Gmunden zu Johannes Kepler.

Österreichische Akademie der Wissenschaften, Phil.-Hist. Klasse, Sitzungsberichte, Band 497, Wien 1988.

Hughes, Barnabas: Regiomontanus On Triangles, Madison/Milwaukee/London 1967.

Hughes, Barnabas: The medieval Latin Translations of al-Khwarizmi's *al-Jabr*. Manuscripta, Vol. 26 (1982), pp. 31-37.

Hughes, Barnabas: Gerard of Cremona's Translation of al-Khwarizmi's *al-Jabr*: A critical Edition. Mediaeval Studies, Vol. 48 (1986), pp. 211-263.

Hughes, Barnabas B.: Robert of Chester's Latin Translation of al-Khwarizmi's al Jabr, A new critical Edition. Boethius, Band 14, Stuttgart 1989.

Jöcher, Christian Gottlieb: Allgemeines Gelehrten=Lexicon, Teil 3, Leipzig 1751.

Juschkewitsch, Adolf Pavel: Geschichte der Mathematik im Mittelalter, Leipzig 1964.

Kästner, Abraham Gotthelf: Geschichte der Mathematik, Band 1, Göttingen 1796.

Kästner, Abraham Gotthelf: Geschichte der Mathematik, Band 2, Göttingen 1797.

Kaiser, Hans K.: Johannes von Gmunden und seine mathematischen Leistungen, in: Hamann/Grössing 1988, S. 85-100.

Karpinski, Louis Charles: Robert of Chester's Translation of the Algebra of Al Khowarizmi, in: Bibliotheca Mathematica, Folge 3, Band 11 (1910/1911), S. 125-131.

Karpinski, Louis Charles: Robert of Chester's Latin Translation of the Algebra of Al Khowarizmi, New York 1915.

Kaunzner, Wolfgang: Über Johannes Widmann von Eger. Veröffentlichungen des Forschungsinstituts des Deutschen Museums für die Geschichte der Naturwissenschaften und der Technik, Reihe C, Nr. 7, München 1968.

Kaunzner, Wolfgang: Über Christoff Rudolff und seine Coss. Veröffentlichungen des Forschungsinstituts des Deutschen Museums für die Geschichte der Naturwissenschaften und der Technik, Reihe A, Nr. 67, München 1970.

Kaunzner, Wolfgang: Über einige algebraische Abschnitte aus der Wiener Handschrift Nr. 5277. Österreichische Akademie der Wissenschaften, Math.-Naturw. Klasse, Denkschriften, Band 116, Abhandlung 4, Wien 1972, S. 115-188.

Kaunzner, Wolfgang: Beiträge zur mathematischen Literatur des 13. bis 16. Jahrhunderts, in: Sudhoffs Archiv, Band 57 (1973), Heft 3, S. 315-328.

Kaunzner, Wolfgang: Über einen frühen Nachweis zur symbolischen Algebra. Österreichische Akademie der Wissenschaften, Math.-Naturw. Klasse, Denkschriften, Band 116, Abhandlung 5, Wien 1975, S. 3-12.

Kaunzner, Wolfgang: Über Regiomontanus als Mathematiker, in: Hamann 1980, S. 125-145.

Kaunzner, Wolfgang: Die lateinische Algebra in MS Lyell 52 der Bodleian Library, Oxford, fiüher MS Admont 612. Österreichische Akademie der Wissenschaften, Phil. Hist. Klasse, Sitzungsberichte, Band 475, Wien 1986, S. 47-89.

Kaunzner, Wolfgang: Über Charakteristika in der mittelalterlichen abendländischen Mathematik. Mathematische Semesterberichte, Band 34 (1987), Heft 2, S. 143-186.

Kaunzner, Wolfgang: On Regiomontanus's Arithmetic and Algebra in De Triangulis omnimodis Libri quinque and in MS Cent V app 56c of the Nuremberg City Library, in: (Zinner)/Brown 1990, pp. 373-386.

Kaunzner, Wolfgang: Über das wissenschaftliche Umfeld und die mathematische Handschriften von Adam Ries, in: Adam Rieß vom Staffelstein, Staffelsteiner Schriften, Band 1, Staffelstein 1992, S. 157-351.

Kaunzner 1996/1 = Kaunzner, Wolfgang: Christoff Rudolff, ein bedeutender Cossist in Wien, in: Gebhardt 1996, S. 113-138.

Kaunzner 1996/2 = Kaunzner, Wolfgang: Zur Algebra des Heinrich Schreyber, in: Weidauer 1996, S. 25-64.

Kaunzner, Wolfgang: Adam Ries im Spiegel seiner algebraischen Handschriften. Schriften des Adam-Ries-Bundes Annaberg-Buchholz, Band 10, Annaberg-Buchholz 1998.

Kaunzner, Wolfgang: Über Georg von Peuerbach und die Mathematik des 15. Jahrhunderts, in: Grössing 2002, S. 43-76.

Kaunzner, Wolfgang: Von Georg von Peuerbach zu Johannes Kepler - Zwei Jahrhunderte mathematischer Entwicklung im Abendland, in: Pichler 2003, S. 29-61.

Kaunzner, Wolfgang: Johann Neudörffer der Ältere aus Nürnberg, Kalligraph und einflußreicher Mathematiker, in: Hartmut Roloff und Manfred Weidauer (Hrsg.): Wege zu Adam Ries. Tagung zur Geschichte der Mathematik. Erfurt 2002. Algorismus. Studien zur Geschichte der Mathematik und der Naturwissenschaften, Herausgegeben von Menso Folkerts, Heft 43, Augsburg 2004, S. 163-234.

Kaunzner, Wolfgang: Über Georg von Peuerbach, einen Wegbereiter der modernen Mathematik am Übergang vom Mittelalter zur Neuzeit, in: Rainer Gebhardt (Hrsg.): Arithmetische und algebraische Schriften der frühen Neuzeit. Schriften des Adam-Ries Bundes Annaberg-Buchholz, Band 17, Annaberg-Buchholz 2005, S. 93-116.

Kaunzner/Röttel 2006 = Kaunzner, Wolfgang und Karl Röttel: Christoff Rudolff aus Jauer in Schlesien, Eichstätt 2006.

Kaunzner/Wussing 1992 = Kaunzner, Wolfgang und Hans Wussing (Hrsg.): Adam Ries. Coß. Faksimile und Kommentar, Stuttgart/Leipzig 1992.

von Khautz, Franz Constantin Florian: Versuch einer Geschichte der Oesterreichischen Gelehrten. Das II Capitel. Johann von Gmunden. Georg von Peurbach, Frankfurt und Leipzig 1755, S. 27-57.

Klug, Rudolf: Der Astronom Johannes von Gmunden und sein Kalender, Programm Staatsgymnasium Linz 1912.

Klug, Rudolf: Johannes von Gmunden, der Begründer der Himmelskunde auf deutschem Boden. Nach seinen Schriften und den Archivalien der Wiener Universität. Akademie der Wissenschaften in Wien, Phil.-Hist. Klasse, Sitzungsberichte, Band 222, Abhandlung 4, Wien und Leipzig 1943, S. 1-93.

Kobolt, Anton Maria: Baierisches Gelehrten=Lexikon, Landshut 1795.

Kobolt, Anton Maria: Ergänzungen und Berichtigungen zum Baierischen Gelehrten=Lexikon, Landshut 1824.

Krackowizer, Ferdinand: Johannes von Gmunden, Mathematiker und Astronom, in: Geschichte der Stadt Gmunden in Ober=Oesterreich, Band 3, Gmunden 1900, S. 350- 352.

Markowski 1973/1 = Markowski, Mieczyslaw: Die mathematischen und Naturwissenschaften an der Krakauer Universität im XV. Jahrhundert, in: Mediaevalia Philosophica Polonorum 18 (1973), S. 121-131.

Markowski 1973/2 = Markowski, Mieczyslaw: Beziehungen zwischen der Wiener mathematischen Schule und der Krakauer astronomischen Schule im Licht der erhaltenen mathematisch-astronomischen Schriften in den Manuskripten der Österreichischen Nationalbibliothek in Wien und der Jagellonischen Bibliothek in Kraków, in: Mediaevalia Philosophica Polonorum 18 (1973), S. 133-158.

Meretz, Wolfgang: Standortnachweise der Drucke und Autographen von Heinrich Schreyber (= Grammateus, vor 1496 bis 1525) Christoff Rudolff (1500? bis 1545?) und Michael Stifel (1487? bis 1567). Archiv für Geschichte des Buchwesens, Band 16, Lieferung 2, Frankfurt/Main 1976.

Meretz/Weidauer 1996 = Meretz, Wolfgang und Manfred Weidauer: Die Schriften von Heinrich Schreyber - Überblick-, in: Weidauer 1996, S. 143-165.

Mett, Rudolf: Regiomontanus Wegbereiter des neuen Weltbildes. Einblicke in die Wissenschaft, Stuttgart/Leipzig 1996.

Mett, Rudolf: Johannes Regiomontanus, ein Schüler des Georg von Peuerbach, in: Grössing 2002, S. 89-103.

Müller, Christian Friedrich: Henricus Grammateus und sein Algorismus de integris. Programm Gymnasium Zwickau 1896.

NDB = Neue Deutsche Biographie.

Peters, Konrad: Zur Genauigkeit des geometrischen Quadrats, in: Wolfgang Kavnzner (Hrsg.): Lehren und Lernen. Festschrift zvm 60. Gebvrtstag von Karl Röttel, Buxheim/Eichstätt 1999, S. 108-111.

Pichler, Franz (Hrsg.): Der Harmoniegedanke Gestern und Heute. Peuerbach Symposium 2002. Schriftenreihe Geschichte der Naturwissenschaften und der Technik, Band 1, Linz 2003.

Pichler, Franz (Hrsg.): Von den Planetentheorien zur Himmelsmechanik. Peuerbach Symposium 2004. Schriftenreihe Geschichte der Naturwissenschaften und der Technik, Band 4, Linz 2004.

Pray, Georgivs: Index Rariorvm Librorvm Bibliothecae Vniversitatis Regiae Bvdensis, Pars 2, K.-Z., Buda 1781.

Röttel, Karl (Hrsg.): Peter Apian. Astronomie, Kosmographie und Mathematik am Beginn der Neuzeit, Eichstätt 1995; Eichstätt [2]1997.

Röttel, Karl: „Arithmetica applicirt": Visierkunst, Buchhaltung, Kartographie und Astronomie bei Henricus Grammateus, in: Weidauer 1996, S. 67-89.

Röttel, Karl: Johann Stabius Humanist und Kartograph, in: Rainer Gebhardt (Hrsg.): Verfasser und Herausgeber mathematischer Texte der frühen Neuzeit. Schriften des Adam-Ries-Bundes Annaberg-Buchholz, Band 14, Annaberg-Buchholz 2002, S. 289-298.

Rose, Paul Lawrence: Tue Italian Renaissance of Mathematics. Travaux d'Humanisme et Renaissance CXLV, Geneve 1975.

Rosen, Frederic: Tue Algebra of Mohammed ben Musa, London 1831.

Rudolff, Christoff: Behend vnnd Hubsch // Rechnung durch die kunst= // reichen regeln Algebre / so ge= // meincklich die Coss genennt werden. [...], Straßburg 1525 (Vuolfius Cephaleus Ioanni Iung).

Rudolff, Christoff: Kunstliche Rechnung// mit der ziffer vnd mit den zal pfenni // gen /[...],Wien 1526 (Ioannes Singriener).

Rudolff, Christoff: Exemplbüechel / Rechnung belanngund [!] [...], Wien 1529 (loannes Singriener).

Schmeidler, Felix: Regiomontans Wirkung in der Naturwissenschaft, in: Hamann 1980, S. 75-89.

Schöner, Christoph: Mathematik und Astronomie an der Universität Ingolstadt im 15. und 16. Jahrhundert. Ludovico Maximilianea, Herausgegeben von Laetitia Boehm, Forschungen Band 13, Berlin 1994.

Schreyber, Heinrich: Ayn new kunstlich Buech // welches gar gewiß vnd behend // lernet nach der gemainen regel Detre / welschen // practic / regeln falsi vnd etlichen regeln Cosse man // cherlay schoene vnd zu wissen notürffiig rechnung // auff kauffmanschafft. [...], Nürnberg 1518/1521 (Johannes Stuechs).

Schubert, G. H.: Peurbach und Regiomontan die Wiederbegründer einer selbstständigen und unmittelbaren Erforschung der Natur in Europa, Erlangen 1828.

Smith, David Eugene: Rara Arithmetica, New York [4]1970.

Stifel, Michael: Arithmetica integra, Nürnberg 1544 (Johan Petreius).

Stifel, Michael: Deutsche Arithmetica, Nürnberg 1545 (Johan Petreius).

Stifel, Michael: Die Coss // Christoffs Rudolffs // Mit schoenen Exempeln der Coss // [...], Königsberg 1553/1554 (Alexander Lutomyslensis, bzw. Alexander Behm von Luthomisl).

Stuhlhofer, Franz: Georg Tannstetter Collimitius. Ein Wiener Humanist und Naturwissenschaftler des beginnenden 16. Jahrhunderts. Diss. Universität Wien 1979.

Stumpf, Pleickhard: Denkwürdige Bayern ..., München 1865.

Tannstetter, Georg: Uiri Mathematici quos inclytum Uiennense gymnasium // ordine celebres habuit, in: Tabulae Eclypsium Magistri // Georgij Peurbachij. // Tabula Primi mobilis Jo= // annis de Monte regio, Wien 1514 (Ioannes Winterburger), ff. aa3^{v}-aa6^{v}.

Tannstetter, Georg (Ed.): Contenta in hoc libello; Kolophon: „Impressum Vienne per Joannem Singrenium // Expensis vero Leonardi et Luce Alantse // fratrum Anno domini M.ccccc.xv. // Decimono [!] die Maij."[239]

Thorndike/Kibre 1963 = Thorndike, Lynn and Pearl Kibre: A Catalogue of Incipits of Mediaeval Scientific Writings in Latin, London ^{2}1963.

Treutlein, Peter: Das Rechnen im 16. Jahrhundert, in: Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik, Heft 1 (1877), S. 1-100.

Treutlein, Peter: Die deutsche Coss, in: Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik; Heft 2 (1879), S. 3-124.

Tropfke, Johannes: Geschichte der Elementar-Mathematik in systematischer Darstellung, Band 1, Berlin/Leipzig^{3} 1930.

Tropfke, Johannes: Geschichte der Elementarmathematik, Band 1. Vollständig neu bearbeitet von Kurt Vogel, Karin Reich, Helmuth Gericke, Berlin/New York ^{4}1980.

Uiblein, Paul: Johannes von Gmunden. Seine Tätigkeit an der Wiener Universität, in: Hamann/Grössing 1988, S. 11-64.

Ulbrich, Karl: Die ältesten Wiener Ellenmasse und der Rechenmeister Christoff, in: Unsere Heimat. Zeitschrift des Vereines für Landeskunde von Niederösterreich und Wien, Jg. 41 (1971), Heft 2, S. 43-51.

VD 16 = Verzeichnis der im deutschen Sprachbereich erschienenen Drucke des XVI. Jahrhunderts.

Vogel, Kurt: Mohammed ibn Musa Alchwarizmi's Algorismus. Das früheste Lehrbuch zum Rechnen mit indischen Ziffern, Aalen 1963.

Vogel, Kurt: Das Donaugebiet, die Wiege mathematischer Studien in Deutschland, in: Vogel, Kurt: Der Donauraum, die Wiege mathematischer Studien in Deutschland. Neue Münchner Beiträge zur Geschichte der Medizin und Naturwissenschaften, Naturwissenschaftshistorische Reihe, Band 3, München 1973, S. 7-29.

239 Smith 1970, p. 117f

Vogel, Kurt: Die erste deutsche Algebra aus dem Jahre 1481. Bayerische Akademie der Wissenschaften, Math.-Naturw. Klasse, Abhandlungen, Neue Folge, Heft 160, München 1981.

Voss, Gerardus Ioannes: De// Vniversae Mathesios // Natvra & Constitutione // Liber, Amsterdam 1660 (Ioannes Blaev).

Wallner, Hermann: Georg von Peuerbach. Ein Beitrag zum Wiener Frühhumanismus. Phil. Diss. Nr. 16340 der Universität Wien 1947.

Wappler, Hermann Emil: Zur Geschichte der deutschen Algebra im 15. Jahrhundert. Programm des Gymnasiums Zwickau 1887.

Weidauer, Manfred (Hrsg.): Heinrich Schreyber aus Erfurt, genannt Grammateus. Algorismus. Studien zur Geschichte der Mathematik und der Naturwissenschaften, Herausgegeben von Menso Folkerts, Heft 20, München 1996.

Widmann, Johannes: Behende vnd hubsche // Rechenung auff allen // kauffmanschafft:, Leipzig 1489 (Conradus Kacheloffen).

Wussing, Hans: Regiomontanus als Student in Leipzig, in: Hamann 1980, S. 167-174.

Zinner, Ernst: Leben und Wirken des Joh. Müller von Königsberg genannt Regiomontanus, Osnabrück[2] 1968.

(Zinner)/Brown 1990 = Ernst Zinner: Regiomontanus: His Life and Work, Translated by Ezra Brown, Amsterdam/New York/Oxford/Tokyo 1990.

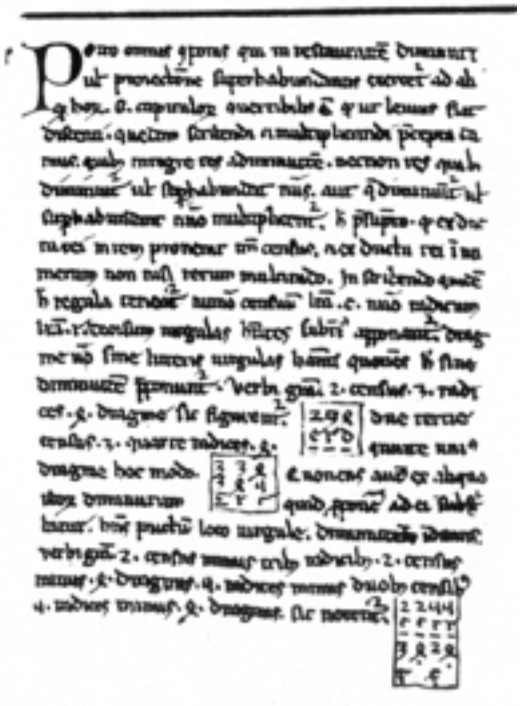


Abb. 1 *MS Lyell 52*, Bodleian Library, Oxford, früher *MS Admont 612*, f. 44ᵛf.: Algebraische Symbolik in einer vor 1380 wohl in Italien geschriebenen Abhandlung. Unterstes Kästchen, von oben nach unten zu lesen, linke Spalte beginnend: $2x^2 - 3x$; $2x^2 - 4$; $5x - 2x^2$; $5x - 4$.

Abb. 2 *Clm 14908*, BSB München, f 133ᵛ-134ᵛ: Älteste derzeit bekannte deutsche Algebra von 1461 von der Hand von Frater Fridericus Amann, Kloster St. Emmeram, Regensburg.

Extracts from Regiomontanus' works showing his algebraic symbolism (see p. 6 above). The first equations in the three samples are: $1x^2 + 436 - 40x = 4x^2 + 144$ (Plimpton 188, f. 94^r);
$25x^2 + 3125 - 500x = 9x^2 + 180x + 1125$ (De triangulis, autograph, f. 40^v);
$250x - 25x^2 = 2x^2 + 100 - 20x$ (Nuremberg, Cent. V app. 56^c, f.13^v).

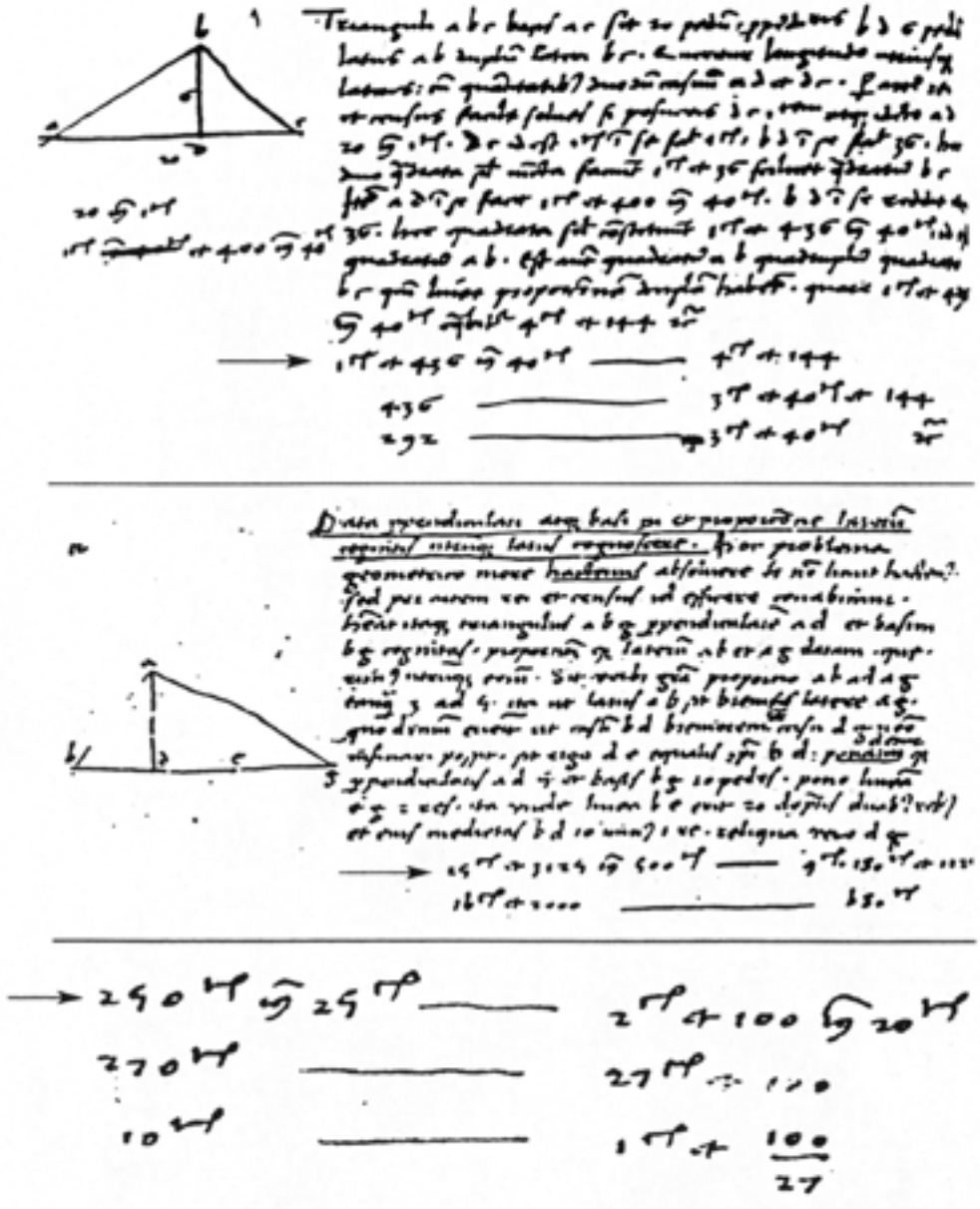


Abb. 3 Algebraische Symbolik Johannes Regiomontans; oben *Plimpton 188*, datiert 1456; in der Mitte: „Dreieckslehre", um 1463, unten: „Briefwechsel", 1463-1471. Regiomontanus wurde zum Begründer der „Deutschen Coß". - Entnommen aus Folkerts 2006/XII, p. 17.

Abb. 4 Kodex *C80*, SLUB Dresden, f. 368r: Die zunächst sechs und anschließend 18 folgenden Gleichungstypen in der sogenannten „Deutschen Algebra" von 1481. Die Zusammenstellung geht auf Johannes Regiomontanus zurück.

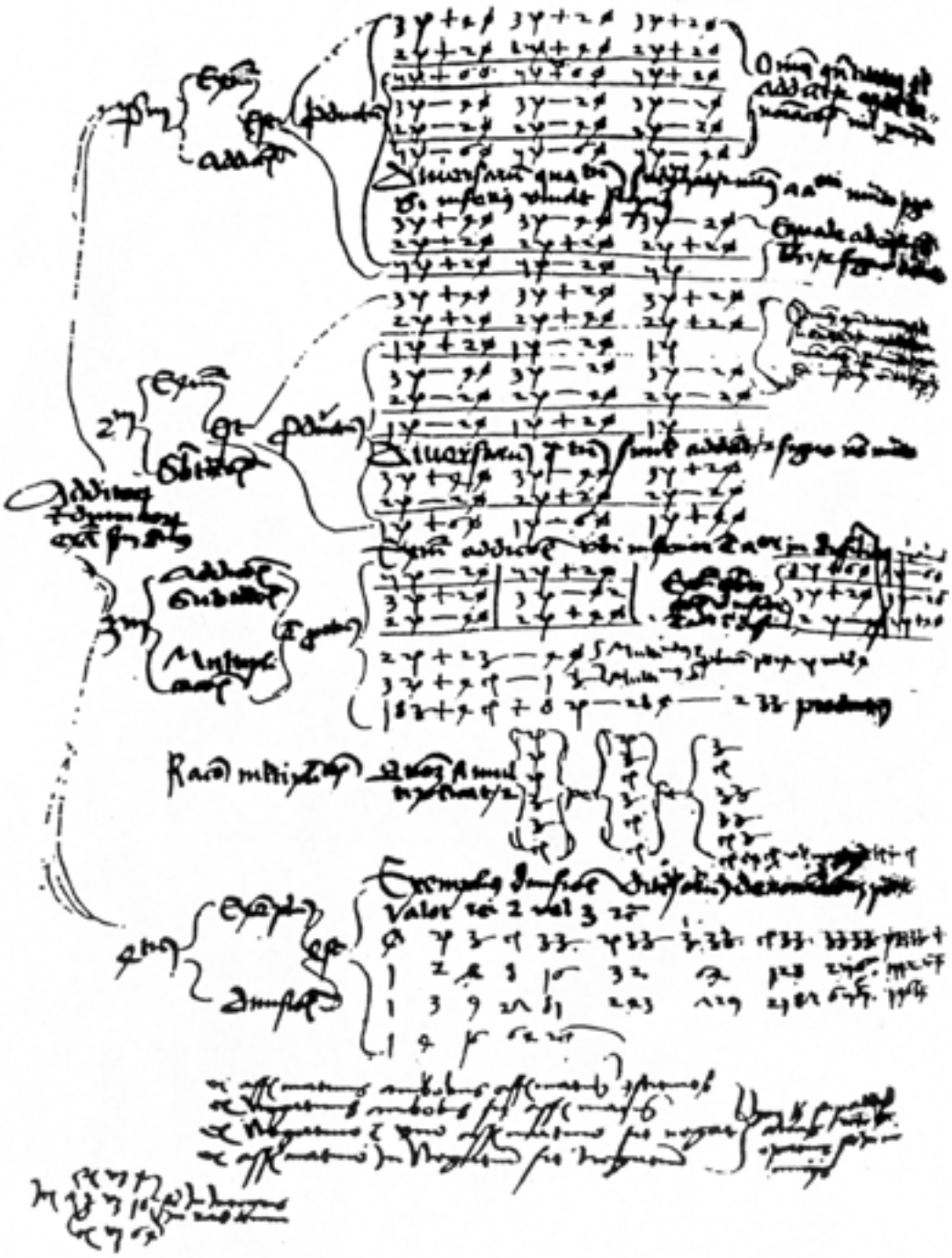


Abb. 5 In Kodex *1470*, UB Leipzig, f. 464ᵛ: Eine Übungsseite in Algebra, wie sie vermutlich Johannes Widmann in Leipzig zwischen 1480 und 1490 lehrte.

¶ Viri Mathematici quos inclytũ Viẽnense gymnasiũ ordine celebres habuit.

HENRICUS DE HASSIA GERMANUS Virundecisq; doctissimis: ex ornatissimo parisiensiũ studio primus omniũ mox a primeua nostri studii Viẽnensis fundatione Theologiã Astronomiam & alias artes nobilissimas inuexit. Theologiã cũ Henrico de oyta theologo celeberrimo primus docere cepit. Sed q̃ profundus & subtilis in Astronomia fuerit liber primus suarũ cõmentationũ in genesim facile testat. Vel hoc etiã q; doctissimorũ astronomorũ Parisius Ioannis de lineris germani: & Ioannis de saxonia contẽporaneus extitit. Scripsit theoricas planetarũ: & alia quædã in astronomia. In theologia opera multa & p̃clara: q̃ Viẽnæ in bibliotheca collegii ducal' reposita sunt. Obiit anno Christi. 1397. Tertio Idus Februarii. In ecclesia cathedrali Viennensi honorificentissime sepultus. Cui & collegæ suo Henrico de oyta hoc epitaphium sub insigni pictura positum est.

Hic sua busta tenent fidei firmissima quondam
Lumina: diuinũ quæ sonuere melos.
Quique diu docuere deum sub numine trino
Solum: cui subeant quicquid in orbe uago est.
Ingenitum patrem natumq; & pneumatis ignem
Quo duce succendit pectora uerus amor.
Sacra Viẽnensi Cathedra qui dogmata patrum
Professi: cunctis scripta dedere plagis.
Iamq; deo quem tum toties cecinere fruunt
Viuent & eterno phama parata simul.

IOANNES DE GMVNDEN Anno Christi. 1406. in liberaliũ artium & philosophiæ magistrũ Viẽnæ promotus Astronomiã docuit: et sacræ Theologiæ operã dedit. Deinde suarum virtutũ & doctrinæ merito canonicatũ in ecclesia S. Stephani: & eiusdẽ studii ulcecãcellariatũ aliaq; bũficia ecclesiastica adeptus est. Moritur anno christi 1442. In ecclia cathedrali Viẽnẽsi sepultus. Scripsit hæc: q̃ adhuc in bibliotheca facultatis artiũ extãt. Tabulas de planetarũ motibus: & luminariũ eclypsibus uerissimas ad meridianũ Viennensem. Kalendarium quod multis sequentibus annis utile erat & iucundissimũ.
Tabulas uarias de parte proportionali. Canones in tabulam tabularum.
Libellum de arte calculandi in minutiis phisicis. Tractatum sinuũ.
Equatorium motuũ planetarum ex Campano transsumptum.
Compositionem Astrolabii: & utilitates eiusdem p̃ quorundam aliorum instrumentorum.
Habuit discipulos plures egregios: quorum uetustas nomina aboleuit. Hic unicus Georgius prunet ex Ruspach studiosissimus astrorum obseruator pulcherrima instrumẽta & libros quosdam collectos post se reliquit: quæ in bibliotheca præfata hodie cernuntur.
Circa hæc etiam tempora uenerabilis dñs Georgius præpositus Neoburgensis: & Ioannes Schintzel: et Ioannes feldner Artium magistri uaria & iocunda quidẽ in astronomia elaborauerunt.

GEORGIVS EX PEVRBACH In limitibus bauariæ & Austriæ natus. Artiũ & phie magr studii Viẽnẽsi. In collegio ciuitũ collega. Præceptor Ioannis de mõte regio Viẽnæ nouus astronomiæ instaurator: Horuiꝰ iperãte ghosissimo Rõnorũ impatore Friderico tertio Archiducũ austriæ. Qui & a p̃fato dño impatore: & Sigismũdo altero archiduce austriæ annuo est dotatus stipẽdio: & a Reuerẽdissimo cardinale patriarcha constãtinopolitano D. Bessarione: cũ illuc legatũ ageret: ob eius doctrinæ excellentiã summa ueneratione habitus. Moritur nondũ q̃dragenarius Anno Chrti. 1462. Sexto Idus Apriles. In ecclia cathedrali uiẽnæ: hoc sibi inscripto epitaphio sepultus:

Extinctum dulces quidnam meſtis amici.
Fata uocant. Lachesis sic sua fila trahit.
Destituit terras animus: cerlũq; reuisit.
Quæ semper coluit: liber & astra colat. *)

Scripsit hic celeberrimus uir uaria opuscula & præclarissima. sed quæ ad nostrã noticiam peruenere: diligentia D. Andreæ Stiborii conquisita sunt hæc
Sex primi libri Epithomatis Almalesti. * Theorica planetarũ opus insigne.
Tabulæ eclypsiũ sup meridiano uiennensi.
Collectio tabularum primi mobilis & quarundam noua compositio cum singulari usu.
Canones Astrolabii. Introductorium in Arithmeticam.
Extensio Organi Ptolemæi pro usu horarum germanicarum ad omnia climata cum demonstratione.
Canones Gnomonis cũ noua tabula pulcherrima. Cõpositio Cõpasti cũ regula ad oia climata.
Compositio nouæ uirgæ uisoriæ: cum lineis & tabula noua.
Instrumentũ pro ueris coniunctionibus solis & lunæ. In quo uetus instrumentũ de insufficientia taxat.

Abb. 6 TANNSTETTER 1514, f aa3ᵛ: Erste Seite der *Uiri Mathematici* mit den Würdigungen von: Heinrich von LANGENSTEIN, Johannes von GMUNDEN, Georg von PEUERBACH.

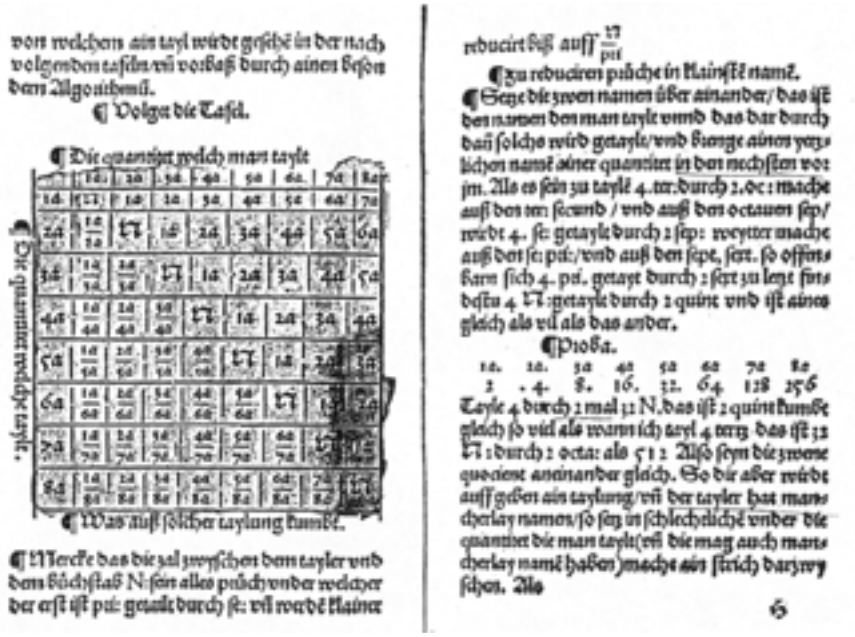


Abb. 7 Schreyber 1518/1521, f. (G viij^{v}]: Eine Tabelle zur Division algebraischer Potenzen.

Abb. 8 Schreyber 1518/1521, f. I i^{v}f.: Beim Gleichungstyp fünf $Cx^{n+2} + Ax^{n} = Bx^{n+1}$ wird die mögliche Doppellösung aufgezeigt.

seyn darumb multiplicir 1 pri: durch 3 pri: so kõmen 3 se: der erst gewyn/darnach gewinnet her mit aynem yetzlichen ft: des gewyns als viel ft: als jm dritte sack sein/also spich 1 N: gibe 9 pri: wie vil geben 3 se: Facit 2 7 ter: der ander gewin/ welchen tayle durch denn ersten sack als 1 pri: so entspringen 2 7 se: vnd also offt gewinnet her die ft: des andern sacks darumb multiplicire 2 7 se: durch 3 pri so hastu 8 1 ter: d dritt gewin welcher ist gleych 2 1 8 7 N: die tayle durch 8 1 so komen 2 7 darauß nym radicem cubicam als 3 der frag berichtung.

¶ Volgendt exempel der vierden Regel Cossi:

¶ Es habt ain baur 4 weisen ainerlay gestalt vñ grösse jn welchen die lang übertrifft die brayte jn 1 0 ellen/ vnd her vorkaufft ain elle vmb 2 ft: vñ ym geßlt vor sulch vier weisen 7 6 8 ft: Ist die frag wie lang vnd brait ist der weisen ain gewesen. Setz die brayte sei 1 pri: so ist die lenng 1 pri: + 1 0 N: multiplicire die lange durch die braite so komen 1 se: + 1 0 pri: das ist die flech aynes weisen die setz 4 mal so werden 4 se: + 4 0 pri: Nun spich 1 el oder N: vmb 2 ft: oder N: wie teur kommen 4 se: + 4 0 pri: Facit 8 se: + 8 0 pri: das ist gleich 7 6 8 ft: oder N: Facit die brayte 6 ellen/ vnd die leng 1 6 ellen.

¶ Ainer legt 6 4 ft: jn ainē handel auff zwai jar also was her gewinnet das erste jar/ setzt her mit sambt dem haubtgut wieder auff das ander jar vnd finde mit haubtgut/ gewin/ vñ gewyns gewin 1 4 4 ft: Ist die frag wie vil ist der gewyn des ersten jars. Setze 1 pri: Spich 6 4 N: geb 1 pri: wie viel gewinnen 6 4 N: + 1 pri: Facit 1 pri: + $\frac{1}{64}$ se: also ist die haubtsum 6 4 N: der erst gewin 1 pri/ der ander gewin 1 pri: + $\frac{1}{64}$ se summa facit $\frac{1}{64}$ se: + 2 pri: + 6 4 N. dz alles ist gleych 1 4 4 N: nach der cauted Suberahire 6 4 N: von 1 4 4 N: so pleyben 8 0 N: die seyn gleich $\frac{1}{64}$ se: + 2 pri: nach es nach der regel so komen 3 2 N: oder ft: der erst gewin vnnd der ander gewin ist 4 8 N oder ft: rc.

¶ Es habt ain paur 2 ecker jn so an das der ans der acker nach der seytenn ayne welche du wil (dan die seytē sein alle gleich) übertreffe den erstē acker welcher klayner ist/ vmb 1 ellen Nun nym ich $\frac{1}{4}$ des ersten ackers zu $\frac{1}{2}$ des anndern ackers vnd vorkaufft 1 elle vmb 6 ft: vnd finde

2 4 ft: ist die frag wie lang oder brayt ist der erst acker. Setz 1 pri: vnd den andern 1 pri: + 1 N: Quadrir alle baide ecker/ so wird der erst 1 se: vñ d ander 1 se: + 2 pri: + 1 N: Suche $\frac{1}{4}$ auß dem ersten quadrat/ so kumbt $\frac{1}{4}$ se: nym auch $\frac{1}{3}$ auß dem andern quadrat so hastu $\frac{1}{3}$ se: + $\frac{2}{3}$ pri: $\frac{1}{3}$ + N/ addire die zway zusamen so wird die sum $\frac{7}{12}$ se: + $\frac{2}{3}$ pri: + $\frac{1}{3}$ N: das alles multiplicire durch 6 so hastu 3 $\frac{1}{2}$ se: + 4 pri: + 2 N: welchs ist gleich 24 N: Nach es nach der regel so komen vor die seiten des ersten quadrats 2/ vnd vor die seiten des andern quadrats 3.

¶ Volgende exempel der funfften Regel Cossi:

¶ Es seyn erlich gesellen/ ways mit wie viel/ vnd haben 8 ft: jn ainer gemain vñ legt ain yetzlicher darzu als viel ft: als jr sein/ vnd tailen das halbtail wieder vnder sich/ so komen ainem yetzlichē zu seynem tayl 3 ft: Ist die frag wie viel seyn der gesellen gewesen Setz jr sein gewesen 1 pri: vnnd hadt ain yetzlicher aingelegt 1 pri: darumb multiplicier 1 pri: durch 1 pri: so wirdt 1 se: zu welchē thue 8 ft: stet 1 se: + 8 N: darauß nym dz halbtail als $\frac{1}{2}$ se: + 4 N: das taile durch die zal der gesellen als 1 pri: so kumbt $\frac{1}{2}$ se: + 4 N: gemelt durch 1 pri: Thue wie jn der diuision gelernt ist: Es sullē komē 3 N: also mul: 1 pri das ist d tailer durch 3 N: so wirdt 3 pri. vñ stet $\frac{1}{2}$ se: + 4 N: sein gleich 3 pri. Mache es nach der regel so sein der gesellen gewesen 4.

¶ Es sein aber erlich gesellen als 6 4 die habē jn wollen zu treyben kauffmanschafft/ also spricht ainer wir haben nicht alle geldt/ sunder wollen die wellich nicht geldt haben auß schicken vnd die andern sullen do haym bleyben/ der rath gefellet jn allen wol/ also tailen sie sich jn zway tail das erst tail bleybt do haime vnd legt ayn geldt ain yetzlicher ain ft: welch sie tailen jn 4 tayl/ vñ $\frac{3}{4}$ geben sie den andern/ welche gewinnen mit ainem yetzlichen ft: die ganz sum der drey viertail/ vnd gewinnen aber mit ainem yetzlichen ft des izygen gewins halb als vid als der auß geschickten gesellen seyn/ vnd sulch geldt geben sie

Abb. 9 Schreyber 1518/1521, ff. L i^{v}-Liij^{r}: Textbeispiele zu seinen Gleichungstypen vier und fünf.

Abb. 10 Rudolff 1525, f. H iᵛf: Zahlbeispiele zu seinen Gleichungstypen sechs bis acht.

Abb. 11 Kodex C 349, SLUB Dresden: Darstellung von Potenzen der Unbekannten bis zum Grad 18 - Grad 17 gesprochen: „quiniessurdussolidus" - von der Hand von Adam Ries, vermutlich zwischen 1516 und 1518; hierzu Fußn. 230.

Abb. 12 Johannes Kepler verwendete in seiner Bearbeitung der „Coß" von Jost Bürgi (1552-1632), wohl um 1610, noch die algebraische Symbolik wie Johannes Widmann.

Ulrich Reich

Die Arithmetik des Georg von Peuerbach: Was kam danach?

Überblick

Georg Aunpekh von Peuerbach schuf neben seinen bedeutenden astronomischen Werken eine kurze Abhandlung zur Arithmetik. Dieser Algorismus war die erste Schrift, die sich im deutschen Sprachraum mit dem Rechnen bei den ganzen Zahlen befasste. Als Entstehungszeit wird etwa das Jahr 1457 angenommen.[1] Dieses arithmetische Werk erzielte erst durch die Verbreitung von Drucken mehrere Jahrzehnte nach Georg von Peuerbachs Tod im Jahre 1461 eine große nachhaltige Wirkung.
Welche Werke folgten nach und lösten Peuerbachs Algorismus ab? Dieser Frage wird in diesem Aufsatz nachgegangen. Dabei wird das Arithmetikbuch des Rainer Gemma Frisius (1508 - 1555) in den Vordergrund gestellt, das offensichtlich die größte Verbreitung nach dem Algorismus des Georg von Peuerbach erzielt hat.

Verbreitung von Peuerbachs Arithmetikwerk

Mit arithmetischen Werken, die auf Georg von Peuerbach zurückgehen bzw. seinen Namen tragen, hat sich Wolfgang Kaunzner[2] ausgiebig befasst. Da nichts darüber bekannt ist, ob heutzutage ein Autograph des Algorismus von Georg von Peuerbach existiert, muss man sich mit Abschriften bzw. Nachdrucken begnügen. Danach kann man eine Zweiteilung in Handschriften und in Druckwerke vornehmen. Wolfgang Kaunzner hat bisher neun Handschriften[3] aus dem späten 15. und frühen 16. Jahrhundert aufgespürt und folgendermaßen klassifiziert:

---

1 Wolfgang Kaunzner: Von Georg von Peuerbach zu Johannes Kepler - Zwei Jahrhunderte mathematischer Entwicklung im Abendland, in: Franz Pichler (Hrsg.): Der Harmoniegedanke Gestern und Heute. Peuerbach Symposium 2002, Linz 2003, S. 29-61, hier S. 36.

2 Wolfgang Kaunzner: Über Georg von Peuerbach und die Mathematik des 15. Jahrhunderts, in: Helmuth Grössing (Hrsg.): Der die Sterne liebte: Georg von Peuerbach und seine Zeit, Wien 2002, S. 43 - 76.

3 Wolfgang Kaunzner: Über Georg von Peuerbach, einen Wegbereiter der modernen Mathematik am Übergang vom Mittelalter zur Neuzeit, in: Rainer Gebhardt (Hrsg.): Arithmetische und algebraische Schriften der frühen Neuzeit, Annaberg-Buchholz 2005, S. 93 - 116, hier S. 106 - 110.

[1.1.1] Yale Medical Library, New Haven, USA, *Codex 24*, früher Kodex *Melk 794(627)*, spätes 15. Jh., Incipit „*Et si ars numerandi sufficienter algorismo ...*"
[1.1.2] Handschriften mit Incipit „*Numeri propositi repraesentationem cognoscere ...*"
[1.1.2.1] Österreichische Nationalbibliothek (ÖNB) Wien, Series nova 328, 2. Hälfte 15. Jh.
[1.1.2.2] ÖNB Wien, *CVP 10621*, 15. Jh.
[1.1.2.3] Bayerische Staatsbibliothek (BSB) München, *Clm 19857*, 14. u. 15. Jh.
[1.1.2.4] Hofbibliothek Regensburg, *MS 85/1*, wohl Ende 15. Jh.
[1.1.2.5] BSB München, *Cgm 821*, zwischen 1500 und 1520
[1.1.2.6] Stiftsbibliothek Kremsmünster, Kodex *Cremifanensis 301*, 1482
[1.1.2.7] Universitätsbibliothek (UB) München, *4° Cod. ms. 743*, erstes Drittel 16. Jh.
[1.1.3] Jagiellonische Bibliothek Krakau, *MS 1840, 15./16. Jh.*, Incipit „*Jnquid ysidorus libro tercio ... "*
Die Zusammenhänge und Abhängigkeiten zwischen diesen neun Kodizes sind bisher noch nicht untersucht worden. Auf der Basis dieser Handschriften sind etliche Druckwerke entstanden, die sich auf Georg von Peuerbach beziehen. Aktuell sind dem Autor die folgenden 18 Druckwerke bekannt, die auch durch insgesamt mindestens 67 Exemplare in Europa und USA nachgewiesen werden und damit als gesichert gelten können:

s.1. 1492

Wien ca. 1498: Algorismus

Wien ca. 1500, Opus Algorismi Iocundissimum Magistri Georgij peurbachij, Johann Winterburg, 6 Bl.

Leipzig 1503, Opus Algorithmi iucundissimi Magistri Georgij Peurbachij, (Martinus Herpipolensus), 8 Bl.

Leipzig 1505, Opus Algorithmi iucundissimi Magistri Georgij Peurbachij

Leipzig 1507, Opus Algorithmi iucundissimi Magistri Georgij Peurbachij, (Martinus Herpipolensus), 8 Bl.

Leipzig 1510, Opus algorithmi iucundissimum, 8 Bl.

Wien um 1510, Algorithmus

Wien 1511: Institutiones in Arithmeticam, 10 Bl.

Wien 1512

Nürnberg 1513: lnstitutiones in Arithmeticam, 7 Bl.

Wien 1515, Algorithmus de integris, 8 Bl.

Wien 1520: Algorithmus Georgii Peurbachii ... , Drucker Singrenius, 8 Bl.
s. 1. 1522: Algorithmus Georgij Peurbachij ... , 8 Bl.

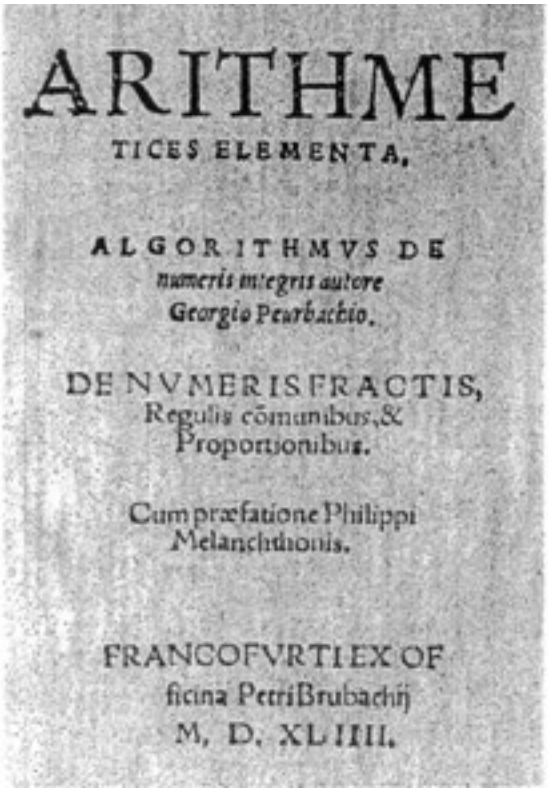
Wittenberg 1534: Elementa Arithmetices Algorithmus de numeris integris, Josef Klug, 39 Bl. Wittenberg 1536: Elementa Arithmetices Algorithmus, Josef Klug, 54 Bl.

Venedig 1539: Arithmeticae practicae

Frankfurt 1544, Arithmetices elementa. Algorithmus de numeris integris autore Georgio Peurbachio. De numeris fractis, regulis communibus, & proportionibus. Cum praefatione Philippi Melanchthonis. 36 Bl., 1 S.

Bei diesen Druckwerken muss unterschieden werden zwischen den früheren kleinen Traktaten mit maximal zehn Blättern, die in Wien, Leipzig und Nürnberg bis 1522 erschienen sind, und den späteren umfangreicheren Druckwerken, die außer Peuerbachs Algorithmus über ganze Zahlen noch weitere Themen behandeln, mit einem kurzen Vorwort Melanchthons beginnen und in Wittenberg, Venedig und Frankfurt gedruckt worden sind. Außerdem kann man davon ausgehen, dass viele weitere anonyme Traktate hergestellt worden sind, die sich ohne die Nennung von Peuerbachs Namen auf seinen Algorithmus beziehen.
Wie lange wurden die arithmetischen Grundlagen nach Georg von Peuerbach gelehrt? Darüber geben die Druckzeiträume Auskunft. Besonders lange hielt sich Peuerbachs Werk an der Universität Wittenberg. Dieses Verdienst ist dem im damaligen kurpfälzischen Städtchen Bretten gebürtigen Reformator Philipp Melanchthon (1497 - 1560) zuzurechnen, der insbesondere auf die Einrichtung von zwei mathematischen Lehrstühlen erfolgreich eingewirkt hatte. Diese Lehrstühle wurden 1536 mit Erasmus Reinhold (1511 - 1553) und Georg Joachim Rheticus (1514 - 1576) besetzt. Wohl in Abstimmung zwischen Melanchthon und Rheticus, der für die Arithmetik-Vorlesung zuständig war, entstand eine ausführliche Rede über den Nutzen der Arithmetik. aus der hier eine häufig zitierte Passage in deutscher Übersetzung wiedergegeben wird:[4]
„Ich glaube, kurz noch etwas über die leichte Erlernbarkeit [der Arithmetik] anfügen zu müssen. Ich weiß, dass sich die jungen Leute durch das Vorurteil ihrer Schwierigkeit von diesen Wissenschaften abschrecken lassen. Aber hinsichtlich der Elemente der Arithmetik, die man normalerweise an den Schulen lehrt und die für die tägliche Praxis herangezogen werden, irren sie sich sehr, wenn sie meinen, sie seien ungemein schwer. Die Rechenkunst leitet sich unmittelbar aus der Beschaffenheit des menschlichen Geistes ab und besitzt Beweise mit dem höchsten Gewissheitsgrad. Daher können ihre Grundlagen weder unverständlich noch schwierig sein, die ersten Regeln sind im Gegenteil so klar, dass auch Kinder sie begreifen können, weil dieses ganze Wissensgebiet aus der Beschaffenheit des menschlichen Geistes hervorgeht. Zweitens erfordern die Regeln der Multiplikation und der Division zwar etwas mehr Genauigkeit, aber ihre Gründe können dennoch von aufmerksamen Schülern schnell begriffen werden. Diese Wissenschaft verlangt genauso Übung und praktische Anwendung wie alle anderen."

4 Entnahme aus Philipp Melanchthons 1536 in lateinischer Sprache abgefasster Rede über den Nutzen der Arithmetik oder Vorrede zur Arithmetik des Georg Joachim Rheticus (1514 - 1576), Corpus Reformatorum 11, Sp. 284 - 292, hier Sp. 289 f., übersetzt von Gerhard Weng.
Stefan Deschauer hat ausführlich belegt, dass nicht Melanchthon, sondern Rheticus der Redner gewesen sei und Melanchthon in seinen Werken auch Lehrvorträge und Reden anderer Persönlichkeiten aufgenommen habe. Siehe Stefan Deschauer: Die Arithmetik-Vorlesung des Georg Joachim Rheticus Wittenberg 1536. Eine kom mentierte Edition der Handschrift X-278 (8) der Estnischen Akademischen Bibliothek. Augsburg 2003.


ARITHME
TICES ELEMENTA,

ALGORITHMVS DE
numeris integris autore
Georgio Peurbachio.

DE NVMERIS FRACTIS,
Regulis cõmunibus,&
Proportionibus.

Cum præfatione Philippi
Melanchthonis.

FRANCOFVRTI EX OF
ficina Petri Brubachij
M, D, XLIIII.

Abb.: Titelblatt, Frankfurt 1544, Bibliotheca Palatina Roma, Sign. R.I.V.456 (3)

In den Büchern der Auflagen Wittenberg 1534, Wittenberg 1536, Venedig 1539 und Frankfurt 1544 ist eine im zeitgemäßen Stil verfasste zweiseitige Vorrede Philipp Melanchthons abgedruckt. Mit ihr wendet sich Melanchthon an den heranwachsenden Justus Jonas, den Sohn des gleichnamigen Reformators Justus Jonas (1493 - 1555) und widmet ihm dieses Buch als Anreiz. Er betont den Wert der Arithmetik als Grundlage bei weiteren Wissenschaftsgebieten und im alltäglichen Gebrauch. Dabei weist er den Studienanfänger nachdrücklich auf den erforderlichen Fleiß und das intensive Einüben hin.

Wo war Georg von Peuerbach bekannt? Da seine Schriften durchwegs in der damaligen Wissenschaftssprache Latein abgefasst waren, stand ihrer Verbreitung an den Universitäten in ganz Europa nichts im Wege. Insbesondere seine astronomischen Schriften und hier vor allem sein Werk „Theoricae novae planetarum"[5] über die Planetentheorien sowie seine trigonometrischen Tabellen waren im gesamten christlichen Europa bestens bekannt, was man aus der Verbreitung heutiger Standorte einzelner Exemplare Peuerbachs schließen kann. Die Verbreitung des Algorithmus beschränkte sich dagegen auf deutschsprachige Universitäten und zusätzlich auf die Lateinschulen, die höheren Ansprüchen gerecht wurden.

5 Dieses Werk wurde 1472 von Regiomontanus in Nürnberg herausgegeben und erlebte 56 Auflagen bis 1653. Siehe Friedrich Samhaber: Der Kaiser und sein Astronom. Friedrich III. und Georg Aunpekh von Peuerbach, Peuerbach 1999, S. 80.

Nachfolgende Werke

Die Entwicklung der Mathematik und das Niveau der Vorlesungsinhalte gestalteten sich an den Universitäten sehr individuell. So ist es nicht verwunderlich, dass es bis heute keine ausführliche zusammenfassende Betrachtung bei der Mathematik an allen damaligen deutschsprachigen Universitäten gibt.
Immerhin existierten bis 1500 bereits zwanzig deutschsprachige Universitäten, die hier nach ihrem Gründungsjahr chronologisch aufgelistet werden:[6] Prag 1348, Krakau 1364, Wien 1365, Pecs (Fünfkirchen) 1367, Heidelberg 1386, Köln 1388, Buda (Ofen) 1389, Erfurt 1392, Würzburg 1402, Leipzig 1409, Rostock 1419, Löwen 1426, Greifswald 1456, Freiburg im Breisgau 1457, Basel 1460, Pressburg 1467, Ingolstadt 1472, Trier 1473, Tübingen 1476, Mainz 1476. In der ersten Hälfte des 16. Jahrhunderts fanden fünf weitere Neugründungen statt. Wittenberg 1502, Frankfurt an der Oder 1506, Marburg 1527, Königsberg 1544 und Jena 1548.
Welche schriftlichen Unterlagen fanden außer Peuerbachs Arithmetik Verwendung? Wurde an einer Artistenfakultät die Arithmetik knapp behandelt, so reichten Traktate zum Linienrechnen aus. Um 1500 entstanden mehrere solche Druckwerke in lateinischer Sprache, die das Rechnen auf den Linien (Algorithmus linealis) zum Thema hatten. Diese stammten von Johannes Widmann (1488), Balthasar Licht (1500), Johannes Huswirt (1501), Johannes Karl von Landshut (1504 und 1513), Heinrich Stromer (1504), Ambrosius Lacher (um 1506) und Johannes Schonerus (1534). Aus ihren Druckorten kann man schließen, dass sie hauptsächlich an den Universitäten Köln und Leipzig Verwendung gefunden haben.
Ausführlichere Werke gingen zurück auf Jacques Lefèvre d' Etaples (Jacobus Faber Stapulensis) (um 1460 - 1536), der 1496 die Arithmetik des Jordanus Nemorarius (1. Hälfte 13. Jahrhundert) herausgegeben hatte, und vor allem auf die hier beschriebene und an den Universitäten weit verbreitete Arithmetik des Georg von Peurbach.
Die Mathematik erlebte einen rasanten Aufschwung und gewaltige Veränderungen, die hier nur stichwortartig angedeutet werden. Durch den wirtschaftlichen Aufschwung nahm der Bedarf an kaufmännischem Rechnen gewaltig zu. Die römischen Ziffern mussten den indischarabischen Ziffern weichen, und das Rechnen auf der Linien, das dem Rechnen mit dem Abakus entsprach und das man mit Rechenpfennigen auf dem Rechentisch, Rechenbrett oder einem Rechentuch durchführte, wurde durch das Rechnen mit der Feder in schriftlicher Form abgelöst. In der Mathematik wurde allmählich der ausführliche Text durch mathematische Abkürzungen ersetzt. Die Arithmetik und die Algebra traten in den Vordergrund, nachdem zuvor die Geometrie nach Euklid und die mathematische Astronomie (Planetenlehre, Kalenderberechnungen) dominiert hatten. Es wurden im Laufe der Zeit anteilmäßig immer mehr Bücher in den Landessprachen veröffentlicht. Mit größerer Verzögerung

6 Die Zahlenangaben entnahm ich Franco Cardini, M. T. Fumagalli Beonio-Brocchieri: Universitäten im Mittelalter - Die europäischen Stätten des Wissens, München 1991. Die Angaben der Gründungsjahre differieren in verschiedenen Werken. Siehe auch Kurt Mühlberger: Georg von Peuerbachs Wirkungsstätte: Die spätmittelalterliche Universität, in: Helmuth Grössing (Hrsg.): Der die Sterne liebte: Georg von Peuerbach und seine Zeit, Wien 2002, S. 147-172, hier S. 152 f..

hielten die Landessprachen auch Einzug an den Universitäten, allerdings noch nicht im 16. Jahrhundert.
So entstand in der Arithmetik der Wunsch nach einem zeitgemäßen preiswerten Buch. Rainer Gemma Frisius fand mit seinem Arithmetikbuch genau diese Marktlücke.

„Arithmeticae Practicae Methodus Facilis" von Gemma Frisius

Unter den Universitätsprofessoren des 16. Jahrhunderts, die im Quadrivium der Artistenfakultät lehrten, war Rainer Gemma Frisius, wie er sich selber bezeichnete, als Begründer der niederländischen Geographie eine der bedeutendsten Persönlichkeiten. All die Jahre ist Gemma Frisius ein recht bekannter Wissenschaftler geblieben. Das liegt an seinen vielfältigen Leistungen auf den verschiedensten Gebieten wie der Mathematik, Astronomie, Geographie, Kartographie und dem Instrumentenbau. Er befasste sich also ein Jahrhundert später mit denselben Wissensgebieten wie Georg von Peuerbach.

Die Lebensdaten des Gemma Frisius sind weitgehend erforscht und in den gängigen Biographien wie der Allgemeinen Deutschen Biographie[7], im Jöcher / Adelung[8] und dem „Biografische Index van de Benelux"[9] beschrieben. Die wichtigste Quelle ist auch heute noch das 1920 erstmals gedruckte Buch von Fernand van Ortroy (1856 - 1934).[10]
Gemma wurde am 8. Dezember 1508 im westfriesischen Dokkum geboren. Nach neueren Erkenntnissen[11] führte er ursprünglich als junger Mann nach seinem Vater den Namen Jemme Reinierszoon, der an der Universität zu Gemma Reyneri latinisiert wurde. Gemma besuchte die Schule in Groningen, bevor er sich am 26. Januar 1526 als „Gemma Reyneri de Grueningha"[12] an der Universität in Löwen immatrikulierte. Hier studierte er zunächst in der Artistenfakultät und legte die Magisterprüfung am 19. März 1528 ab.[13] Gemma war mit der kopernikanischen Lehre vertraut. Zusätzlich hatte er Medizin studiert und wandte sich ihr zu, um seine junge Familie unterhalten zu können. Er hatte 1534 in Löwen geheiratet. Von seiner Frau ist der Vorname Barbara bekannt. Einige Kinder starben früh. Bekannt wurde sein Sohn

7 Allgemeine Deutsche Biographie, 8. Band, 2. Aufl. Berlin 1968, 1. Aufl. 1878, S. 555 f. Der Autor ist Moritz Cantor.

8 Christian Gottlieb Jöchers Allgemeines Gelehrten Lexikon, 2. Band D - 1. Georg Olms, Hildesheim 1961, Spalte 914 f.

9 2. Auflage München 2003, Band 2, S. 724.

10 Fernand van Ortroy: Bio-Bibliographie de Gemma Frisius, fondateur de l'Ecole Belge de Geographie, de son fils Corneille et de ses neveux les Arsenius, Brüssel 1920.

11 Steven vanden Broecke: The Limits of Influence: Pico, Louvain, and the Crisis of Renaissance Astrology, Leiden/ Boston 2003, S. 115.

12 A. Schillings: Matricule de l' Universite de Louvain, Tome III (31.8.1485 - 31.8.1527), Brüssel, Palais des Académies, 1958, S. 756, Nr. 170.

13 Fernand van Ortroy 1920, S. 16.

Comelis Gemma Frisius (1535 - 1575) als Astronom und Nachfolger seines Vaters an der Universität Löwen.
Gemma stellte zwei Erdgloben (1530, 1535/36) und zwei Himmelsgloben (1530, 1537) her. Dabei wurde er von seinem bekanntesten Schüler Gerhard Mercator (1512 - 1594) unterstützt. Berühmt wurden seine Weltkarten von 1540 und 1544. Peter Apians „Cosmographicus liber", das erstmals 1524 in Landshut erschien, ließ Gemma seit 1529 vielfach mit eigenen Zusätzen bevorzugt in Antwerpen nachdrucken. Hiervon existieren etwa 60 Auflagen in mehreren Sprachen (lateinisch, französisch, flämisch, spanisch).[14] 1533 ließ Gemma erstmalig sein Büchlein „Libellus de locorum describendorum ratione deque distantiis eorum inveniendis" drucken, das er später in das Werk „Cosmographicus Liber" als Anhang einfügte. Weitere Werke sind „De Principiis Astronomiae & Cosmographiae" (elf Auflagen seit 1530), „De usu annuli astronomici" (1539), „De Astrolabo catholico liber" (drei Auflagen seit 1540), „De Radio astronomico et geometrico liber" (sechs Auflagen seit 1545) und „De Orbis divisione et insulis rebusque nuper inventis" (1548).
Nun wird das weit verbreitete Rechenbuch „Arithmetica practicae methodus facilis" des Gemma Frisius beschrieben. Bei oberflächlicher Betrachtung sieht es wie ein typisches Arithmetikbuch des 16. Jahrhunderts aus. Erst bei näherer Betrachtung entdeckt man einige Besonderheiten.
Hier wird die erste Auflage beschrieben, die 1540 in Antwerpen erschienen ist. Von dieser Auflage sind mir 21 Exemplare bekannt. Vom Exemplar der Bibliotheca Palatina Rom (Sign. N.VII.107.2) existieren in vielen deutschen Bibliotheken Mikrofiches (29, H 1505,1).[15] Das Buch im Quartformat[16] umfasst 38 in lateinischer Sprache beschriebene Blätter. Oben ist es ab Fo. III bis Fo. XXXVII und unten in der Bogennummerierung A i bis A iiij, B i Bis B iiij, C, D, E, F, G, H, I i bis I vi durchnummeriert.
Auf dem Deckblatt ist der Titel „ARITHMETICAE // PRACTICAE METHODVS // FACILIS, PER GEMMAM // FRISIVM MEDICVM AC// MATHEMATICVM" aufgeführt.
Darunter erscheint ein Bildnis, das wohl Gemma Frisius bei der Arbeit darstellen soll. Unter dem Bildnis steht ein 9-zeiliges Gedicht, das sich an den Leser wendet und die Bedeutung dieses Büchleins und die Leistung Gemmas betont. Das Buch ist mit einem nicht näher ausgeführten Privileg[17] versehen und ist 1540 von Gregorius Bontius in Amsterdam mit Basler Druckerzeichen gedruckt worden, wie man dem Titelblatt unten entnehmen kann. Auf der Rückseite bringt Gemma Frisius eine Widmung an den in Antwerpen tätigen Pater D. Guilelmus Rhetius. Sie schließt ab mit der Ortsangabe Löwen und dem Datum des 5. Januar [1540].

---

14 Karl Röttel (Hrsg.): Peter Apian. Astronomie, Kosmographie und Mathematik am Beginn der Neuzeit. Buxheim 1995, S. 261 - 265.

15 Es liegen mir die Kopien dieses Mikrofiches aus der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe vor.

16 Spätere Auflagen erschienen bevorzugt im Oktavformat.

17 Ivo Schneider: Urheberrechtliche Sicherung im naturwissenschaftlichen Schrifttum des 16. Jahrhunderts: Buchprivilegien bei Gemma Frisius (1508 - 1555). In: Börsenblatt für den Deutschen Buchhandel - Frankfurter Ausgabe - Nr. 43, vom 31. Mai 1974, 30. Jahrgang, Beilage „Aus dem Antiquariat", A 145 - A 151.

ARITHMETICAE
PRACTICAE METHODVS
FACILIS, PER GEMMAM
FRISIVM MEDICVM AC
MATHEMATICVM

Cor. Grapheus, lectori,
Si numerandi artem, cunctis ex artibus illam
Vel primam, exactè discere lector amas,
Hanc gemmā, ingenio summus quā Gēma libello
Hoc paruo inclusit, carpito, doctus eris.
Sunt conati alii prolixis tradere chartis
Hanc artem, at multis non placet ille labor,
Porrò hic Gemma suam gemmā sic temperat, ipsa
Vt placeat cunctis commoditate breui.

CVM PRIVILEGIO.

Vænunt Antuerpiæ Gregorio Bontio.
sub' insigni Basiliensi.
·1 5 4 0·

Abb.: Titelblatt, Antwerpen 1540, Bibliotheca Palatina Roma, Sign. N.VII. 107.2

Das Buch ist in vier Teile eingeteilt und behandelt im ersten Teil wie bei Georg von Peuerbach auf 19 Seiten die Grundrechenarten bei ganzen Zahlen. Der zweite Teil über die Bruchrechnung ist mit 8 Seiten knapp gefasst. Den größten Teil mit 36 Seiten nehmen einige allgemeine Regeln unter besonderer Betonung der Regula Falsi ein. Im vierten Teil werden auf 6 Seiten die Proportionen in knapper Form vorgestellt. Abschließend präsentiert Gemma auf drei Seiten zwei Aufgaben aus der Unterhaltungsmathematik.

Aufschlussreich ist hier der Vergleich mit der Frankfurter Auflage Peuerbachs von 1544, die ebenfalls vier Teile aufweist, die inhaltlich die gleichen Themen behandeln. Die ersten Teile über die ganzen Zahlen werden im Anschluss ausführlicher verglichen. Der zweite Teil des Frankfurter Buches behandelt unter der Überschrift „Secunda Pars. De minutiis seu fractionibus vulgaribus" (fol. B5^{r} bis fol. C2^{r}) die Bruchrechnung, danach im „Tertia Pars. De regulis communibus, regula quatuor proportionum seu detri" (fol. C2^{v} bis D8^{v}) einige Rechenregeln wie die Dreisatzrechnung, die Gesellschaftsrechnung und die Regula Falsi und abschließend im „Quarta Pars. De Proportionibus ex elementis Euclidis per Ioannem Vogelin" (fol. D8^{v} bis E4^{r}) einige wenige Grundlagen aus Euklids Elementen.

Nun wird zum Vergleich mit Peuerbachs Algorismus der erste Teil über die ganzen Zahlen genauer beschrieben. Er beginnt unter der Überschrift „Prima pars de speciebus Arithmetices" mit der Numeratio.[18] Mit besonderer Sorgfalt und intensiven Uberlegungen führt Gemma das Zählen ein. Er schreibt von zehn Elementen und unterscheidet die „Characteres" 1 bis 9, die er als signifikativ bezeichnet, und als zehntes Element das nicht-signifikative Element „o", das er Cyphra nennt. Gemma weist darauf hin, dass die Elemente miteinander verknüpft werden können, und betont, sie könnten in unbegrenzter Weise wachsen.

Beim Beschreiben und Aussprechen vielstelliger Zahlen teilt Gemma von rechts her die Zahlen in Dreierblöcke ab und führt senkrechte Trennstriche ein.[19] Moritz Cantor (1829 - 1920)[20] und Florian Cajori (1859 - 1930)[21] nehmen an, dass Gemma als erster diese Einteilung gewählt hat. Gemmas Schreibweise für diese Dreierblöcke ist „millia, millena millia, millies millena millia, millies millies millena millia." Bei der Einführung von Zahlen[22] weist Gemma mit Hilfe von einigen Zahlenbeispielen auf mögliche Einteilungen von Zahlen in einziffrige, zusammengesetzte, gerade, ungerade, perfekte, überflüssige, quadratische, kubische, surdische, prime und nichtprime Zahlen hin.

Im Folgenden[23] führt Gemma aus: „Es sind insgesamt vier Species in der Arithmetik, durch die alle Regeln und alle Untersuchungen in der Regel ausgeführt werden

18 Gemma Frisius, Arithmeticae practicae methodus facilis, Antwerpen 1540, fol. II^{r}.

19 Ebd., fol. II^{v}.

20 ADB, 8. Band, 1. Aufl. Berlin 1878, S. 555 f.. Siehe Fußnote 7.

21 Florian Cajori: A history of mathematical notations, vol. I: Notations in Elementary Mathematics, Chicago 1928, S. 58

22 Gemma Frisius 1540, fol. III^{r}.

23 Ebd., fol. III^{v}.

können." Er vergleicht mit den vier Species in der Dialektik, dem Syllogismus, der Induktion, der Schlussfolgerung und dem Exemplum. Nun führt Gemma die vier Species in der üblichen Reihenfolge jeweils mit einigen Beispielen ein.

Er beginnt mit der Addition. Auf die Neunerprobe weist er kurz hin. Die Subtraktion bezeichnet Gemma auch als „Subductio."[24] Hier beschreibt er neben unserem üblichen Verfahren auch die Methode der dekadischen Ergänzung, um die Subtraktion durch die Addition zu ersetzen. Bei der Multiplikation stellt Gemma eine Tabelle bis 9 x 9 auf.[25] Hier bringt er anwendungsorientierte Beispiele und berechnet die Anzahl Stunden bei 267 Tagen[26] sowie die Geldsumme bei Bezahlung von 67 083 Soldaten mit je 8 Aurei (Golddenaren).[27] Auffällig ist bei einer weiteren Aufgabe, bei der die Anzahl der Tage ermittelt werden soll, die Verwendung der Jahreszahl 1536. Ist dies ein Indiz, dass dieses Buch im Jahr 1536 entstanden ist? An dieser Stelle[28] verliert Gemma ein kritisches Wort zur Verdopplung („Duplatio") und Halbierung („Mediatio"): „Einige pflegen, die Duplatio und die Mediatio als von der Multiplikation und Division abgetrennte Species zu bezeichnen. Ich weiß aber nicht, was jene Dummen dazu bewegt, weil die Erklärung und die Rechenoperation dasselbe sind. Verdoppeln ist nämlich das Multiplizieren mit zwei, das Medieren aber das Teilen durch zwei. Wenn aber diese Operationen als verschieden [von Multiplikation und Division] angesehen werden, müssten von uns unbegrenzt Species ausgeführt werden, die Verdreifachung, Vervierfachung usf." Die Division als vierte Species erläutert Gemma ausführlich an zwei Beispielen und verwendet dabei die damals übliche Methode des Überwärtsdividierens. Zunächst verteilt er 433 656 Aurei auf 72 Personen[29] und erhält als Ergebnis ohne Rest 6023 Aurei pro Person. Bei einem weiteren Beispiel, der Division von 7 336 268 Tagen durch 365, erhält man 20 099 Jahre und als Rest 133 Tage.[30] Nach dem Beispiel der Halbierung bei der Zahl 43 672 136 beschließt Gemma seine vier Species mit der Anmerkung, dass jeder Beliebige vor allem anderen, was man mit Zahlen lösen kann, die Species gründlich erlernen soll.

Auf lediglich zwei Seiten behandelt Gemma die Folgen. Bei der arithmetischen Folge führt er sechs Beispiele[31] auf und bei der geometrischen Folge drei Beispiele. Für die Berechnung der Summen gibt er den Rechengang andeutungsweise an. Ebenfalls auf zwei Seiten erläutert Gemma unter dem Titel „De regula proportionum sive trium numerorum"[32]die Dreisatzrechnung und behandelt fünf einfache Beispiele mit jeweils ganzzahligen Ergebnissen.

24 Ebd., fol. IIII^{v}.

25 Ebd., fol. V^{v}.

26 Ebd., fol. VI^{r}.

27 Ebd., fol. VI^{v}.

28 Ebd., fol. VII^{r}.

29 Ebd., fol. VII^{v}.

30 Ebd., fol. IX^{r}.

31 Ebd., fol. IX^{v}.

32 Ebd., fol. X^{v}.

Auf eine Beschreibung der drei weiteren Teile wird hier verzichtet. Auf der letzten Seite ist das Colophon eingefügt: „Antverpiae, Imprimendum curabat Gregorius Bontius, Typis Aegidii Coppenii Diestheñ. Anno . M . D . XL."
Nun werden im Detail vergleichsweise Angaben zu Peuerbachs Arithmetik in der Frankfurter Ausgabe 1544 und zur Antwerpener Auflage 1540 des Arithmetikbuches von Gemma Frisius gemacht:

Arithmetices elementa. Algorithmus de numeris integris autore Georgio Peurbachio. Frankfurt 1544.

Titelseite	1	Seite
Vierzeiliges Gedicht auf Titelrückseite	1	Seite
Vorwort von Philipp Melanchthon	3	Seiten
Über die Zahlen	1	Seite
Addition	2	Seiten
Subtraktion	2	Seiten
Mediation (Halbierung)	1	Seite
Duplation (Verdopplung)	1	Seite
Multiplikation	5	Seiten
Division	2	Seiten
Progression (Zahlenfolgen)	2	Seiten
Quadratwurzelziehen	2	Seiten
An den Leser	1	Seite
	24	Seiten

Gemma Frisius: Arithmeticae practicae methodus facilis, Prima pars de speciebus Arithmetices, Antwerpen 1540

Titelseite	1	Seite
Widmung	1	Seite
Über die Zahlen	3	Seiten
Addition	2	Seiten
Subtraktion	2	Seiten
Multiplikation	3 ½	Seiten
Mediation, Duplation	½	Seite
Division	4	Seiten
Progression (Zahlenfolgen)	2	Seiten
Regula proportionum sive trium numerorum	2	Seiten
	21	Seiten

Wurzelziehen später im 3. Teil

Von den Kapitelüberschriften her sind beim Inhalt keine gravierenden Unterschiede erkennbar. Es werden - was vom mathematischen Inhalt her kaum erstaunt - die gleichen mathematischen Themen behandelt. Dabei begnügt sich Georg von Peuerbach mit Text und beschreibt theoretische Anweisungen bezüglich der einzelnen Rechenoperationen. Im Gegensatz zu Gemma Frisius bringt er keine erläuternden Zahlenbeispiele. Bis auf eine Multiplikationstabelle („Mensa Pythagorae") von 1 mal 1 bis 9 mal 9 und die arithmetische Folge 2, 4, 6, 8, 10 etc. kommt Peuerbach ohne Zahlendarstellungen aus. Einen weiteren Unterschied stellt Gemmas Verzicht auf die Verdopplung und Halbierung dar.

Nun sollen noch einige Angaben zur Verbreitung des Arithmetikbuches von Gemma Frisius gebracht werden.

Wie viele Auflagen dieses Arithmetikbuch nach seiner ersten Auflage Antwerpen 1540 noch erreicht hat, lässt sich nicht mehr zweifelsfrei ermitteln. Nach Untersuchung vieler bibliographischer Quellen kann ich zum heutigen Zeitpunkt (Ende September 2006) 119 Auflagen aufzählen. Bei 19 dieser Auflagen ist kein Exemplar bekannt. Die verbleibenden hundert Auflagen sind durch weltweit 683 Exemplare nachgewiesen. 11 weitere Exemplare gingen hauptsächlich im Krieg verloren. Damit habe ich 629 Exemplare in 101 Auflagen von 1540 bis 1597 aufgelistet und weitere 65 Exemplare in 18 Auflagen von 1602 bis 1661, d. h. 694 Exemplare in 119 Auflagen von 1540 bis 1660.

Die Auflagen teilen sich auf 18 Druckorte auf. Dabei glänzen Wittenberg mit 28, Paris und Leipzig mit je 21, Antwerpen mit 13 und Köln mit 10 Auflagen. Weitere Auflagen wurden in Basel (6), Frankfurt am Main (2), Hanau (2), Oxford (2) und je ein Mal in Amsterdam, Halle, Kopenhagen, Leiden, London, Lyon, Stettin, Straßburg und Venedig gedruckt. Neben 109 Auflagen in lateinischer Sprache gibt es noch Editionen in französischer, italienischer, deutscher und englischer Sprache.

In Deutschland befinden sich mindestens 266 Exemplare. Dabei existieren jeweils mehr als 10 Exemplare in den Städten Augsburg, Berlin, Freiburg, Halle, Jena, München und Wolfenbüttel. Außerhalb von Deutschland gibt es besonders viele Exemplare in Frankreich (84), USA (60), Großbritannien (54), Belgien (46) Polen (32), Schweden (22) und Holland (18). In Österreich sind mir aktuell 13 Exemplare bekannt.

Weitere Auflagen und Exemplare sind sicher noch auffindbar. So ist gut vorstellbar, dass dieses Arithmetikbuch einerseits als Konvolut mit weiteren Werken zum Studium des Quadriviums in der Artistenfakultät zusammengebunden ist und andererseits bereits an Lateinschulen verwendet worden ist. So dürften weitere Exemplare in den Schulbibliotheken alter Gymnasien existieren.

Inwieweit Gemma bei späteren Auflagen an Veränderungen bzw. Erweiterungen beteiligt gewesen ist, lässt sich nicht mehr zweifelsfrei klären. Es ist das Verdienst von Fernand van Ortroy, dass er in seinem mehrfach zitierten Buch die Unterschiede zwischen den einzelnen Auflagen sehr ausführlich untersucht hat. An den Pariser Auflagen ab 1545 hat sehr ausgiebig Jacques Peletier (Peletarius) (1517 - 1582) mitgewirkt. Wer die Wittenberger und Leipziger Auflagen erweitert und verändert hat, ist bisher ungeklärt. Die französischen Übersetzungen bewerkstelligte Pierre

Forcadel (gest. 1576). Später befassten sich noch intensiv mit Gemmas Werk Johannes Stein, Christian Urstitius (Wurstisen) (1544 - 1588), Johannes Paulus Resenius (Resen) (1586 - 1629?), Nicolaus Gaelstrupius, Bartholomäus Keckermann (1571/73 - 1609) und Thomas Hood.
Bei oberflächlicher Betrachtung kommt einem dieses Buch wie ein übliches Buch zur Arithmetik vor. Solche Äußerungen haben mehrere bekannte Mathematikhistoriker gemacht, denen deshalb kein Vorwurf zu machen ist. Wertvolle Details erschließen sich einem erst bei genauerer Betrachtung. So ist es mir auch ergangen. Es steckt mehr in diesem Buch!
Wie ist aber der Verkaufserfolg zu erklären? Entscheidend waren sicherlich mehrere Faktoren. Wegen des knappen Umfanges mit 38 Blatt im Quartformat 1540 und später mit weniger als 100 Blatt im Oktavformat (Wittenberger und Leipziger Auflagen mit 88 Blatt, Pariser Auflagen mit 96 Blatt) konnte der Verkaufspreis niedrig gehalten werden. Dies ist eine Voraussetzung für gute Verkaufschancen. Weiterhin hatte sich Gemma durch seine kartographischen, geographischen und astronomischen Leistungen genauso wie Georg von Peuerbach einen berühmten Namen gemacht. Und schließlich kann man auf inhaltliche Vorzüge des Rechenbuches verweisen. So schreibt Helmuth Gericke[33] von einem „einfachen, leicht fasslichen Lehrbuch. Traditioneller Ballast ist abgestreift. Methodisch ist es streng, inhaltlich beschränkt es sich auf elementare Dinge." Außerdem behandelte Gemma als einer der ersten in einem lateinischen Mathematikbuch für die Universitäten und Lateinschulen sechzig praxisbezogene, in Text eingekleidete Aufgaben „de regulis vulgaribus", die stark motivierend auf die Lernenden gewirkt hatten.
Von vielen Zeitgenossen und auch in den folgenden Jahrhunderten wurde Gemma häufig zitiert und überwiegend für seine mathematischen Leistungen gerühmt. So wurde Gemma von Michael Stifel (1487 - 1567) in seinem 1544 erschienenen Buch „Arithmetica integra" und hier vor allem bei der Regula Falsi mehrfach lobend erwähnt.

Weitere Nachfolgewerke

Gemmas Arithmetikbuch war europaweit bekannt und befand sich an vielen Universitäten und auch an Lateinschulen im Einsatz. Daneben gab es an vielen Universitäten eigene Entwicklungen. Die Universitäten gaben alles andere als ein einheitliches Bild ab. Ihr Niveau war - wie zu jeder Zeit und auch heute - sehr unterschiedlich. Die gesamte Entwicklung der Arithmetik wurde entscheidend beeinflusst durch das wirtschaftliche Wachstum mit dem Aufblühen der Städte und einem immensen Bedarf an kaufmännischem Rechnen. Man kann von einer Zweiteilung der Arithmetik reden. In den Städten bildete sich ein neuer Berufsstand heraus, derjenige des Rechenmeisters. Sie gewannen im deutschsprachigen Raum ab 1480 erheblich an Bedeutung. Ihre wichtigsten Vertreter waren Adam Ries (1492 - 1559) aus

33 Helmuth Gericke: Zur Geschichte der Mathematik an der Universität Freiburg i. Br., Beiträge zur FreiBurger Wissenschafts- und Universitätsgeschichte, 7. Heft, Freiburg im Breisgau J 955, S. 34.

Staffelstein in Erfurt und Annaberg, Jakob Köbel (1460 - 1533) in Oppenheim, Johann Albert (1488 - 1558) in Wittenberg, Franz Brasser (um 1520 - 1594) in Lübeck und Simon Jacob (ca. 1510 - 1564) aus Coburg in Frankurt. Besonders angesehen waren die Nürnberger und Ulmer Rechenmeister. Die Rechenmeister lehrten in der Landessprache an speziellen Schulen, in denen nicht mehr in lateinischer Sprache unterrichtet wurde, zweckmäßige anwendungsorientierte Rechenverfahren waren gefragt. Es fand eine Umorientierung der Mathematik nach Inhalt und Methoden statt. Es würde zu weit führen, hier die Entwicklungslinie bei den Rechenmeistern zu untersuchen.

Entwicklungen an einzelnen Universitäten

Im Folgenden wird auszugsweise in einem Streifzug durch einige wenige Universitäten (Wien, Wittenberg, Tübingen, Freiburg, Basel, Ingolstadt, Mainz) die Entwicklung und Bedeutung der Arithmetik angedeutet. Hierbei kann man die Universitäten grob in zwei Gruppen klassifizieren nach dem Umstand, welcher Stellenwert der Arithmetik an der einzelnen Universität beigemessen worden ist. Es gab Universitäten, bei denen im Losverfahren bestimmt worden ist wer welche Vorlesung im Grundstudium der Artistenfakultät durchzuführen hat. Über die Qualität solcher ausgeloster Vorlesungen können Sie sich als Leser ihr eigenes Urteil bilden. Andererseits gab es qualifiziertere Universitäten, die Stellen für Fachmathematiker schufen und denen es auch gelang, diese Stellen mit hervorragenden Männern zu besetzen.
Die führende Universität in der Mathematik war im 15. Jahrhundert Wien mit den führenden Vertretern Johannes von Gemunden (vor 1385 - 1442), Georg von Peuerbach und Johannes Regiomontanus (1436 - 1476) der ersten Wiener Schule. In Wien wurden unter dem damaligen König und späteren Kaiser Maximilian I (1459 - 1519) etwa im Jahre 1502 sehr früh zwei Lehrstühle für die Mathematik eingerichtet und zunächst mit Stephan Rösel (Rosinus) (vor 1480 - 1533) und Andreas Stöberl (Stiborius) (1470 - 1533) besetzt, der bereits 1503 von Georg Tannstetter (Collimitius) (1482 - 1535) abgelöst wurde.[34] Die Einrichtung von zwei mathematischen Lehrstühlen fand später an anderen Universitäten Nachahmung. An der Universität in Wien geriet der Name Peuerbach nie in Vergessenheit, und so kann man davon ausgehen, dass seine Arithmetik im 16. Jahrhundert recht lange in der Lehre verwendet worden ist.
Bereits beim Hinweis auf die Wittenberger Auflagen „Elementa Arithmetices Algorithmus" von Peuerbach wurde auf die Wittenberger Besetzung 1536 von zwei mathematischen Lehrstühlen durch die beiden angesehenen Mathematiker Erasmus Reinhold und Georg Joachim Rheticus auf Drängen von Melanchthon berichtet. In Wittenberg fand bis nach 1540 Peuerbachs Algorithmus Verwendung und wurde dann durch das Arithmetikbuch des Gemma Frisius abgelöst.

34 Christa Binder: Georg Tannstetter (Collimitius), in: Rainer Gebhardt (Hrsg.): Rechenbücher und mathematische Texte der frühen Neuzeit, Annaberg-Buchholz 1999, S. 29 - 35, hier S. 29f.

Was geschah an der Universität Tübingen? Erstmalig wurde 1507 ein mathematischer Lehrstuhl eingerichtet und mit Johannes Stöffler (1452 - 1531) hervorragend besetzt. Im Jahre 1536 hatte Herzog Ulrich von Württemberg (1487 - 1550) Philipp Melanchthon zur Mitwirkung an einer Universitätsreform nach Tübingen gebeten[35] und honorierte ihn sehr großzügig mit hundert Gulden, wahrscheinlich verbunden mit der Hoffnung, ihn von Wittenberg nach Tübingen abwerben zu können. Im folgenden Jahr wurden die beiden mathematischen Lehrstühle für die „Lectio Euclidis arithmeticae etgeometriae" und die „Lectio mathematics et astronomiae" eingerichtet. Für Tübingen war ein Glücksfall der überragende Mathematiker Johann Scheubel (1494 - 1570).[36] Seit wann Scheubel in Tübingen Vorlesungen gehalten hat, kann man nur indirekt Herzog Ulrichs Ordnung der Artistenfakultät[37] vom 20. Juli 1544 entnehmen: „Mit Maister Johan Scheüblin soll gehandlet werden, das er vmb ain bestimpte Besoldung Euclidem zu lesen, auch Arithmetices vnd Geometrie ler den Jungen einzbilden." Johann Scheubel hielt seine recht anspruchsvollen Vorlesungen bis kurz vor seinem Tode 1570. Er war ein entscheidender Wegbereiter der Algebra in Europa mit seinem 1551 in Paris und rasch 1552 nachgedruckten auflagenstarken Buch „Algebrae compendiosa facilisque descriptio", hatte 1555 die erste gedruckte deutsche Übersetzung eines Teils der Elemente Euklids unter dem Titel „Das sibend, acht vnd neunt Buch des hochberuembten Mathematici Euclidis Megarensis" in Augsburg bewerkstelligt und hatte 1559 die älteste Landkarte von Württemberg hergestellt.[38] Er besaß zwar - wie aus seinem heute noch in der Universität Tübingen vorhandenen Büchernachlass bekannt ist - ein oder zwei Exemplare von Wittenberger Auflagen des Arithmetikbuches von Gemma Frisius.[39] Aber für seine Arithmetikvorlesung verwendete er Auszüge aus seinem eigenen anspruchsvollen Buch „De numeris et diversis rationibus, seu regulis computationum", das 1545 in Leipzig erschienen war. Von seinen Algebra- und Geometrievorlesungen existieren seine Vorlesungsmanuskripte bzw. die ausführliche Vorlesungsmitschrift eines Studenten.

Über die Entwicklung an der Universität Freiburg hat Helmuth Gericke[40] ausführlich berichtet. Hier wirkte der Magister artium und Kartäuserprior Gregor Reisch (ca. 1470 - 1525). Er schuf mit der „Margarita philosophica" eine allgemeine Enzyklopädie. Das 1503 zum ersten Mal in Freiburg gedruckte Werk wurde „das am weitesten verbreitete Lehrbuch der Philosophie und des enzyklopädischen Wissens für das Studium der Artes liberales und sollte es auch für mehr als 100 Jahre bleiben.

---

35 Norbert Hofmann: Die Artistenfakultät an der Universität Tübingen 1534 - 1601, CONTUBERNIUM 28, Tübingen 1982, S. 13.

36 Ulrich Reich: „Scheubel(ius), Johann(es)", in. Neue Deutsche Biographie, herausgegeben von der Historischen Kommission bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, 22. Band, Berlin 2005, Sp. 709f.

37 Urkunden zur Geschichte der Universität Tübingen aus den Jahren 1476 bis 1550. Tübingen 1877.

38 Ulrich Reich: Johann Scheubel und die älteste Landkarte von Württemberg 1559, Karlsruhe 2000.

39 in Scheubels Besitz waren wahrscheinlich die Exemplare der Auflagen Wittenberg 1551 und Wittenberg 1555 (Signatur des Konvoluts Be 14. 8°). Es kommt auch ein Exemplar der Auflage Wittenberg 1544 (Signatur Be 13. 8°) in Frage.

40 Helmuth Gericke 1955, siehe Anmerkung 33.

Die Margarita philosophica gilt überhaupt als die älteste gedruckte Enzyklopädie."[41] Im IV. Buch befasst sich Gregor Reisch mit der Arithmetik. Sein in der Mathematikgeschichte berühmter Holzschnitt „TYPVS ARITHMETICAE" beschreibt trefflich den Widerstreit zwischen den beiden Rechenarten. Im Mittelalter galten fälschlicherweise Pythagoras als Erfinder des Linienrechnens und Boethius (um 480 - 524/25) als Erfinder der arabischen Ziffern. Einige Jahrzehnte lang war die Margarita philosophica das vorgeschriebene Lehrbuch in Freiburg. Gregor Reisch bezieht sich mit ihr in wesentlichen Teilen auf Nikomachos (um 100 n. Chr. Geb.) und auf Boethius (etwa 480 - 525). In Freiburg waren die Fächer in der Artistenfakultät zu Beginn des Unterrichtsjahres zunächst auf die vorhandenen Magister verteilt worden, erst ab etwa 1520 ist von Mathematikern die Rede. Ulrich Rieger (Hudalricus Regius) (vor 1505 - 1540) verfasste 1536 ein in Freiburg gedrucktes Lehrbuch der Arithmetik mit dem Titel „Utriusque Arithmetices Epitome ex uarijs authoribus concinnata", das 1550 eine weitere identische Auflage erlebte. Man kann davon ausgehen, dass Rieger selber und nach seinem Tod um 1550 andere nach seinem Lehrbuch die Arithmetik in den Vorlesungen dargeboten haben. Später muss sich die Arithmetik des Gemma Frisius durchgesetzt haben, wie aus einem Lehrplan von 1604 hervorgeht: „Mathematum et Iinguae sanctae professor modum sibi in statutis praescriptum observat, quantum videlicet authores modum legendi et tempus, ita ut pensum suum absolvat in biennis aut duobus et dimidi; annis circiter. Nam facto initio sui cursus ab Arithmetica Gemmae frisii, eam primo semestri.[42]

Von Freiburg wandern wir ein kurzes Stück weiter in den Süden nach Basel an die dortige Universität. Auch hier war die Margarita philosophica das verbreitete Lehrbuch, das 1508, 1517 und 1519 in Basel verlegt worden ist. In Basel wirkte später zeitweise Morsianus (1485 - 1560),[43] der ansonsten ein bewegtes Leben führte. Von ihm gibt es ein 1536 bei Henricus Petrus in Basel gedrucktes Buch mit dem Titel „Arithmetica speculativa Boetij per Iacobum Fabrum Stapulensem in compendium reducta. Arithmetica practica Christierni Morssiani in quinq[ue] partes digesta. Prima de numeris integris. Secunda fracionibus uulgaribus & physicis. Tertia de regulis quibusdam. Quarta de progressione & radicum extractione. Quinta de proportionibus. Später entstand 1553 in Basel ein kurioses Werk, das als Verfasser der beiden getrennten Teile Johann Scheubel und Morsianus aufweist. Hier lautet der Titel: „Iacobi Fabri Stapulensis in Arithmetica Boëthiepitome, unà cum difficiliorum locorum explicationibus figuris (quibus antea carebat), nunc per Ioannem Scheubelium adornatis & adiectis. Accessit Christierni Morssiani Arithmetica practica, in quinque partes digesta ..." Nach diesen Büchern muss wenigstens in einem Zeitraum von zwanzig Jahren von Morsianus und anderen Lehrenden die Arithmetik den Studenten in Basel dargeboten worden sein.

41 Siehe (mit Vorsicht) www.wikipedia.org/wiki/Margarita_Philosophica.

42 Helmuth Gericke 1955, siehe Anmerkung 33, S. 33.

43 Namensschreibweisen sind Christianus Martini Morsianus, Christian Torkelsen Morsing, auch Christiern, auch Morssianus, auch Christianus Torquilli F. Morsianus.

Nun zur Universität Ingolstadt: Hier wurde 1492 erstmals an deutschen Universitäten eine spezielle mathematische Fachprofessur mit planmäßiger Besoldung von 32 fl. für Johann Engel (vor 1472 - 1512) eingerichtet.[44] Die Personen auf diesem Lehrstuhl wechselten rasch. In den Vorlesungen nahm man auch in Ingolstadt Bezug auf die Margarita philosophica. Mit Peter Apian (1495 - 1552) wurde 1527 ein Mann berufen, der in den 25 Jahren seiner Professur zum Aushängeschild der Universität Ingolstadt werden sollte und das, obwohl er nur den akademischen Grad eines Bakkalaureus besaß. Über das Engagement Peter Apians in der Lehre gab es kritische Stimmen. Es ist nicht angegeben, nach welchen Büchern Peter Apian die Arithmetik gelehrt hat. Christoph Schöner schreibt: „Darüber, was Peter Apian im Hörsaal zum Vortrag brachte, geben die universitären Quellen nur wenig Auskunft."[45]Man kann aber annehmen, dass er sein deutschsprachiges Rechenbuch „Eyn Newe vnnd wolgegründte vnderweysung aller Kauffmanß Rechnung", das er 1527 in seiner eigenen Druckerei hergestellt hat, für seine Arithmetikvorlesung zugrunde gelegt hat. Auf Peter Apian folgte nach seinem Tod unmittelbar sein damals 21-jähriger Sohn Philipp Apian (1531 - 1589) nach. Zu seiner Vorlesungstätigkeit gehörte es auch, die Arithmetik nach Gemma Frisius zu lesen. 1569 mußte Philipp Apian auf Betreiben der Jesuiten die Universität Ingolstadt und Bayern verlassen. Ab 1570 lehrte er an der Universität Tübingen bis zu seiner dortigen Entlassung 1584, wobei er in Tübingen ebenfalls die Arithmetik nach Gemma Frisius vortrug.[46]

Der Blick auf einzelne Universitäten soll mit der Universität Mainz beendet werden. Mainz lag um 1535 im Trend der Zeit und besaß in der Artistenfakultät einen Lehrstuhl für Arithmetik.[47] Hier wurde die Arithmetik nach Johannes de Muris (um 1290 - nach 1351) gelesen. Johannes de Muris hatte mit „Arithmetica communis ex Boethii Arithmetica compendiose excerpta" ein Lehrbuch über Zahlen geschrieben. Dies war im deutschsprachigen Raum erstmals 1515 in Wien in einem Konvolut abgedruckt worden, das auch die Algorithmen von Georg von Peuerbach und Johannes von Gmunden enthielt. Das Werk des Johannes de Muris war nochmals in Mainz 1538 unter dem Titel „Arithmeticae speculativae Jibri duo Ioannis de Muris" für den Vorlesungsbetrieb gedruckt worden. Über die weitere Entwicklung der Arithmetik an der Universität Mainz und auch über die Bedeutung einzelner Mainzer Mathematikprofessoren ist wenig bekannt. Seit dem Beginn der Reformationszeit verlor die Mainzer Universität kontinuierlich an Bedeutung.[48]

---

44 Michael Toepell: Mathematiker und Mathematik an der Universität München. 500 Jahre Lehre und Forschung. München 1996, S. 30.

45 Christoph Schöner: Peter Apian und die Universität Ingolstadt: Aushängeschild oder Außenseiter? ln: Karl Röttel (Hrsg.): Peter Apian. Astronomie, Kosmographie und Mathematik am Begmn der Neuzeit. Buxheim / Eichstätt 1995, S. 39 - 46, hier S. 44.

46 Siegmund Günther: Peter und Philipp Apian, zwei deutsche Mathematiker und Kartographen. Ein Beitrag zur Gelehrten-Geschichte des XVI. Jahrhunderts. Prag 1882, S. 113.

47 Jürgen Steiner: Die Artistenfakultät der Universität Mainz 1477 - 1562. Stuttgart 1989, hier S. 348 und 423.

48 Ebd., S. 494.

Resümee

Es soll hier genügen, über die Entwicklung an einzelnen Universitäten zu berichten. Da vielfältige Verflechtungen zwischen den Universitäten bestanden, fanden an allen Universitäten ähnliche Entwicklungen wie bei den geschilderten Universitäten statt. Zusammengefasst kann festgehalten werden: Der Algorismus von Peuerbach erlebte seine Blütezeit in der zweiten Hälfte des 15. Jahrhunderts und wirkte unterschiedlich lange nach in der ersten Hälfte des 16. Jahrhunderts, besonders lange an der Universität Wittenberg. Ab 1540 übernahm das Arithmetikbuch des Gemma Frisius eine dominierende Rolle an den meisten Universitäten und deren Vorgängereinrichtungen wie Lateinschulen und Gymnasien und behielt diese in den katholischen Einflussgebieten bis zur Übernahme durch den Jesuitenorden und an den protestantischen Universitäten bis ins 17. Jahrhundert hinein.
Abschließend soll einem in diversen Literaturquellen geäußerten Missverständnis vorgebeugt werden: Es ist nicht vorstellbar, dass im 16. Jahrhundert reguläre Vorlesungen in deutscher Sprache Einzug gehalten haben an irgendeiner Universität. Solche Vermutungen wurden vor allem durch den Umstand bestärkt, dass Universitätsprofessoren wie Johannes Widmann (um 1460 - nach 1504), Peter Apian (1495 - 1552), Michael Stifel (um 1487 - 1567), Johann Scheubel (1494 - 1570) und Wilhelm Holtzmann (Xylander) (1532 - 1576) sowie weitere Universitätsangehörige wie Heinrich Schreyber (Grammateus) (vor 1496 - 1525) und Christoff Rudolff (vor 1500 - vor 1543) mathematische Werke in der deutschen Sprache veröffentlicht haben.

Dank

Zu besonderem Dank für die intensive Unterstützung bin ich Frau Dr. Christa Binder, Wien, Herrn Prof. Dr. Stefan Deschauer, Dresden, Herrn Prof. Dr. Menso Folkerts, München, Frau RNDr. Magdalena Hykšová, Prag, Herrn Prof. Dr. Wolfgang Kaunzner, Regensburg, Herrn Jürgen Kühl, Tremsbüttel, Frau Prof. Dr. Karin Reich, Hamburg und Frau Prof. Dr. Barbara Schmidt-Thieme, Hildesheim, verpflichtet. Der Universitätsbibliothek Basel, der Sächsischen Landes- und Universitätsbibliothek Dresden, der Universitätsbibliothek Freiburg, der Universitätsbibliothek Heidelberg, der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe, der Hochschulbibliothek Karlsruhe, der Universitätsbibliothek Karlsruhe mit ihrem Karlsruher Virtuellen Katalog (KVK), der British Library London, der Bayerischen Staatsbibliothek München, der Bibliothek des Deutschen Museums München, der Württembergischen Landesbibliothek Stuttgart, der Universitätsbibliothek Tübingen, der Herzog-August-Bibliothek Wolfenbüttel und der Ratsschulbibliothek Zwickau verdanke ich wichtige Erkenntnisse.

Karin Reich

Kometen von Peurbach bis Gauss - Schlaglichter auf 500 Jahre Kometenbeobachtungen

Universität Hamburg, SP Geschichte der Naturwissenschaften, Mathematik und Technik

Inhalt:

Einleitung
1. Kometen als Objekte der sublunaren Sphäre
   1.1. Wende im 15. Jahrhundert: erste systematische Kometenbeobachtungen: Toscanelli, Peurbach
   1.2. Sonnenabgewandte Kometenschweife: Peter Apian (1531)
2. Kometen als supralunare Objekte: Tycho de Brahe (1577)
3. Kometenbahnen
   3.1. Geradlinige Kometenbahnen: Kepler (1607 und 1618)
   3.2. Kometenbahnen als Kegelschnitte: Dörffel, Newton, Halley (1680-1687)
   3.3. Kometen als außerordentliche Planeten: Euler (1744)
   3.4. Kometenbewohner: Lambert (1761)
4. Kometenverzeichnisse und Kometenjäger
   4.1. Kometenverzeichnisse: Pingré, Olbers
   4.2. Kometenjäger: Messier, Pons
5. Periodizität und Lebensfrage
   5.1. Weitere periodische Kometen: Olbers, Encke, Biela
   5.2. Lebensfrage: Bessel
Schlußgedanken

Einleitung

In frühen Zeiten fiel es schwer, zwischen Kometen, Meteoren, Feuerkugeln, Nordlichtern und Sternschnuppen zu unterscheiden.

In der Antike waren folgende vier Meinungen verbreitet:[1]
1. Kometen sind Illusionen und nichts anderes als Effekte in der Atmosphäre, das Licht von zwei Himmelskörpern in Konjunktion überlagert sich so, daß man einen Kometen sieht. Anhänger dieser Theorie waren z.B. Anaxagoras, Demokrit, Hippokrates von Chios und Zenon.
2. Kometen sind real, nämlich irdische Ausdünstungen, die unter speziellen Bedingungen wie Kometen aussehen; dieser Theorie nach waren die Kometen Objekte, die sich innerhalb der Mondbahn befanden, also sublunare Gebilde. Anhänger waren z.B. Xenophanes, Herakleides von Pontos, und vor allem Aristoteles.
3. Kometen sind wirkliche himmlische Körper, d.h. sie sind jenseits der Mondbahn angesiedelt, also supralunare Gebilde. Anhänger dieser Theorie waren z.B. die Pythagoreer, Epikur und Seneca.
4. Und schließlich hatten eine ganze Reihe von antiken Philosophen bzw. Naturforschern keine spezielle Vorstellung, weder wo sich die Kometen befinden, d.h. ob sie der suboder der supralunaren Sphäre angehören, noch um was für eine Art von Gebilden bzw. Himmelskörpern es sich dabei handelt. Hierher gehören z.B. Theophrast, Plutarch und Plinius der Ältere.
Die Theorie des Aristoteles setzte sich schließlich durch. Wegen ihres sich schnell verändernden Aussehens waren Kometen Gebilde, die nur der sublunaren Sphäre angehören konnten; streng genommen waren damit Kometen keine Objekte, die die Astronomie zu untersuchen hatte. Die Astronomie nämlich widmete sich den Himmelskörpern jenseits, d.h. außerhalb, der Mondbahn. Folgerichtig kamen in Ptolemaios' großem astronomischen Handbuch, d.h. in seinem Almagest, die Kometen nicht vor. Deshalb machte man sich auch keine Gedanken dariiber, auf welcher Art von Bahnen die Kometen laufen.

1. Kometen als Objekte der sublunaren Sphäre

Die aristotelische Vorstellung blieb noch sehr lange erhalten. Kometen waren demnach keine Himmelskörper, sondern Objekte der sublunaren Sphäre. Sie wurden auf Grund ihrer Veränderlichkeit als atmosphärische Erscheinungen wie u.a. auch die Meteore betrachtet, die in der Luft- bis Feuerregion stattfanden. Sie wurden meistens als Boten, die Unglücke ankündigten, interpretiert, z.B. auf dem Teppich von Bayeux. Dort leitete die englische Seite vor der Invasion der Normannen im 11. Jahrhundert aus dem Erscheinen eines Kometen ab, daß ein großes Unglück bevorstünde. Der Komet, der dieses Unglück vorhersagte, war vom 1.4.1066 bis zum 7.6.1066 sichtbar, später wurde dieser Komet als der Halleysche Komet identifiziert. In der Tat verloren die Engländer die Entscheidungs schlacht bei Hastings am 14.10.1066.

1 Jane L. Jervis: Cometary Theory in Fifteenth-Century Europe. Dordrecht/Boston/Lancaster 1985, S. 11-21. Ferner: Olaf Hein und Helmut Kastl: Zur Geschichte der Kometen-Astronomie, Sterne und Weltraum 1967, S. 211-213, 238-241, 254-257, 286-288, dort 8 Haupttheorien mit Beispielen.

Gelegentlich aber wurden Kometenerscheinungen auch als Verkünder guter Nachrichten interpretiert, wie z.B. von Giotto di Bodone (1266-1337). In seinem Gemälde die Anbetung Jesu platzierte er in der Tat einen Kometen über dem Stall von Bethlehem. Nach dem Maler Giotto wurden einige der gegenwärtigen Kometen betreffenden Forschungsprogramme als Giotto-Missionen benannt.

1.1. Wende im 15. Jahrhundert: erste systematische Kometenbeobachtungen: Toscanelli, Peurbach

Gleich zu Beginn des Jahrhunderts, nämlich im Februar und März 1402 erschien ein Komet. Dies war für den in Ulm wirkenden Jacobus Angelus der Anlaß, einen „Tractatus de cometis" zu verfassen. Von dieser Abhandlung existiert sowohl eine in Erfurt befindliche Handschrift als auch eine gedruckte Version, die in Memmingen vielleicht im Jahre 1480, vielleicht aber auch 1490, erschien.[2]
Der in Florenz wirkende Paolo Toscanelli (1397-1482) hatte in der Zeit zwischen 1433 und 1472 sechs Kometen beobachtet; nachdem er darüber aber nichts veröffentlichte, blieben seine Ergebnisse unbekannt und wirkungslos. Zu den von Toscanelli beobachteten Kometen gehörte auch der später sogenannte Halleysche Komet, der vom 26.5.-8.7.1456 sichtbar war.[3]
Diesen hatte auch der Astronom Georg Peurbach (1423-1461) beobachtet. Peurbach hatte von 1446 bis 1448 an der Universität in Wien studiert und war nach einem Italienaufenthalt 1451 wieder an die Universität Wien zurückgekehrt. Über den 1456 erschienenen Kometen verfaßte er ein Gutachten „Judicium de cometa anni 1456 Germanicurn ad principem quendam" (Gutachten über den Kometen des Jahres 1456 für einen (gewissen) deutschen Fürsten), von dem mehrere Handschriften existieren.[4] Aus diesem Text geht hervor, daß sich Peurbach auch Gedanken über die Größe, Entfernung und Bahn des Kometen machte. Zwar waren seine Ergebnisse fehlerhaft, aber dies war ein erster Versuch in die richtige Richtung.[5]
Auch den vom 15.6.-30.8.1457 sichtbaren Kometen hatte Peurbach beobachtet, aber leider sind seine diesbezüglichen Resultate verschollen.[6]
Peurbachs Forschungen wurden von seinem genialen Schüler Johannes Regiomontan (1436-1476) fortgesetzt, der 3 Arbeiten über Kometen verfaßte; zwei davon sind speziell dem Kometen von 1472 gewidmet, der vom 25.12.1471 bis zum 21.2.1472 sichtbar war. Alle drei Arbeiten wurden erst im 16. Jahrhundert veröffentlicht.[7]

---

2 Jervis, siehe Anm. 1, S. 337-342 und 129-161.

3 Jervis, siehe Anm. 1, S. 43-69, Halleyscher Komet S. 60-64.

4 Jervis, siehe Anm. 1, S. 86-92. Samhaber, Friedrich: Die Zeitzither. Georg von Peuerbach und das helle Mittelalter. Raab 2000, S. 172-180 und S. 244.

5 Jervis, siehe Anm. 1, S. 91f; Samhaber, siehe Anm. 4, S. 174.

6 Mucke, Hermann: Überpriifung von Beobachtungen Georgs von Peuerbach. In: Helmuth Grössing (Hrsg): Der die Sterne liebte. Georg von Peuerbach und seine Zeit. Wien 2002, S. 105-121, hier S. 111-114.

7 Jervis, siehe Anm. 1, S. 95.

1.2. Sonnenabgewandte Kometenschweife: Peter Apian (1531)

In der ersten Hälfte des 16. Jahrhunderts ereigneten sich zwischen 1531 und 1539 fünf eindrucksvolle Kometenerscheinungen, die die Forschung voranbrachten.[8] So tauchte im Jahre 1531 abermals der Halleysche Komet auf, der vom 1.8. bis zum 8.9. sichtbar war. Peter Apian (1495-1552), der seit 1526 als Professor der Mathematik an der Universität in Ingolstadt wirkte, machte dabei eine sensationelle Entdeckung. Er bemerkte, daß die Kometenschweife stets sonnenabgewandt sind, also stets in Richtung der Geraden Sonne - Komet, d.h. weg von der Sonne, zeigen:

Abb. 1 aus: Der Wandteppich von Bayeux. Köln, London 1957, Nr. 35.

Auch Apian und seine Zeitgenossen waren noch davon überzeugt, daß Kometen sublunare Erscheinungen waren, das galt auch für den Halleyschen Kometen von 1531; auch interpretierte man diesen als Unglücksboten, der mit Hilfe eines Blasebalgs und von Waffen vertrieben werden sollte:

8 Kokott, Wolfgang: Die Kometen der Jahre 1531 bis 1539 und ihre Bedeutung für die spätere Entwicklung der Kometenforschung. Stuttgart 1994.

Abb. 2 aus Peter Apian, Buxheim, Eichstädt 1995, S. 143 (D. Schreyögg)

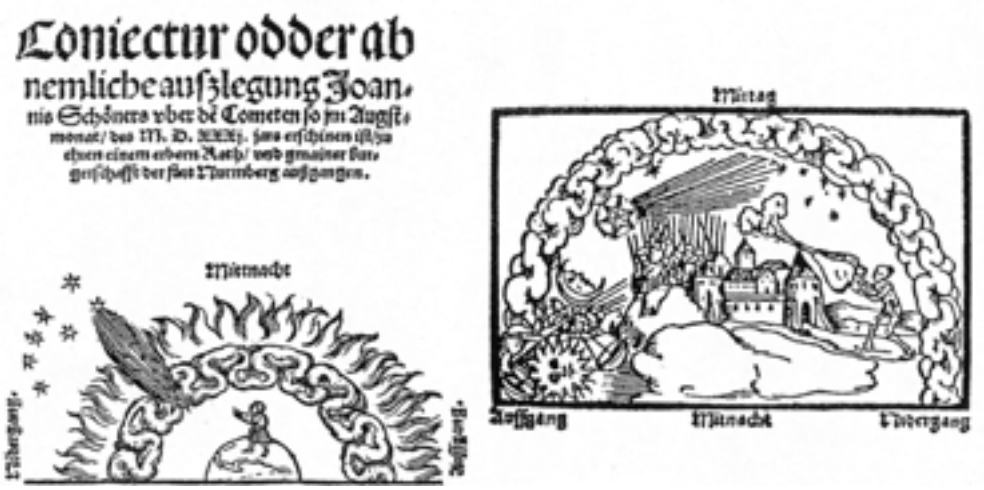


Abb. 3 und 4 aus Peter Apian, Buxheim, Eichstädt 1995, S. 98 (G. Wolfschmidt)

2. Kometen als supralunare Objekte: Tycho de Brahe (1577)

Obwohl Tycho de Brahe (1546-1601) noch keine Teleskope zur Verfügung standen, sorgte er durch verbesserte Instrumente für eine großartige Steigerung der Präzision seiner Beobachtungen.[9]
Im Jahre 1577 beobachtete Tycho einen Kometen, der vom 1.11.1577 bis zum 26.1.1578 sichtbar war (Komet 1577 I). Durch genaueste Messungen konnte er nachweisen, daß dieser Komet nicht im sublunaren, sondern im supralunaren Bereich angesiedelt war. Indem er als Basis die Entfernung Hven - Prag, wo sein Freund Thaddeus Hagecius (1525- 1600) beobachtete, zugrunde legte, zeigte Tycho, daß der Winkel, unter dem der Komet erschien, erheblich kleiner war als der Winkel, unter dem der Mond erschien. Dies konnte nur so gedeutet werden, daß sich der Komet jenseits der Mondbahn befand:[10]

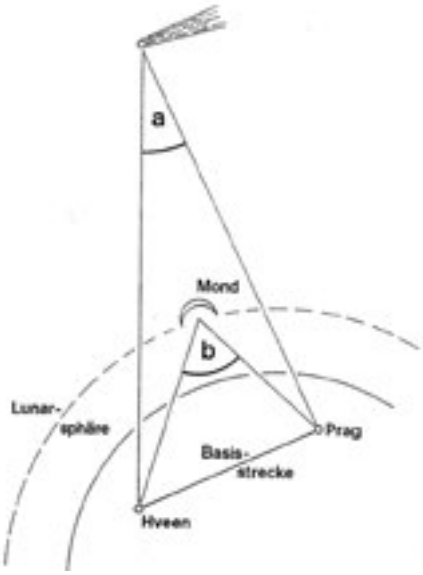


Abb.5 aus M. Griesser:
Die Kometen im Spiegel der Zeiten,
Bern 1985, S. 25.

Ein Jahr später veröffentlichte Tycho seine Schrift „De cometa anni 1577" (Uraniburg 1578), in der er deutlich zum Ausdruck brachte, daß diese Beobachtung im Widerspruch zum aristotelischen Weltbild stand: „Kan derhalben, was offt gemelt, die Aristotelische philosophia hierinnen nicht bestehen, welche lernet, das im himmel nichts neues kunde geporen werden, vnnd das alle Cometten in dem oberen thail deß luffts iren orth haben, dann ich es an disem Cometten durch vleißige obseruation

9 Wolfschmidt, Gudrun: Tycho Brahe - Instrumentenbauer und Meister der Beobachtungstechnik. In: Florilegium Astronomicum, Festschrift für Felix Schmeidler, Algorismus Heft 37, München 2001, S. 293- 323, bes. S. 302-305, 313-317. Wolfschmidt, Gudrun: The Observatories and Instruments of Tycho Brahe. In: Tycho Brahe and Prague, Acta Astronomiae 16, 2002, S. 203-216.

10 Griesser, Markus: Die Kometen im Spiegel der Zeiten. Eine Dokumentation. Bern und Stuttgart 1985, S. 24f.

vnnd demonstration anderst wie anzaigt erfaren habe...das im himel etwas neues kan genneriert werden..."[11]

3. Kometenbahnen

Nachdem nunmehr die Kometen zu den Himmelskörpern zählten, stellte sich auch die Frage nach der Gestalt ihrer Bahn. Tycho selbst hatte daran gedacht, daß Kometenbahnen kreisfömig sein könnten. Dies geschah allerdings ohne Beobachtungsbefund.

3.1. Geradlinige Kometenbahnen: Kepler (1607 und 1618)

Tychos Nachfolger in Prag, Johannes Kepler (1571-1630), ging davon aus, daß die Kometenbahnen im wesentlichen geradlinig seien. Zu Beginn des 17. Jahrhunderts standen noch keine Fernrohre zur Verfügung. So beobachtete Kepler in Prag noch mit klassischen lnstrumenten, als im Jahre 1607 der Halleysche Komet vom 21.9. bis zum 26.10. sichtbar war. Kepler veröffentlichte 1608 einen in deutscher Sprache geschriebenen Bericht, in dem er am Anfang festhielt: „Denn das die Cometen meistentheils weit vber dem Mond / vnd tieff im Himmel drinnen seyn / ist von dem hochberühmten Tychone Brahe statlich erwiesen....was man bißhero nicht glauben wollen: daß nemlich drinnen [im Himmel] gleich so wol etwas newes entstehen könne / als hie nebens der Erden / in dieser feuchten Lufft... Doch halt ich jhre / der Cometen / Bewegung / vnangesehen sie im Himmel drinnen / sey ein gerade Lini / wie eines Raketels / vnd nicht circularisch / wie der immerwehrenden Planeten. Solcher Cometen halte ich der Himmel so voll seye / als das Meer voller Fische ist. Das man aber selten solcher Cometen ansichtig wird / geschieht wegen der vnermeßlichen Weite der himlischen Lufft"[12]. Im zweiten Teil beschrieb Kepler ausführlich seine Eindrucke und Ergebnisse. Dabei hielt er fest, daß „Der Weg / welchen der Comet gelauffen / vnd durchgeschossen / wie er vnserm Gesicht auff Erden fürkommen; ist gewesen gar nahe ein circulus magnus; allein in dem letzten teil derselbigen hat er sich gekrümmet / vnd ist mehr gegen der Sonnenstrassen abwertz/ denn für sich gelauffen."[13]

---

11 Brahe, Tycho de: De Cometa anni 1577. Uraniburg 1578. In: Opera omnia 4, Kopenhagen 1922, S. 379- 396, hier S. 388.

12 Kepler, Johannes: Ausführlicher Bericht / von dem newlich im Monat Septembri vnd Octobri diß 1607. Jahrs erschienenen Haarstern / oder Comete / vnd seine Bedeutung. Hall in Sachsen 1608. In: Gesammelte Werke 4, München1941, S. 55-76, hier S. 55.

13 Kepler, Werke 4, S. 66-75, hier S. 70.

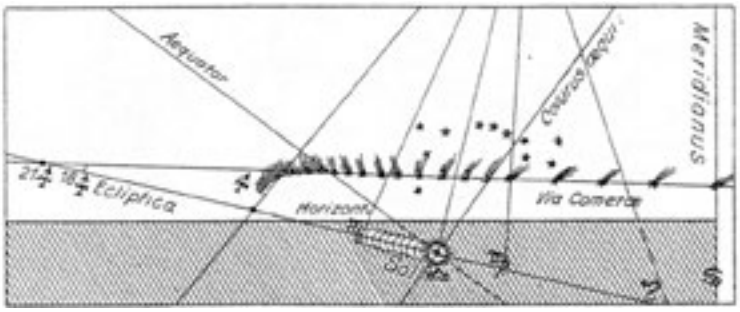


Abb. 6 aus Johannes Kepler, Werke 4, S. 70.

Seit etwa 1608 standen zunächst einigen niederländischen Forschern später den Astronomen weltweit, Fernrohre zur Verfügung. Das verbesserte die Beobachtungsmöglichkeiten in ungeahnter Weise. Man konnte nunmehr auch Kometen sehen, die mit bloßem Auge nicht oder kaum sichtbar waren, also auch weitaus weniger auffallende Objekte.
Seiner ersten Kometenschrift ließ Kepler 1619 eine zweite, in lateinischer Sprache verfaßte, folgen: „De cometis libri tres"[14], in der Kepler ein einem ersten Teil abermals den Kometen von 1607 und in einem zweiten die drei Kometenerscheinungen des Jahres 1618 beschrieb, nämlich:
Komet 1618 I, sichtbar vom 25.8. bis zum 25.9.
Komet 1618 II, sichtbar vom 25.11.1618-22.1.1619 und
Komet 1618 III, sichtbar vom 10.11. bis zum 9.12.

Doch kam Kepler durch die Beobachtungen dieser drei Kometen zu keinen neuen Erkenntnissen bezüglich der Bahn der Kometen.

3.2. Kometenbahnen als Kegelschnitte: Dörffel, Newton, Halley (1680-1687)

Vor 1680 waren vor allem kreisförmige und geradlinige Kometenbahnen diskutiert worden, nur gelegentlich gab es andere Vorschläge.
Die 80er Jahre des 17. Jahrhunderts waren wiederum sehr reich an beeindruckenden Kometenerscheinungen. Den Anfang machte der Komet 1680, der vom 14.11.1680 bis zum 19.3.1681 sichtbar war.
Samuel Dörffel (1643-1688) wirkte in Plauen im sächsischen Vogtland als Prediger und Amateurastronom. In seinem Werk „Astronomische Betrachtung des Grossen Cometen, Welcher im ausgehenden 1680. und angehenden 1681. Jahre höchst verwunderlich und entsetzlich erschienen" (Plauen 1681), gelang es ihm nachzuweisen, daß sich die Kometen auf Parabelbahnen bewegen.[15]

14 Kepler, Johannes: De Cometis libri tres. Wien 1619. In: Gesammelte Werke 8, München 1963, S. 129-262.

15 Pfitzner, Elvira: Die astronomischen Beobachtungen des Geistlichen Georg Samuel Dörffel 1643-1688. Weissbach 1998.

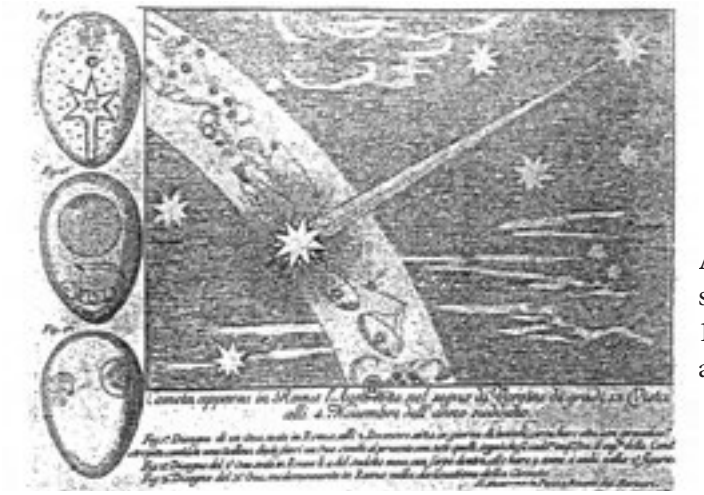


Abb. 7 Komet von 1680/1, sichtbar vom 14.11.1680-19.3.1681, anonymer Stich.

Kurze Zeit später erschien abermals der Halleysche Komet, der u.a. von John Flamsteed (1646-1718), dem ersten „Astronomer Royal" an der 1675 in Greenwich neu gegründeten Sternwarte, genauestens beobachtet wurde und vom 24.8.-22.9.1682 sichtbar war. Sowohl Dörffels Ergebnisse als auch Flamsteeds Beobachtungen waren wichtige Voraussetzungen für Isaac Newton (1643-1727). Dieser schuf mit seinen 1687 in London veröffentlichten „Philosophiae naturalis principia mathematica" ein epochales Werk, das die Physik und Astronomie revolutionierte. Das Anfangsgedicht stammte von Edmond Halley (1656- 1742), der dem Kometen von 1682 und seinen mannigfachen Erscheinungen seinen Namen gab:

„Auf dieses mathematisch-physikalische Werk des großartigen Isaac Newton
der besonderen Zierde unseres Jahrhunderts und unseres Volkes.
Seht nun den Aufbau des Himmels, das Gleichgewicht seiner Materie,
Sehr die Berechnung des Jupiter, wie auch die Vorschriften die der
Alleserzeugende Schöpfer befolgte, zur Grundlage seines
Werkes ernannte, als er erschuf den Anfang des Kosmos.
Preisgeben muß der besiegte Himmel sein tiefstes Geheimnis.
Welche Kräfte herumführt die Welten, ist nicht mehr verborgen.
Sitzend auf ihrem Throne gebietet allem die Sonne,
Fallend zu streben zu ihr, gestattet den Wagen der Sterne
Nicht, geradlinig durch die Wege der Leere zu fahren,
Sondern läßt sich von ihnen auf ruhenden Bahnen umkreisen.
Einsichtig ist nun die Bahn der schreckensvollen Kometen,
Wundern entkleidet sieht man von jetzt an die bärtigen Sterne..."[16].

16 Newton, Isaac: Die mathematischen Prinzipien der Physik. Übs. und hrsg. von V. Schüller. Berlin, New York 1999, S. 1.

Newtons Werk war in 3 Bücher eingeteilt, wovon das letzte den Titel „Über das Weltsystem" (De Mundi systemate, S. 401)[17] trug. Seinen Ausführungen über die Kometen stand das Lemma IV voraus: „Die Kometen sind weiter entfernt als der Mond und befinden sich im Bereich der Planeten" (S. 474); dem folgte die Proposition 40: „Die Kometen bewegen sich auf Kegelschnitten, die einen Brennpunkt im Sonnenmittelpunkt liegen haben, und überstreichen mit ihren zur Sonne hin gezogenen Radien Flächen, die den Zeiten proportional sind" (S. 480), dies war eine Folge des vorher formulierten Gravitationsgesetzes. In diesem Abschnitt hielt Newton in den Korollaren 1 und 2 fest, daß wiederkehrende Kometen eine elliptische Bahn haben und nicht wiederkehrende durch eine Parabeibahn angenähert werden können (S. 481).
In der ersten Ausgabe seiner „Principia" erwähnte Newton folgende Kometen und deren Beobachter: für die Kometen von 1101 und 1106 (S. 508) nannte Newton keine Quelle. Sie fehlen auch in gängigen Kometenverzeichnissen.[18]
Ferner:
Komet von 1577 (S. 501)
Komet von 1618 (S. 478, 508), Beobachter Kepler und Flamsteed
Komet von 1665 (S. 477, 478), Beobachter Hevelius
Komet von 1668 (S. 507), Beobachter Valentin Estancel in Brasilien
Komet 1680/1 (S. 476, 490, 500, 501, 508), Beobachter Flamsteed
Komet 1682 (S. 476), Beobachter Flamsteed
Komet 1683 (S. 478), Beobachter Hevelius.

Darüber hinaus zitierte Newton noch zahlreiche weitere Beobachtungen dieser Kometen durch andere Astronomen.

Halley veröffentlichte 1705 eine knappe Zusammenfassung über Kometen: „Synopsis of the Astronomy of Comets", wo er eine Liste von 24 Kometen aus den Jahren 1337 bis 1698 mit Details ihrer Bahnelemente zusammenstellte.[19] Hier wurde erstmals erwähnt, daß der später nach Halley benannte Komet von 1682 auch mit dem von Kepler und Christian Longomontanus (1562-1647) im Jahre 1607 und sogar mit dem von Apian im Jahre 1531 beobachteten Kometen bahnmäßig übereinstimmt: „The Principal Use therefore of this Table of the Elements of their Motions, and that which indeed induced me to construct it, is, that whenever a new Comet shall appear, we may be able to know, by comparing together the Elements, whether it be any of those which has appear'd before, and consequently to determine its Period, and the Axis of its Orbit, and to foretel its Return. And, indeed, there are many Things which make me believe, that the Comet which Apian observ'd in the Year 1531, was the same with that which Kepler and Longomontanus more accurately describ'd in

17 Die Seitenangaben beziehen sich auf die lateinische Ausgabe von 1687.

18 Sie fehlen z.B. bei Marsden, Brian Geoffrey: 1986 Catalogue of Cometary Orbits. 5. Aufl., 1986.

19 Halley, Edmond: Astronomiae Cometicae Synopsis. Philosophical Transactions 24, 1705, S. 1882-1899. Hier zitiert nach der englischen Ausgabe „Synopsis of the Astronomy of Comets", angebunden an Gregory, David: The Elements of Physical and Geometrical Astronomy, Bd. 2, London 1726, S. 881-905, hier S. 887.

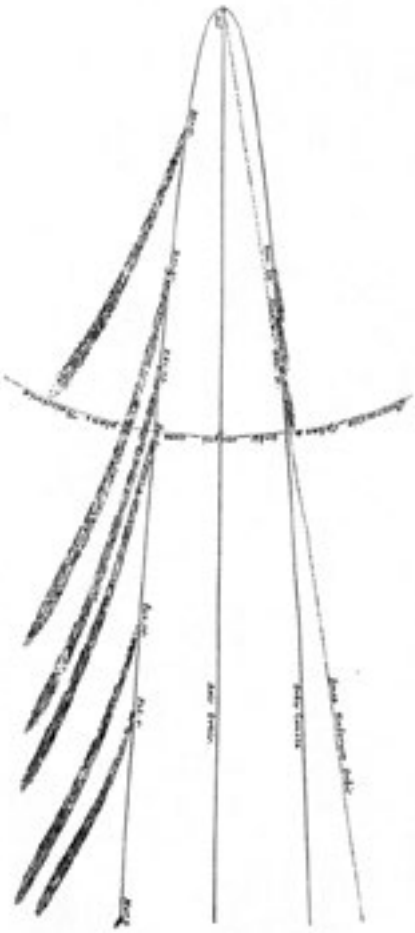


Abb. 8 Komet von 1680, aus Newtons „Principia" 1687, zwischen S. 496/7.

the Year 1607; and which I my seif have seen retum, and observ'd in the Year 1682. All the Elements agree, and nothing seems to contradict this my Opinion."[20] Und Halley mutmaßte, daß sein Komet wohl auch mit dem im Jahre 1456 übereinstimmen müßte, aber ihm waren keine Beobachtungsdaten aus dieser Zeit bekannt: „And I am the more confirmed in my Opinion of its being the same; for, that in the Year 1456, in the Summer-Time, a Comet was seen passing retrograde between the Earth and the Sun, much after the same Manner: Which, tho' nobody made Observations upon it, yet, from its Period, and the Manner of its Transit, I cannot think different from those I have just now mention'd."[21] Nach Flamsteeds Tod im Jahre 1718 wurde Halley dessen Nachfolger als zweiter „Astronomer Royal".

Diese neuen Erkenntnisse von Halley hatten Auswirkungen auf die weiteren Ausgaben von Newtons „Principia", die noch zu Newtons Lebzeiten 1713 in Cambridge eine zweite und 1726 in London eine dritte Auflage erlebten. Newton ergänzte seine

20 Halley, siehe Anm. 19, S. 900.

21 Ebenda, S. 901.

Ausführungen und fügte u.a. noch den von Kepler und Longomontanus im Jahre 1607 beobachteten Kometen hinzu; er führte vor, daß die Bahnen weitestgehend übereinstimmen und gab die Umlaufzeit des Kometen mit 75 Jahren an. Ferner mutmaßte Newton, daß die anderen Kometen wohl in einem wesentlich längeren Zeitraum die Sonne umlaufen würden.[22]

3.3. Kometen als außerordentliche Planeten: Euler (1744)

Die Bahnbestimmung war in Zukunft das Thema Nr.1. Diesem widmeten sich fast alle theoretischen Astronomen des 18. und 19. Jahrhunderts. Auch der bedeutendste Mathematiker und Naturwissenschaftler des 18. Jahrhunderts, Leonhard Euler (1707-1783), überging dieses Thema nicht. Im Jahre 1744, Euler befand sich bereits in Berlin, veröffentlichte er eine „Theorie der Planeten und Cometen", in der er die Bahnbestimmung von Planeten und Kometen ausführlich erörterte.[23]
Ein weiterer Komet, der vom 21.12.1743-1.3.1744 sichtbar war, veranlaßte Euler zu weiterreichenden Untersuchungen, die er noch in demselben Jahr unter den Titeln „Beantwortung verschiedener Fragen über die Beschaffenheit, Bewegung und Würckung der Cometen" bzw. „Fortgesetzte Beantwortung der Fragen" veröffentlichte.[24]
In der ersten dieser Arbeiten führte Euler aus, daß es zweierlei Arten von Sternen geben würde, nämlich Planeten und Fixsterne. Während die ersten ihr Licht entlehnten, waren die Fixsterne selbstleuchtend. Des weiteren unterschied Euler zwischen ordentlichen und außerordentlichen Fixsternen, wobei er zu letzteren die Supernova von 1572 zählte. Aber auch bei den Planeten machte er einen Unterschied zwischen ordentlichen und außerordentlichen. Zu den außerordentlichen zählte er die Kometen, die er als Himmelskörper mit einer Coma oder einem Bart beschrieb. Diese seien gleichsam in einen Nebel oder Dunstkreis gehüllt, der wohl dichter als die irdische Luft sei. Vielleicht bestand ja, so Euler, ein Zusammenhang mit den Nordlichtern? Die Schweifmaterie bestünde aus Sonnenstäubchen, welche durch die Lichtstrahlen von dem Körper des Kometen weggestossen würden und sich in der Gegend hinter dem Kometen versammelt hätten. Des weiteren führte er aus: „Weil also die Cometen zu der Zeit, da sie der Sonne am nächsten sind, eine grosse Hitze, hingegen aber, wenn sie am weitesten davon abstehen, eine sehr heftige Kälte auszustehen haben, so scheinet diese ungleiche Witterung die fümemste Ursache ihrer großen und unordentlichen Atmosphäre zu seyn."[25] Da das Aphel unbekannt sei, könne es leicht geschehen, daß eben derselbe Komet öfters wiederkomme. Wie groß die Anzahl der Kometen sei, diese Frage könne man nicht beantworten. Am Ende seiner zweiten Untersuchung stellte sich Euler auch der Frage nach mögli-

22 Newton, siehe Anm. 16, S. 511.

23 Euler, Leonhard: Theoria motuum planetarum et cometarum. Berlin 1744. In Opera omnia II, 28, S. 105- 251 (E 66). Deutsche Übs. von Johann von Paccassi, Theorie der Planeten und Cometen Wien 1781.

24 Euler, Leonhard, Opera omnia II, 31, S. 125-150 (E 67) und S. 151-194 (E 68).

25 Euler, Leonhard, Opera omnia II, 31, S. 140.

chen Kometenbewohnern. Zunächst schilderte er die gewaltigen Unterschiede, die auf der Oberfläche von Kometen im Zeitraum eines Umlaufs herrschen müßten und machte sich Gedanken über eine mögliche Rotation der Kometen, mit welcher Geschwindigkeit auch immer. Euler kam dann zu dem Schluß: Im übrigen aber ist so viel gewiß, daß sich in einem Cometen unmöglich dergleichen Einwohner befinden, als auf unserer Erde, oder in einem andern Planeten, indem keine von diesen Arten eine weit grössere Kälte als im Saturno, und darauf eine noch grössere Hitze, als im Mercurio ausstehen könnte. Man ist demnach genöthiget zu sagen, daß wenn ja die Cometen mit Einwohnern angefüllet sind, dieselben von einer gantz verschiedenen und uns unbegreiflichen Natur seyn müßten, und in diesem Fall können wir auch nicht sagen, was denselben, in Ansehung der herumwelzenden Bewegung um die Axe, zuträglicher seyn würde oder nicht."[26] In der Tat war damals nicht nur Euler, sondern es waren die meisten Wissenschaftler davon überzeugt, daß mindestens alle Planeten bewohnt sein würden. Aber auch die Idee von Bewohnern auf dem (Erd-) Mond bzw. allen Planetenmonden und sogar auf der Sonne war nicht ungewöhnlich, wobei im Falle der Sonne eine spezielle Atmosphäre angenommen wurde, die die Bewohner vor allzugroßer Hitze beschützen würde.

3.4. Kometenbewohner: Lambert (1761)

Was bei Euler nur angedeutet wurde, erschien bei Johann Heinrich Lambert (1728-1777) in aller Ausführlichkeit. In Mühlhausen im Elsaß geboren wirkte Lambert zunächst als Kopist, Buchhalter und Hauslehrer; er eignete sich sein Wissen als Autodidakt an, auch lernte er viel während zahlreicher Reisen mit seinen Zöglingen. 1765 ließ sich Lambert als Mitglied der Akadademie in Berlin nieder, wo er 1770 zum Oberbaurat ernannt wurde.
Als Philosoph gilt Lambert als einer der bedeutendsten Vertreter des deutschen Rationalismus, nach Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) und Christian Wolff (1679-1754) und vor Immanuel Kant (1724-1804), mit dem er in Briefwechsel stand. hn Jahre 1761 veröffentlichte Lambert eine Schrift über Kometenbahnen, in der er das später nach ihm benannte Theorem, das Lambertsche Theorem, vorstellte.[27] Mit diesem konnte man die Bahnberechnungen von Kometen erheblich vereinfachen.

In demselben Jahr publizierte Lambert sein Werk „Cosmologische Briefe über die Einrichtung des Weltbaues" (Augsburg 1761); auch Lambert ging davon aus, daß Planeten und Kometen in dieselbe Klasse gehörten (S. 73f). Er wunderte sich sehr, daß die Anzahl der Planeten klein und bekannt, aber die Zahl der Kometen sehr groß und unbekannt sei (S. 52). Wie im 18. Jahrhundert weitverbreitet war auch Lambert davon überzeugt, daß kein Raum öde und ohne Einwohner sei, vielmehr waren für Lambert (und auch viele andere) alle Himmelskörper bewohnt, so auch die Kome-

26 Euler, Leonhard, Opera omnia II, 31, S. 173.

27 Lambert, Johann Heinrich: Insigniores orbitae cometarum proprietates. Wien 1761.

ten (S. 62). Er machte sich Gedanken, wie die Bewohner von Kometen beschaffen sein müßten: „vielleicht sind sie von solcher Beschaffenheit, daß Frost und Hitze keinen Eindruck auf sie macht. Nur die Einwohner der Planeten, und daher auch wir selbsten, sind so zarte gewöhnt, daß wir eine temperirte Wärme gebrauchen. Wir taugten nicht, den Weg dieses und anderer Cometen zu machen. Sollte ich aber je eine Vergleichung anstellen, so sind die Bewohner der Planeten gegen die von den Cometen ungefähr das, was die Gewächse unter dem Aquator gegen die in den nördlichen Erdstrichen sind. Diese halten die Abwechslung der Witterung aus, dahingegen jene in warmen Gewächshäusern müssen gepflegt werden, wenn sie in unsern Ländern bestehen sollen" (S. 67). Was den Kometenschweif anbelangt, so hielt ihn Lambert für einen Dunstkreis: „Der Dunstkreyß dient zum Schirme wider die allzu grosse Hitze. Unsere Erde mag in gleicher Absicht die Wolken gebrauchen... Dieses Aufschwellen der Athmosphäre der Cometen ist demnach als eine Folge von ihrer elliptischen Laufbahn anzusehen und mag in Absicht auf ihre Beschirmung nothwendig seyn" (S. 68). Für Lambert waren die Erdbewohner „Zärtlinge" im Gegensatz zu den Kometenbewohnem, die Hitze, Kälte und übermäßige Helligkeit aushalten konnten.

4. Kometenverzeichnisse und Kometenjäger

Eine erste Liste der bekannten Kometen hatte bereits Halley 1705 veröffentlicht, wo, wie bereits erwähnt, 24 Kometen von 1337-1698 zusammen mit ihren Bahndaten vorgestellt wurden (siehe Abschn.3.2.).

4.1. Kometenverzeichnisse: Pingré, Olbers

Im Laufe des 18.Jahrhunderts nahm die Anzahl der beobachteten Kometen sprunghaft zu, schon allein diese Tatsache rechtfertigte die Erstellung von Kometenverzeichnissen. Aber da kam noch ein weiterer Gesichtspunkt dazu, nämlich die Frage nach der Periodizität von Kometen. Man hatte zwar zunächst nur den Halleyschen Kometen als solchen identifizieren können. Dennoch war und blieb die Frage nach weiteren periodischen Kometen spannend. Periodische Kometen konnten z.B. dadurch entdeckt werden, daß man ihre aktuell erscheinende Bahn mit älteren Beobachtungsdaten verglich, um eventuell eine Übereinstimmung feststellen zu können. Auch aus diesem Grunde wurden Kometenverzeichnisse zunehmend wichtiger, sie lieferten die Basis für einen Vergleich der Bahndaten.
Ein erstes epochemachendes Verzeichnis stellte Alexandre-Guy Pingré (1711-1796) vor. Pingré kam erst relativ spät, im Alter von 38 Jahren, zur Astronomie, er begann seine Karriere in Rouen. 1756 wurde er „associé libre" der „Académie des sciences", nahm an mehreren Expeditionen teil und wurde schließlich 1772 Bibliothekar in St. Genevieve in Paris. Dort veröffentlichte er 1783/4 sein zweibändiges Werk

„Cométographie ou Traité historique et théorique des comètes", in dem er die Bahnelemente von nunmehr 166 Kometen auflistete. Für das Jahr 1456 erwähnte Pingré alle damals bekannten Beobachtungsdaten des Halleyschen Kometen, darunter auch die Beobachtungsdaten von „Ebendorfer", der aber hatte lediglich die Peurbachschen Daten abgeschrieben.[28]
Im Jahre 1792 veröffentlichte Jerome Le Frarnçais Lalande in seinem Werk „Astronomie" eine Liste von insgesamt 78 Kometen und deren Bahnelemente.[29]
Einen sensationellen Erfolg mit seinem Kometenverzeichnis hatte der in Bremen wirkende Arzt und Amateurastronom Wilhelm Olbers (1758-1840); als Liebhaber der Astronomie besaß er eine kleine Privatsternwarte, um jederzeit Beobachtungen machen zu können. Den Kometen widmete Olbers seine besondere Aufmerksamkeit. Am Anfang von Olbers' Karriere stand seine „Abhandlung über die leichteste und bequemste Methode die Bahn eines Cometen aus einigen Beobachtungen zu berechnen" (Weimar 1797), der er ein Verzeichnis von 88 Kometen sowie deren Bestimmungsstücke anhängte (Tafel VII, S. 65f). Für dieses Verzeichnis war Jean Baptiste Delambre (1749-1822) das Vorbild gewesen. Im Jahre 1823 veröffentlichte Olbers ein verbessertes und ergänztes Verzeichnis, wo bereits die Daten von 125 Kometen vorgestellt wurden.[30] Diesem Verzeichnis kam eine besondere Bedeutung zu, weil es später noch ergänzt wurde. Es erschien nunmehr als Anhang zu Olbers „Abhandlung über die leichteste und bequemste Methode die Bahn eines Cometen zu berechnen". Der damals in Breslau wirkende Astronom Johann Gottfried Galle (1812-1910) hatte für die 1864 in Leipzig erschienene 3. Auflage „die Fortsetzung und Ergänzung des Olbersschen Cometenverzeichnisses bis zum Jahre 1864" angehängt (Tafel Vl, S. 155-233). In diesem ergänzten Verzeichnis, das auch als Separatabdruck erschien,[31] wurden bereits 231 Kometen vorgestellt. Dieses wiederum wurde im Jahre 1894 weiter ergänzt und fortgesetzt von Galle allein herausgegeben.[32]

4.2. Kometenjäger: Messier, Pons

Es ist schwer zusagen, seit wann es üblich war, Kometen nach ihrem Erstentdecker zu benennen. In den Kometenverzeichnissen wurden zunächst die wichtigsten Beobachter der einzelnen Kometen mit aufgenommen, später wurden die Kometen direkt nach ihrem Erstentdecker benannt. Um als Erstentdecker in die Geschichte

28 Pingré, Alexandre Guy: Cométographie ou Traité historique et théorique des comètes, 2 Bde, Paris 1783/4 S. 459-464, hier S. 461f. Siehe ferner Samhaber, siehe Anm. 4, S. 179, dort: Thomas Ebendorfer, Kollege von Peurbach, der fälschlicherweise als Urheber der entsprechenden Schrift von Peurbach galt.

29 Lalande, Jerôme Français: Astronomie. Bd. 3 (3.Aufl.), Paris 1792, S. 256f.

30 Olbers, Wilhelm: Verzeichnis aller bisher berechneten Cometenbahnen. Astronomische Abhandlungen, hrsg. von H. C. Schumacher, 1. Heft, Altona 1823, S. 1-58.

31 Olbers, Wilhelm: Abhandlung über die leichteste und bequemste Methode die Bahn eines Cometen zu berechnen. Nachtrag zu der 2.Aufl. Die Fortsetzung und Ergänzung des Verzeichnisses der bisher berechneten Cometenbahnen bis zum Jahre 1864 enthaltend. Von J. G. Galle. Leipzig 1864, 82 S.

32 Galle, Johann Georg: Verzeichniss der Elemente der bisher berechneten Cometenbahnen nebst Anmerkungen und Literatur-Nachweisen. Leipzig 1894.

einzugehen, mußte man so oft wie irgendmöglich auf der Suche sein, d.h. es kostete viel Zeit. Nicht alle berühmt gewordenen Astronomen ließen sich auf dieses Geschäft ein, Carl Friedrich Gauss (1777- 1855) und Friedrich Wilhelm Bessel (1784-1846) z.B. waren keine Erstentdecker von Kometen, obwohl sie sich intensiv und über eine lange Zeitspanne hinweg mit Kometen beschäftigt hatten. Andere Astronomen wiederum suchten so oft sie nur konnten nach neuen Kometen.

So entstand ein neuer Beruf innerhalb der Astronomenzunft, nämlich Kometenjäger; im folgenden sollen zwei besonders erfolgreiche Kometen jagende Astronomen vorgestellt werden: Messier und Pons.

Charles Messier (1730-1817), in der Lorraine geboren, kam 1751 nach Paris, wo er bei dem Astronomen Joseph-Nicolas Delisle (1688-1768) unterkommen konnte. Messier hatte im Januar 1759 den vorhergesagten Halleyschen Kometen entdeckt, allein Johann Georg Palitzsch (1723-1788), ein in der Nähe von Dresden ansässiger Bauer, war ihm zuvorgekommen. Doch bereits ein Jahr später wurde Messier Erstentdecker des Kometen 1759 II, sichtbar vom 26.1.1760-18.3.1760. Für die nächsten 30 Jahre suchte Messier den Himmel systematisch nach Kometen ab, er beobachtete insgesamt 41 Kometen, davon 21 als erster (so Messier). Gemäß den gegenwärtigen Gepflogenheiten tragen 12 Kometen den Namen ihres Erstentdeckers Messier.[33] Messiers berühmtestes Werk allerdings ist sein Nebelkatalog aus dem Jahre 1771, der 1774 in Paris erschien, nach diesem werden auch heute noch die darin erfaßten Galaxien und Nebel benannt.

Jean-Louis Pons (1761-1831), begann 1789 seine astronomische Karriere, indem er eine Stelle am Observatorium in Marseille annahm; 1801 wurde er erstmals Erstentdecker eines Kometen. 1819 wurde Pons Direktor der Marlia-Stemwarte in Lucca und 1825 Direktor in Florenz.[34] Auf Pons' Konto gehen 29 Kometenerstentdeckungen in der Zeit zwischen 1801 und 1827!

Gauss' Freund Heinrich Christian Schumacher (1780-1850) sorgte für eine weitere Auszeichnung der Kometenjäger, diese erhielten nun eine Kometenmedaille. Schumacher veranlaßte im Jahre 1833 seinen Gönner, den dänischen König Friedrich VI. (reg.1808- 1839), eine Medaille für die Entdeckung teleskopischer Kometen zu stiften.[35] Auf dieser war einerseits der dänische König zu sehen und andererseits Urania umgeben von dem Vergil-Spruch „Nicht vergeblich beobachten wir die Auf- und Untergänge der Zeichen".[36] Der erste Preisträger dieser Medaille war der Direktor der Sternwarte in Marseille, Jean Felix Adolphe Gambart (1800-1836).[37]

---

33 Gingerich, Owen: Messier, Charles. Dictionary of Scientifique Biography 9, New York 1974, S. 329-331, hier S. 329.

34 Chapin, Seymour L.: Pons, Jean-Louis. Dictionary of Scientifique Biography 11, New York 1975, S. 82f.

35 Schumacher, Heinrich Christian: Stiftung einer Medaille für die Entdeckung telescopischer Cometen. Astronomische Nachrichten 10, 1833, Sp. 65-68.

36 Schumacher, Heinrich Christian: Abbildung der Cometen-Medaille. Astronomische Nachrichten 10, 1833, Sp. 137f. Vergil, Georgica I, 257: „Non frustra signorum obitus speculamur et ortus"

37 Astronomische Nachrichten 10, 1833, Sp. 349f.

Abb. 9 Kometen-Medaille, aus den Astronomischen Nachrichten 10, 1833, zwischen Sp. 135/6 und 137/8.

5. Periodizität und Lebensfrage

Erst im 19. Jahrhundert wurden weitere Kometen identifiziert, die periodisch waren.

5.1. Weitere periodische Kometen: Olbers, Encke, Biela

Wilhelm Olbers hatte sich während seines Lebens intensivst mit Kometen beschäftigt; mehr als die Hälfte seiner Abhandlungen haben Kometen bzw. Kometendaten zum Thema. Im Jahre 1796 gelang Olbers die Erstentdeckung eines Kometen, der vom 31.3. bis zum 14.4.1796 sichtbar war. Im Jahre 1815 entdeckte er als erster einen weiteren Kometen, der vom 6.3. bis zum 25.8.1815 sichtbar war und der sich als periodisch herausstellte. Die Periodizität ließ sich aus der elliptischen Bahn ableiten, die Umlaufzeit beträgt, so Olbers, 72 Jahre oder etwas mehr. Ein früherer Umlauf des Kometen ließ sich aus den Kometenverzeichnissen nicht ableiten, Olbers berichtete: „Ich habe deswegen mit der Umlaufszeit 73 bis 77 Jahren in unseren Kometenverzeichnissen rückwärts nachgesucht, aber unter allen aufgezeichneten Kometen keinen finden können, den ich für identisch mit diesem hätte halten können."[38] Später erwähnte Bessel über diesen Kometen:
„Im Jahre 1815 entdeckte aber mein hochverehrter Freund Olbers einen kleinen Kometen, von dem die sorgfältigste Untersuchung bewies, dass er in 72 Jahren um die Sonne läuft, also 1887 wieder erscheinen wird. Dieser also gesellte sich dem Halley'schen bei, und zeigte unwidersprechlich, daß der Halley'sche nicht das einzige Beispiel seiner Art ist".[39] In der Tat erschien dieser Komet noch einmal im Jahre 1887 (Komet 1887 V) und ein weiteres Mal im Jahre 1956 (Komet 1956 IV). Es war dies der zweite periodische Komet in der Geschichte, der entdeckt wurde.

38 Olbers, Wilhelm: Ueber den Kometen von 1815. Astronomisches Jahrbuch (Berlin) für das Jahr 1818, 1815, S. 218-229. In: Gesammelte Werke 1, Berlin 1894, S. 344-351, hier S. 349.

39 Bessel, Friedrich Wilhelm: Populäre Vorlesungen über - wissenschaftliche Gegenstände. Hrsg. von H. C. Schumacher. Hamburg 1848, S. 108.

Doch es folgten alsbald weitere wie der von Pons entdeckte Komet 1819 I, der vom 26.11.1818 bis zum 12.1.1819 sichtbar war. Er hatte, wie die Berechnungen von Franz Encke (1791-1865) ergaben, eine Umlaufperiode von nur etwas mehr als 3 Jahren, er war bereits 1786, 1795 und 1805 beobachtet worden, im Jahr 1805 sogar von Pons selbst; bislang sind mehr als 50 Erscheinungen dieses Kometen registriert worden.[40] Es war eine große Überraschung, daß Kometen mit derartig kurzen Perioden überhaupt vorkommen.
Der am 27.2.1826 von Wilhelm von Biela (1782-1856) entdeckte Komet konnte mit den Kometen von 1772 und 1806 in Verbindung gebracht werden. Auch er hatte eine relativ kurze Umlaufzeit von nur 6,75 Jahren und erlebte noch drei weitere Erscheinungen in den Jahren 1832, 1846, wobei er in zwei Teile zerfiel; beide Teile wurden noch einmal im Jahre 1852 beobachtet, danach jedoch blieb der Komet bzw. blieben die zwei Kometenteile verschwunden.[41] Alexander von Humboldt (1769-1859) nannte in seinem „Kosmos" 6 sog. „innere Cometen", die genau berechnet sind[42] also 6 damals bekannte kurzperiodische Kometen, deren Umlaufzeit von 3,3 bis 7,4 Jahre variiert.

5.2. Lebensfrage: Bessel

Im Jalrre 1835 war es wieder einmal soweit, man erwartete abermals den Halleyschen Kometen. Friedrich Wilhelm Bessel, der 1809 nach Königsberg berufen wurde und dort seit 1810 wirkte, schrieb in seinen „Populären Vorlesungen" darüber:[43] „Wir erwarten ihn mit derselben Ungeduld, mit welcher ein Angehöriger erwartet wird, der von einer langen Reise wissenswürdige Nachrichten mitbringen soll. Auch der Halley'sche Komet ist unser Angehöriger; er ist 75 Jahre abwesend, und nicht eitel ist die Neugierde, womit wir ihm entgegensehen." In der Tat war der Komet diesmal vom 5.8.1835-19.5.1836, also sehr sehr lange, sichtbar. Bessel hatte in der Zeit zwischen 1832 und 1844 15 populäre Vorträge in der „Physicalisch-oeconomischen Gesellschaft" in Königsberg gehalten. Von diesen Vorlesungen waren die vierte und die fünfte dem Halleyschen Kometen gewidmet.[44] Für Bessel bestanden die Kometenschweife aus Materie, welche vom Kometen ausströmt.
Bessel fragte weiter: Strömen vielleicht Körperteile aus, deren Elektrizität durch die Annäherung an die Sonne erregt wird? (S. 120). Tragen die Kometen diesen Verlust, ohne Entschädigung dafür zu erhalten? Werden sie bei jeder Wiederkehr kleiner oder ziehen sie etwa in den entfernten Teilen ihrer Bahnen neue Materie zu sich? Bessel antwortete ehrlich, daß wir dies nicht wissen. Damit war die Lebensfrage der Kometen gestellt. Man sollte das Aussehen der Kometen genau festhalten und dieses

40 Griesser, siehe Anm. 10, S. 53.

41 Griesser, siehe Anm. 10, S. 73f.

42 Humboldt, Alexander von: Kosmos. Entwurf einer physischen Weltbeschreibung. Bd. 3, Stuttgart 1850, zwischen S. 570 und 571.

43 Bessel, siehe Anm. 39, S. 94.

44 Bessel, siehe Anm. 39, S. 94-120, 121-157.

mit früheren Erscheinungen vergleichen, um Veränderungen aufspüren zu können. Nach Bessel war es möglich, daß ein Komet nicht beliebig viele Male die Sonne umrunden könnte, da er bei jedem Umlauf masseärmer wurde.

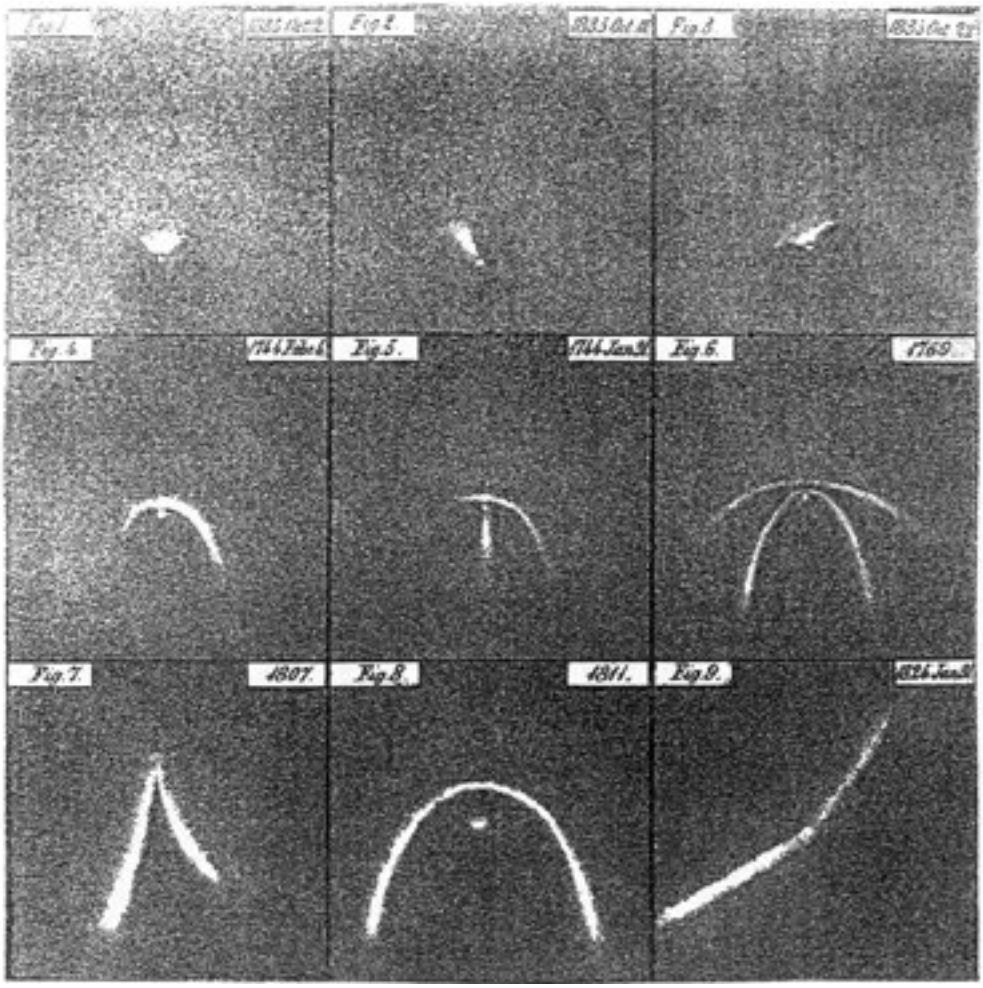


Abb. 10 Aus Bessel, Populäre Vorlesungen 1848, zwischen S. 120/1.

Schlußgedanken

Vor der Entdeckung der Spektralanalyse im Jahre 1859 wurde die Natur der Himmelskörper zwar gelegentlich angesprochen, aber Antworten darauf galten als rein hypothetisch. Man sollte nicht vergessen, daß die Bahnbestimmung in der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts noch immer die wichtigste Aufgabe war, die die Astronomen verfolgten. Wilhelm Olbers z.B. hatte in seiner „Abhandlung über die leichteste und bequemste Methode die Bahn eines Cometen aus einigen Beobachtungen zu berech-

nen" (Weimar 1797) ein Markt beherrschendes Werk vorgestellt, das in erweiterter und berichtigter Form 1847 eine zweite Auflage und 1864 eine dritte Auflage erlebte, die Franz Encke besorgt hatte. Olbers' Werk blieb sogar über seinen Tod hinaus das Standardwerk.[45]

Olbers war der väterliche Freund von Carl Friedrich Gauss. Selbstverständlich hatte sich auch Gauss mit Kometen beschäftigt, er beobachtete diese so oft es ihm möglich war. Es ist bekannt, daß Gauss in seinem astronomischen Hauptwerk „Theorie der Bewegung der Himmelskörper welche in Kegelschnitten die Sonne umlaufen" nur die Planeten- bzw. Planetoidenbahnen behandelte.[46] Doch plante Gauss eine Ergänzung bzw. einen zweiten Band, der ganz den Kometen gewidmet sein sollte. Allein, er kam nicht dazu, es blieb bei den Versprechungen.[47] Dennoch gilt es festzuhalten, daß Gauss von den Kometen sehr beeindruckt war, er beobachtete diese praktisch sein ganzes Leben lang und studierte deren Bahnen aufs intensivste. Sein großes Interesse an Kometen fand seinen Niederschlag auch in seinen Vorlesungen, er las vom WS 1808/9 bis zum WS 1830/1 regelmäßig speziell über die Theorie und Berechnung der Bewegung der Kometen.[48]

Bessel hatte die Aufgaben der Astronomie in seinen „Populären Vorlesungen" in sehr treffender Weise wie folgt beschrieben: „Was die Astronomie leisten muss, ist zu allen Zeiten gleich klar gewesen: sie muss Vorschriften erteilen, nach welchen die Bewegungen der Himmelskörper, so wie sie uns, von der Erde aus, erscheinen, berechnet werden können. Alles was man sonst noch von den Himmelskörpern erfahren kann, z.B. ihr Aussehen und die Beschaffenheit ihrer Oberflächen, ist zwar der Aufmerksamkeit nicht unwerth, allein das eigentlich astronomische Interesse berührt es nicht. Ob die Gebirge des Mondes so oder anders gestaltet sind, ist für den Astronomen nicht interessanter, als die Kenntnis der Gebirge der Erde für den Nicht-Astronom ist; ob der Jupiter dunkele Streifen auf seiner Oberfläche zeigt oder gleichmässig erleuchtet erscheint, reizt eben so wenig die Wissbegierde des Astronomen, und selbst die vier Monde desselben interessieren ihn nur durch die Bewegungen, welche sie haben. - Die Bewegungen aller Himmelskörper so vollständig kennen zu lernen, dass für jede Zeit genügende Rechenschaft davon gegeben werden kann, dieses war und ist die Aufgabe, welche die Astronomie aufzulösen hat."[49] Dies war genau die Aufgabe, die die klassischen Astronomen bis weit in das 19. Jahrhundert hinein zu erfüllen versuchten. Die Astrophysik war damals noch kein Denkmodell in der Astronomie.

---

45 Reich, Karin: Die Rezeption des Kometenbuches von Wilhelm Olbers in den Jahren 1797 bis 1864. ln: G. Biegel, G. Oestmann, K. Reich (Hrsg.): Neue Welten. Wilhelm Olbers und die Naturwissenschaften um 1800. Braunschweig 2001, S. 36-43.

46 Gauss, Carl Friedrich: Theoria motus corporum coelestium in sectionibus conicis solem ambientium. Hamburg 1809. In Werke 7, Göttingen 1906, S. 1-261.

47 Reich, Karin: Im Umfeld der 'Theoria motus': Gauss' Briefwechsel mit Perthes, Laplace, Delambre und Legendre. Göttingen 2001, S. 44, 46.

48 Folkerts, Menso: Carl Friedrich Gauss' Aktivitäten an der Umversität Göttingen. Nachrichten der Akademie der Wissenschaften zu Göttingen, math.-phys. Klasse 2002, S. 25-131, hier S. 88f.

49 Bessel, siehe Anm. 39, S. 5f.

Hatice Skarits

Die Sterne des Peuerbach-Astrolabiums von 1457 und ihre arabischen Namen

„Die in unvorstellbare Weiten gerichteten Fernrohre der Astronomen verhindern nicht, daß weiterhin die Menschen mit bloßem Auge den Himmel betrachten. Den Augen bieten sich die Sterne in derselben Weise dar, wie sie einst vor Erfindung des Fernrohres erblickt wurden und so wird nicht das Bedürfnis aufhören, einzelne dieser Sterne mit Namen zu belegen und aus der ‚anonymen Masse' herauszuhalten."[1]

Paul Kunitzsch

Paul Kunitzsch hat diese Worte damals geschrieben, als die Russen ihre ersten Satelliten ins Weltall schickten, allen voran den legendären Sputnik I. Inzwischen ist ein halbes Jahrhundert verstrichen und die Technik hat sich rasant weiterentwickelt. Von den Bildern, die uns heute aus dem Weltall übermittelt werden, hatte damals niemand zu träumen gewagt. Aber das Zitat hat nichts an Bedeutung verloren, wenngleich wir heute bedeutend weniger Sterne mit freiem Auge sehen können als die Menschen vor Erfindung des Fernrohres. Seit damals sind vier Jahrhunderte vergangen und auch da hat sich viel verändert. Unser Sternenhimmel hat auf Kosten der Leuchtkraft von Großstädten und Ballungszentren seine eigene Leuchtkraft dramatisch verringert. Im innerstädtischen Bereich kann man sich heute glücklich schätzen, wenn man Sterne der 3. Größenklasse identifizieren kann.
Geblieben sind uns die Sterne erster und zweiter Größe. Sie sind es allerdings, die als Orientierungssterne auf den ersten Astrolabien dienten. Was in der Spätantike mit fünfzehn bis zwanzig Markierungen begonnen hatte, endete im 17. Jahrhundert als Prunkinstrument mit bis zu sechzig Positionen. Den wissenschaftlichen Wert eines solchen Gerätes kann man getrost bezweifeln, zumal das Zeitalter der Astrolabien vorbei war. Das Weltbild hatte sich geändert wie auch die Methoden der Beobachtung.

Das Peuerbach-Astrolabium

Die Begegnung mit Georg Aunpekh von Peuerbach (1423-1461) führt uns mehr als ein halbes Jahrtausend zurück ins ausgehende Mittelalter.

1 Kunitzsch, Paul 1959: Arabische Sternnamen in Europa. Wiesbaden: Otto Harrassowitz. S. 14

Das Astrolabium von 1457, welches ihm, dem Hofastronomen Kaiser Friedrich III. und Lehrer des Regiomontanus zugeschrieben wird, befindet sich im Germanischen Museum von Nürnberg. Ein Nachbau ist im Schloßmuseum Peuerbach ausgestellt. Das Instrument weist 31 Sternpositionen auf - eine Anzahl, die in der Praxis gerade noch verwendbar ist. Die Namen der Sterne sind, bis auf wenige Ausnahmen arabischen Ursprungs, jedoch zum Teil stark entstellt.
Eine der Ursachen hierfür ist die Transkription, d. h. die Wiedergabe der arabischen Schriftzeichen durch abendländische Buchstaben (auch heute noch nicht ganz unproblematisch).
Eine andere Ursache ist in Schreibfehlern oder Nachlässigkeit der Kopisten zu suchen, eine weitere im Diktat der Übersetzer, deren Aussprache des Arabischen dialektal gefärbt war. Im mittelalterlichen Andalusien, das unter arabischer Herrschaft stand, waren es vor allem Sepharden, spanische Juden, welche einen starken Anteil der Bevölkerung hatten, die die nötigen Voraussetzungen für einen Übersetzer hocharabischer Texte mitbrachten. Außer ihrem eigenen Idiom benützten sie die altspanische Umgangssprache und waren als Handelsleute auch der arabischen Schrift kundig.

Die Struktur des Arabischen

a) Die Sprache

Die Bedeutung eines Wortes ist durch seine Wurzel bestimmt, ein Skelett von zumeist drei Konsonanten, deren Reihenfolge unabänderlich ist. Wird einer dieser Wurzelkonsonanten verändert, dann ist der Sinn ein anderer oder das Wort wird zum nonsens, ohne Sinn, unverständlich.

Einige Beispiele für die Bedeutung der diakritischen Punkte:

ن	ذ	N	ر	R
ت	ذ	T	ز	Z
ث	ث	Ṯ (hT)	ف	F
ب	ب	B	ق	Q
ى	ي	Y / I		
ص	ص	Ṣ		
ض	ض	Ḍ = Ż (im Persischen und Türkischen)		

b) Die Schrift

Sie entwickelte sich während der ersten nachchristlichen Jahrhunderte und verläuft von rechts nach links. Die ältesten Manuskripte (Aufzeichnungen des Korantextes) stammen aus dem 7. Jahrhundert. Der dritte Kalif, ʿUṮMĀN, ließ die einzelnen Schriften sammeln und zusammenstellen und zwar nach ihrer Länge in abnehmender Reihenfolge, die kürzesten zuletzt. So entstand die offizielle Koranedition und die Schriftlichkeit nahm einen rasanten Aufschwung, was bald zu einer Hochblüte der Wissenschaften führte. Die Araber haben das Erbe der Antike durch ihre Übersetzungen wissenschaftlicher Werke weitergegeben und damit erhalten, sodann durch eigene Erkenntnisse erweitert. So wurde über ein finsteres Zeitalter hinweg eine Brücke zur abendländischen Wissenschaft des Mittelalters geschlagen und auf einem der Wege wandern wir von Ptolemäus über AṢ-ṢŪFĪ zu Georg Aunpekh, geboren hier zu Peuerbach.

Die gotische Schrift

Diakritische Zeichen auch im Abendland

Die gotische Schrift entwickelte sich im Mittelalter und überdauerte viele Jahrhunderte, zuletzt im deutschen Sprachraum. Wir finden sie in zwei Ausprägungen:
1) Fraktur: Das sind einzelne Buchstaben. In dieser Form wurden Urkunden abgefaßt und Bücher geschrieben, später gedruckt.
2) Kurrent: Verbundene Schriftzeichen für den privaten Bereich, Notizen und Korrespondenz.

In der Fraktur waren das sogenannte „lange s" am Silbenanfang und f sowie t und k durch ihre Ähnlichkeit anfällig für Verwechslungen.
In der Kurrentschrift mußte der Vokal U durch den sog. U-Haken gekennzeichnet werden, um Verwechslungen zu vermeiden. Schließlich bestanden etliche Schriftzeichen nur aus Zacken: schräger Aufstrich, senkrechter Abstrich.
Der i-Punkt unterschied diesen Vokal vom Konsonanten C. Dann gab es noch einen Querstrich über den Konsonanten M und N, welcher die Verdoppelung anzeigte.
Die Fraktur verschwand in den Nachkriegsjahren des 20. Jahrhunderts aus den Büchern. Die Kurrentschrift starb zur selben Zeit langsam mit den Menschen, die sie von Kindheit an benutzt hatten.

Es sind zwei Gruppen zu unterscheiden, die miteinander nicht in Zusammenhang stehen. Hier trifft die beschreibende, abendländische Wissenschaft der Antike auf die orientalische Tradition der Araber, die aus der Beobachtung resultiert. Um die Mitte des 2. Jahrh. n.Chr. verfaßte Claudius Ptolemäus in Alexandria seine „Syntaxis", später Almagest genannt, in griechischer Sprache. Von den dreizehn Büchern des Werkes sind das siebente und achte Buch dem Fixsternhimmel gewidmet, ein Verzeichnis der damals bekannten, freisichtig identifizierten Sterne enthaltend. 48 Sternbilder, in Griechenland bereits aus vorchristlicher Zeit überliefert, wurden so beschrieben. Es war eine Projektion der griechischen Mythologie in den Himmel, ein Bilderbuch, das wir noch heute, nach so langer Zeit, gerne als Orientierungshilfe verwenden.
Jeder Stern hat seine Position im betreffenden Sternbild; und es ist verhältnismäßig leicht, einen Stern aufzufinden, wenn wir wissen, an welcher Stelle der Figur er sich befindet. Diese alte abendländische Beschreibung des Fixstemhimmels war eines der zahlreichen antiken wissenschaftlichen Werke, die auf Befehl der Abbasiden-Kalifen in Bagdad seit dem 8. Jahrh. n. Chr. aus dem Griechischen ins Arabische übersetzt wurden. Es war die Grundlage des Fixsternbuches aus dem 10. Jahrh.

KITĀB ṢUWAR AL-KAWĀKIB AṮ-ṮĀBITA von ᶜABDARRAḤMĀN AṢ-ṢŪFĪ

erweitert um die orientalische Tradition der Araber (Beduinen, wie sie AṢ-ṢŪFĪ, wegen seiner Herkunft auch „der Perser" genannt, gerne sah).
Allerdings wußte man mit den Sternbildern, die einer anderen Kultur angehörten und nicht der arabischen Überlieferung entstammten, wenig anzufangen.
So wurden sie nach dem Augenschein benannt: „Die gefesselte Frau" (Andromeda), „Der die Zügel hält" (Auriga), „Wassergießer" (Aquarius, natürlich mit Wasserschlauch oder Eimer, AL-DALW, dargestellt), „Träger des Dämonenkopfes" (Perseus mit Algol) und andere mehr.

Die meisten Sternnamen, die aus dieser Übersetzung stammen, sind aus drastisch gekürzten Positionsbeschreibungen entstanden, welche äußerst genau und daher manchmal von einer respektablen Länge waren.
Andererseits gibt es aber noch die alten traditionellen Namen der Araber, die sich aus der Beobachtung des jeweiligen Sternes herleiten.
Da sich der Himmel für den Beobachter während der Nacht, bzw. im Laufe eines Jahres über ihn hinwegdreht („beim Himmel und seiner Wiederkehr / WA-S-SAMĀI ḎĀTI R-RAĞI" Koran 86/11), ergibt sich etwa, daß ein Stern dem anderen vorangeht, ihm folgt, über ihn hinwegzieht oder mit einem anderen ein markantes Paar bildet, was durch den arabischen Dual (Zweizahl) gekennzeichnet ist.

So haben wir die Entstehung der uralten schönen Namen zu verstehen, mit welchen die hellsten Sterne bedacht wurden. Sie wurden als Persönlichkeiten angesehen und im vorislamischen Südarabien als Gottheiten verehrt.
Hiermit erschließt sich auch der Sinn des 49. Verses der 53. Sure „Der Stern" (AN-NAĞM). Nach dem Lobpreis der Werke des Schöpfers lautet der Abschluß und Höhepunkt: „WA-ANNAHU HUWA RABBU Š-ŠIᶜRĀ – und wahrlich, ER ist der Herr des Sirius". Es ist der einzige Fixstern, der im Koran namentlich erwähnt wird. Daraus ersehen wir, welchen Eindruck der prächtig Funkelnde, der hellste Stern des Himmels, auf die Menschen gemacht hat; zum anderen, daß auch er ein Geschöpf des Allmächtigen ist.

Oft hat einer der Fürsten des gestirnten Himmels sogar mehrere Namen, die über ein Jahrtausend und viele Jahrhunderte hinweg entstellt und verstümmelt auf uns gekommen sind und in dieser Form noch unsere heutigen Sternkarten zieren. AṢ-ṢŪFĪ fügt die traditionellen Namen der großen Sterne der jeweiligen Positionsbeschreibung hinzu, ebenso scheinen sie in der Beschriftung der Sternbild-Figuren auf. Zusätzlich sind die Mondstationen durch einen langgedehnten Schriftzug gleich einem Verbindungsstrich zwischen zwei Sternen eingetragen.
Die Figuren der Sternbilder sind spiegelbildlich dargestellt: links - „wie man es am Himmel sieht" und rechts - wie man es auf der Kugel (Globus) sieht".[2] Hiermit waren sämtliche Mißverständnisse und Verwirrungen, wie sie in späteren Jahrhunderten in Europa um sich griffen, von vornherein ausgeschlossen.

Die Namen der Sterne des Peuerbach-Astrolabiums

Positionsbeschreibungen
a) Lateinische Präzision

Einige wenige Sterne des Peuerbach-Astrolabiums sind lateinisch bezeichnet, später hat sich interessanterweise meist die arabische Bezeichnung durchgesetzt.

1 CAU-CETI β Cet
am Astrolab lateinisch. Bei den Arabern DANAB QAYṬUS
(Schwanz des KAITOS), heute wenig verändert DENEB KAITOS.

3 VENTER CETI ζ cet
am Astrolab lateinisch. Bei den Arabern BAṬN QAYṬUS (Bauch des KAITOS)
heute wenig verändert BATEN KAITOS.

2 The Book of Constellations KITĀB ṢUWAR AL-KAWĀKIB AṮ-ṮĀBITA by ᶜABDARRAḤMĀN AṢ-ṢŪFĪ (d. 986 AD) Reproduced from MS Marsh. 144, Bodleian Library, Oxford. Hsg. Institute for the History of Arabic - Islamic Science at the Joh. Wolfgang Goethe University, Frankfurt a.M. 1986

12 COR LEONIS α Leo
auf dem Astrolab lateinisch. Bei den Arabern genauso beschrieben - QALB AL ASAD (Herz des Löwen). Erst zur Zeit des Copernicus, im 16. Jahrh., tauchte der Name Regulus (kleiner König, Fürst) auf und setzte sich durch. Er war einer der vier persischen Königssterne α Tau, α Sco, α PsA, α Leo.

14 CAU-LEONIS β Leo
am Astrolab lateinisch. Bei den Arabern DANAB AL-ASAD (Schwanz des Löwen). Davon kommt – entstellt – der heutige Name DENEBOLA.

b) Orientalische Genauigkeit und was von der arabischen Bezeichnung übrigblieb.

4 MENKAR α Cet
Während die beiden anderen Walfischsterne lateinisch bezeichnet sind, finden wir hier ein arabisches Wort MINHAR (QAYṬOS): Nase, Nüster des KAITOS.

7 RIGIL β Ori
arabisch RIĞL AL-ĞABBĀR (AL-YUSRĀ) - Fuß des Riesen (der linke). Heute wenig verändert RIGEL. Der Riese (AL-ĞABBĀR) hat noch einen anderen Namen, AL-ĞAWZĀ, den wir heute total entstellt in BETEIGEUZE α Ori (arab. YAD AL-ĞAWZĀ, Hand des Riesen) wiederfinden.

20 YED δ Oph
Heute YED PRIOR arab. YAD (Hand) Zusatz lateinisch: der vordere, der frühere.

29 ENIF ε Peg
Bis heute unverändert. Arab. ANF AL-FARAS (Nase des Pferdes = Pegasus)

Einer für alle - alle für einen

a) Der Name des gesamten Sternbildes wurde auf sein Nomen reduziert und zur Bezeichnung eines einzelnen Sternes, zumeist des hellsten (arab. AN-NAYYIR - Lucida)

2 MIRACH β And
Andromeda stellt für einen unvoreingenommenen Betrachter eine gefesselte Frau dar; und so nannten auch die Übersetzer, denen die griechische Mythologie fremd war, diese Konstellation: AL-MAR'AT AL-MUSALSALA. Der hell leuchtende Stern trug die Positionsbezeichnung ĞANB MAR'AT ALMUSAL-SALA (Seite der gefesselten Frau). Übrig geblieben ist MAR'A (Frau).

13 ALHES α Crt
aus dem arabischen AL-KA'S (Becher). Das Sternbild wird im Orient auch manchmal als Krug, AL-BĀṬIYA, bezeichnet; so findet sich denn bei ṢŪFĪ für α Crt „ᶜALĀ QĀᶜIDAT AL-BĀṬIYA, wobei QĀᶜIDA Basis oder Fundament bedeutet.

15 CORU[9] γ Crv
am Astrolab lateinisch. Heute als GIENAH oder ALGORAB bekannt: Arabisch ĞANĀḤ AL-ĠURĀB (Flügel des Raben).

17 BENENAZ η UMa
Als BENETNASCH bis in unsere Zeit gekommen. Die Araber teilen das Sternbild des Großen Wagens: das Trapez (der Kasten) stellt sich als Totenbahre (NAᶜŠ) dar, die drei Deichselsterne sind klagende Frauen, die vor der Bahre einherschreiten (BANĀT, pl. von BINT - Tochter). So lautet der vollständige Name der Konstellation BANĀT AN- NAᶜŠ (Töchter der Bahre). Im Mittelalter wurde dieser Ausdruck für den ersten Deichselstern verwendet, da er sich während einer Nacht wie ein großer Uhrzeiger - allerdings im gegenläufigen Sinn - um den Polarstern dreht. Deswegen hat er auch noch den Namen AL-QĀ'ID (der Anführer).

19 ALFETA α CrB
heute ALPHECCA oder korrekter GEMMA. Das Bild der Nördlichen Krone - ein an der Rückseite offenes Diadem mit einem Edelstein an der Vorderseite - wird von den Arabern als AL-IKLIL AL-FAKKA (die gelöste, aufgebundene Krone) beschrieben. Das Juwel ist demgemäß NAYYIR AL-FAKKA (der Glänzende in der Krone). Geblieben ist ALFETA. Die Entstellung ist durch Verwechslung von k/t in der gotischen Fraktur entstanden.

22 ALGETI α Her
Das Bild des Herkules wurde von den Arabern als Gestalt eines „Knienden" (AL-ĞAṮĪ) interpretiert. Der Stern „am Kopf" (RA'S AL-ĞAṮĪ) ist fast unverändert in die Gegenwart herübergekommen, auf dem Astrolab ist der Name gekürzt.

23 ALHAUE α Oph
Abermals blieb nur der Name des Sternbildes. Der Stern schmückt den Kopf des Schlangenträgers (RA'S AL-ḤAWWĀ) und wird heute RASALHAGUE genannt. Die Abbildung eines Mannes, der offenbar eine Schlange zur Schau stellt, wie auf orientalischen Märkten nicht unüblich, war den Arabern nicht fremd. Man blieb stehen, um sich am Anblick des Mannes und seiner Schlange zu belustigen. Der „ḤAWWĀ" und die Schlange (AL- ḤAWWĀ WA-L-ḤAYYA) so heißt denn auch die Konstellation in den arabischen Manuskripten.

24 ABEN γ Dra
Der Name kommt wahrscheinlich von TUᶜBĀN, eines der arabischen Worte für „Schlange". „Drache" wäre TINNĪN, in der heutigen Bezeichnung ELTANIN für γ Dra noch gut erkennbar, wenngleich entstellt. Bei ṢŪFĪ steht für diesen Stern die Positionsbezeichnung ALADĪ FAWKA R-RA'S (AT TINNĪN) - der über dem Kopf des Drachen). Der andere Ausdruck hat als THUBAN α Dra und RAS-TABAN β Dra (ṚA'S AT-TUBĀN) überlebt. (β Dra ist wohl auch am Kopf, wie wir dem Namen entnehmen können, hat aber die Positionsbezeichnung ALA DĪ FAWKA L-ᶜAYN - der über dem Auge.)
ṢŪFĪ erwähnt noch, daß einige Sterne, insbesondere die vier letzten am Schwanz des Drachen, welche zwischen den beiden Polweisern β und γ UMi und dem Schwanz des großen Bären funkeln, auch AL-ḤAYYA - ein weiteres Wort für „Schlange" genannt wurden. Darunter befindet sich auch α Dra, der heutige THUBAN. Er war wohl vor geraumer Zeit der Kopf dieser Schlange.

27 DELFIN ε Del
arabisch DANAB AD-DULFĪN (als Fremdwort).

28 ADIGEGE α Cyg
Das nicht sehr ansprechende Bild eines großen Vogels wird in den arabischen Manuskripten als DAĞĀĞA - Huhn, beschrieben. Der heutige Name DENEB ist der erste Bestandteil der vollständigen Bezeichnung DANAB ADDAĞĀĞA (Schwanz der Henne). Am Astrolab finden wir den zweiten Teil. Unter dem traurigen Bild einer leblosen Henne verbirgt sich jedoch eine Überraschung: von einem Flügel zum anderen zieht sich eine gerade Linie, es ist ein gedehnter Schriftzug AL-FAWĀRIS (die Reiter), der δ, γ, ε, ξ Cyg verbindet. Ihnen nachfolgend, allein, der Fürst in seiner ganzen Pracht α Cyg RIDF AL-FAWĀRIS - der hintere der Reiter. So sprengen sie über die funkelnde Milchstraße. AR-RIDF, dieser altarabische Name findet sich in etlichen Varianten und Entstellungen auf anderen mittelalterlichen Astrolabien und in den astronomischen Schriften.

b) Der Name des gesamten Sternbildes wurde auf sein Attribut reduziert und zur Bezeichnung des hellsten Sternes verwendet.

25 WEGA α Lyr
Bis heute unverändert und wohlbekannt. AN-NASR AL-WĀQIᶜ -
der herabstürzende Adler. Davon kommt der Name dieses prachtvollen weißleuchtenden Zenitalsternes „der Fallende".

26 ALKAIR α Aql
Im Gegensatz hierzu heißt diese Konstellation AN-NASR AṬ-ṬĀ'IR - der fliegende Adler. Geblieben ist bis heute ATAIR oder ALTAIR. Der Name auf dem Astrolab resultiert aus der Verwechslung von Fraktur t/k.

Pegasus - Verwirrung ohne Ende

Es wäre zu erwarten, daß das markante leuchtende Viereck aus Sternen nahezu gleicher Größe, das mit seinem Erscheinen - am Abendhimmel den Herbst ankündigt, im alten Europa einen entsprechenden Namen gehabt hätte. Stattdessen sahen sich die orientalischen Übersetzer und Illustratoren mit dem rätselhaften Bild eines Pferdes, bzw. seines Vorderteiles, das noch dazu auf dem Kopf stand und Flügel hatte, konfrontiert. Diese Darstellung, mehr oder minder kunstvoll verrenkt, hat auf Globen und in Atlanten ihren Weg bis in die Gegenwart gefunden.
Bei ṢŪFĪ heißt das Sternbild AL-FARAS AL-A^{c}ẒAM, das große Pferd. ß Peg trägt die Positionsbezeichnung MANKIB AL-FARAS (Schulter des Pferdes), a Peg MATN ALFARAS (Rücken des Pferdes). Beide Sterne sind durch einen gedehnten Schriftzug verbunden. Diese Linie markiert den Eintritt in die erste Abteilung der 26. und 27. Mondstation: AL-FAR^{c} AL-AWWAL.
Eine Mondstation MANZIL AL-QAMAR (Herberge des Mondes) war für die Araber der Platz am Himmel „wo der Mond auf seiner Reise für eine Nacht einkehrt um sich auszuruhen."
Die mittelalterlichen Gelehrten haben die 28teilige Skala von den Arabern übernommen; ihre Verwendung diente möglicherweise astrologischen Belangen. Georg von Peuerbach hat sie verwendet, denn die 28 Stationen finden sich auf der Rückseite seines Astrolabiums.
Die beiden Sterne α und β Peg waren für seine Arbeit wichtig, aber ihre Namen auf der Rete des Astrolabiums entsprechen nicht der Illustration bei ṢŪFĪ.

30 MARKAB α Peg
So steht es noch heute in den Sternverzeichnissen. Es ist das Wort für „Sattel" oder einen anderen Untersatz, der zur Fortbewegung dient. Wahrscheinlich das Ergebnis einer Verwechslung oder Verschreibung. Wenn ṢŪFĪ für diesen Stern „Rücken" als Position angibt, so paßt wohl auch ein Sattel sinngemäß dorthin. Nur war Pegasus nicht gesattelt...

31 SCHEAT β Peg
Der Stern steht bei ṢŪFĪ auf der Schulter des Pferdes: MANKIB AL-FARAS. Der Astrolabname SCHEAT würde in eine benachbarte Gruppe von kleineren Sternen passen, die sich von Pegasus über Aquarius bis in den Steinbock zieht. Diese Himmelsgegend war für die Beduinen infolge ihres zur Schau gestellten glitzernden Überflusses eine glückliche. Die hier verwendeten Namen beginnen mit Sa^{c}d (Glück), das zweite Wort der Genitivverbindung bezeichnet jeweils einen Umstand, der einen Mann in der Wüste zufriedenstellt: Besitztum, Schlachten eines Tieres, reichliches Essen, ein Zelt, Regen usw. Daß sich S beim Sprechen in SCH verwandelt, war im alten Andalusien keine Seltenheit, wenn ein Sepharde diktierte. Der christliche Schreiber hielt dann fest, was er hörte.

Sie haben uralte Namen, Eigennamen, deren Ursprung eine besondere Eigenschaft beschreibt oder auch im Dunkel der Vergangenheit verborgen bleibt.

5 ALGOL β Per
Perseus ist als ḤĀMIL RA'S AL-ĠŪL (Träger des Dämonenhauptes) beschrieben. GUL bedeutet Dämon - ob die Tatsache, daß es sich um einen veränderlichen Stern handelt, der seine Leuchtkraft periodisch ändert, vielleicht auch für seinen Namen verantwortlich war? Sterne wurden als Persönlichkeiten angesehen. Dieser konnte sein Aussehen verändern...

6 ALDEBARAN α Tau
Einer der sehr alten Eigennamen, deren Bedeutung ungewiß ist. AL-DABARĀN wird immer und überall als „der (den Plejaden?) Folgende" übersetzt, wenn man die Wortwurzel D-B-R (dahinter) so auslegen möchte. Er hat auch den Namen ᶜAYN AṮ-ṮAWR (Auge des Stieres).

8 ALHAIOT α Aur
arabisch AL-ᶜAYYŪQ. Der Buchstabe ᶜAYN, hier im Anlaut, der nur in der arabischen Schrift vorkommt und sonst nirgends eine Entsprechung findet (und von Fremden meist auch nicht korrekt ausgesprochen werden kann) wird durch H wiedergegeben. Das Q am Ende ist wahrscheinlich mit K transkribiert und später beim Kopieren k/t verwechselt worden. Die Bedeutung des Wortes ist unklar.
Bei ṢŪFĪ findet man in den Illustrationen zum Sternbild des„Zügelhälters" (Auriga) an der linken Schulter der männlichen Figur die Inschrift AL-ᶜAYYŪQ und dahinter, am linken Arm, um den Ellbogen herum, für ε Aur, AL-ᶜANZ (Ziege) und ζ und η Aur AL-ĞUDAYYĀN (die beiden Böcklein) Diminutiv von AL-ĞADY im Dual. Dementsprechend sind diese Eigennamen im Katalog zusätzlich neben der Positionsbezeichnung angeführt. So wacht AL-ᶜAYYŪQ über seine kleine Ziegenfamilie. Vielleicht können wir darin eine Erklärung finden.

Die beiden SIRII - AŠ-ŠIᶜRAYĀN

9 ALHABOR α CMa (Astrolabname)
AŠ-ŠIᶜRĀ AL-ᶜABŪR - Sirius, der hinübergeht, Stern des Transits, der Passage
AŠ-ŠIᶜRĀ AL-YAMĀNIYA südlicher Sirius.
Die Wortwurzel ᶜ-B-R bedeutet: überqueren, auf die andere Seite gehen. Es wird gerne behauptet, Sirius, der südlich der Milchstraße steht, habe diese (in der Sage) überquert. Das wäre eine vollendete Tatsache, würde die Bezeichnung nicht rechtfertigen. Indessen, die Araber betrachten den Himmel nicht nur, sie beobachten ihn.

Sirius, der hellste Stern am Himmel, zieht im Laufe einer Nacht über den zweithellsten Stern SUHAYL (Canopus α Car), der nur einen kleinen flachen Bogen im Süden beschreibt, hinweg. Das mußte seit frühester Zeit die Aufmerksamkeit der Wüstenbewohner auf sich gezogen haben. AŠ-ŠIᶜRĀ der prächtig Funkelnde, ist, wie schon eingangs erwähnt, der einzige Stern, der im Koran mit seinem Eigennamen genannt wird.

10 ALGOMEISA α CMi
heute PROKYON
AŠ-ŠIᶜRĀ AL-ĠUMAYŻĀ' der kleine blinkende Sirius
AŠ-ŠIᶜRĀ AŠ-ŠA'AMIYA der nördliche Sirius
In der deutenden Literatur hält sich hartnäckig die häßliche Bezeichnung „der Triefäugige". Wer wohl würde einen so großen markanten Stern, der mit β CMi (AL-MIRZAM) eine der beiden Himmelsellen bildet, mit solch einem Namen belegen? Die Entstellung ist durch das Fehlen eines diakritischen Punktes im arabischen Schriftzug entstanden: الغميصا AL-ĠUMAYŻĀ', richtig الغميضا AL-ĠUMAYḌĀ'. Ḍ wird im Osten, also Syrien, Persien und in der Türkei als ż gesprochen und in der persischen und osmanischen Literatur auch so transkribiert. Hier ist also durch Fehlen eines einzigen Punktes ein Wurzelkonsonant verändert worden.
Schjellerup bemerkt dazu im Jahr 1874: „Man findet in den Kopenhagener Manuskripten stets الغميضا AL-ĠUMAYḌĀ' während in den Handschriften von St. Petersburg der diakritische Punkt fehlt." Danach fährt er fort: „Nichtsdestoweniger habe ich bei KAZIMIRSKI p. 1238 AL-ĠUMAYḌĀ (mit Punkt) gefunden."[3] So können wir zwischen einem munter blinkenden oder einem triefäugigen Stern entscheiden. Die Wahl dürfte sinngemäß nicht schwer fallen. Unbestritten jedoch ist, daß es sich in jedem Fall um einen Diminutiv handelt, was den Namen „der kleine Blinkende" rechtfertigt.

11 ALFART α Hya
AL-FARD heißt „der Alleinstehende", weil er der einzige markante helle Stern in der Wasserschlange ist.

AS-SIMĀKĀN - Die beiden SIMĀK

SIMĀK - das bedeutet etwa eine hochragende Stange, ein Spieß, eine Palisade.

18 ALRAMECH α Boo
auch Lanzenstern genannt, heute Arcturus
AS-SIMĀK AR-RĀMḤ- „die bewehrte Palisade".
Am Ende der Stange leuchtet die metallene Spitze. α Boo verändert im Lauf der

3 H.C.F.C. Schjellerup, Descripion des etoiles fixes (Übersetzung des KITĀB ṢUWAR AL-KAWĀKIB AṮṮĀBITA von ᶜABDARRAḤMĀN AṢ-ṢŪFĪ und Kommentar nach zwei arabischen Manuskripten in Kopenhagen und St. Petersburg), St. Petersburg 1874, S. 223.

Jahrhunderte seine Koordinaten relativ rasch. Im 10. Jahrh., zur Zeit ṢŪFĪs erreichte er seine obere Kulmination im Zenit, von einer geogr. Breite von 24, 64° aus betrachtet, dies entspricht etwa der Gegend von Medina. Er ging im ONO auf.
Die Araber nannten ihn „hochragend", weil er am Nordhimmel aufging, sehr rasch an Höhe gewann und in den Zenit stieg. Dort „stützte er das Himmelsgewölbe", um dann wieder in den Nordwesten abzusinken. Er beherrschte also den nördlichen Himmel, was ihm seine weiteren Namen, ḤĀRIS AŠ-ŠIMĀL-Hüter des Nordens, auch ḤĀRIS AS-SAMĀ' - Wächter des Himmels, einbrachte.
Für das Astrolabium war er so wichtig, daß er als QIYĀS (Maßstab, Vergleich) bezeichnet wurde. „c'est elle que l'on marque sur l'astrolabe pour comparaison القياس " [4]

16 ALAZEL α Vir
AS-SIMĀK AL-A^{c}ZAL
die unbewehrte Palisad am Peuerbach-Astrolabium mit dem heute gebräuchlichen Namen SPICA.
Auf anderen mittelalterlichen Instrumenten findet man noch seinen arabischen Namen „der Unbewehrte", die unbewehrte Palisade. Der gespitzte Pfahl war da, aber nicht mit Metall armiert, wurde auch nicht so hoch aufgerichtet.
Nahezu gleichzeitig wie der bewehrte Simak in ONO ging der „Unbewehrte" im Osten auf. Sie erhoben sich gemeinsam über den Horizont; aber während AR-RĀMIḤ rasch zum Zenit aufstieg, ließ er AL-A^{c}ZAL bald unter sich. Dieser erreichte in der oberen Kulmination etwa 60°, hoch genug, um den Namen SIMĀK zu verdienen. So ging es einst bei der Befestigung eines Lagers zu, das mit Palisaden umgeben war: die hohe, mit Eisen armierte, wird rasch vom Boden gehoben und senkrecht eingerammt, während die kürzere, wohl zugespitzt, aber nicht armiert (unbewehrt) in einem gewissen Winkel eingeschlagen wird, um den unteren Bereich des Walles zu schützen.

α Boo und α Vir hießen deshalb AS-SIMĀKĀN, die beiden Simāk. Der arabische Dual bezeichnet zwei Personen oder zwei Dinge von gleicher Art.

21 sine nomine
Die Spitze am Ende des Capricornusrin es des Astrolabiums trägt keinen Namen. Sie könnte auf α Sco, heute ANTARES, arab. QALB AL-^{c}AQRAB (Herz des Skorpions) weisen.

Somit endet unsere Reise in die Vergangenheit. Mögen die Sterne des Georg Aunpekh von Peuerbach erzählen, was sie den Menschen seiner Zeit und den Menschen vor ihm, bedeutet haben.

4 Schjellerup, Description, p. 65

Nr	Bezeichnung	Name		Arabisch		Übersetzung
1	[illegible]	β Cet	Deneb Kaitos	ذنب قيطس	*ḏanab qayṭus*	Schwanz des Walfisches
2	[illegible]	[illegible] And	Mirach	المرأة المسلسلة	*al-marʾah al-musalsalah*	die (angekettete) Frau
3	[illegible]	ζ Cet	Baten Kaitos	بطن قيطس	*baṭn qayṭus*	Bauch des Walfisches
4	[illegible]	α Cet	Menkar	منخر قيطس	*minḫar qayṭus*	Nüstern des Walfisches
5	[illegible]	β Per	Algol	الغول	*al-ġūl*	Der Dämon
6	[illegible]	α Tau	Aldebaran	الدبران	*al-dabarān*	der Folgende (d. Plejaden)
7	[illegible]	β Ori	Rigel	رجل الجوزاء	*riǰl al-ǰawzāʾ*	Fuß des Orion
8	[illegible]	α Aur	Capella	العيّوق	*al-ʿayyūq*	Ziege
9	[illegible]	α CMa	Sirius	الشعرى	*al-šiʿrā*	der hinübergeht
10	[illegible]	α CMi	Prokyon	الغميصا	*al-ġumayṣā*	der kleine Blinkende
11	[illegible]	α Hya	Alphard	الفرد	*al-fard*	der Alleinstehende
12	[illegible]	α Leo	Regulus	قلب الأسد	*qalb al-asad*	Herz des Löwen
13	[illegible]	α Crt	Alkes	الكأس	*al-kaʾs*	Becher
14	[illegible]	β Leo	Denebola	ذنب الأسد	*ḏanab al-asad*	Schwanz des Löwen
15	[illegible]	γ Crv	Gienah, Algorab	جناح الغراب	*ǰanāḥ al-ġurāb*	Flügel des Raben
16	[illegible]	α Vir	Spica	السماك الأعزل	*as-simāk al-aʿzal*	die unbewehrte Palisade
17	[illegible]	η UMa	Benetnasch	بنات نعش	*banāt naʿš*	Töchter der Bahre
18	[illegible]	α Boo	Arcturus	الرامح	*ar-rāmiḥ*	die bewehrte Palisade, Lanzenträger
19	[illegible]	α CrB	Gemma, Alphecca	الفكة	*al-fakkah*	die aufgelöste (Krone)
20	[illegible]	δ Oph	Yed Prior	يد	*yad*	die Hand
21	—	α Sco	Antares	قلب العقرب	*qalb al-ʿaqrab*	Herz des Skorpions
22	[illegible]	α Her	Ras Algethi	رأس الجاثي	*raʾs al-ǰāṯiy*	Kopf des Knieenden
23	[illegible]	α Oph	Ras Alhague	رأس الحواء	*raʾs al-ḥawāʾ*	Kopf des Schlangenbeschwörers
24	[illegible]	γ Dra	Eltanin	رأس التنين	*raʾs al-tinnīn*	Kopf des Drachens
25	[illegible]	α Lyr	Wega	النسر الواقع	*an-nasr al-wāqiʿ*	der fallende Adler
26	[illegible]	α Aql	Altair	الطائر	*al-ṭāʾir*	der fliegende Adler
27	[illegible]	ε Del		ذنب الدلفين	*ḏanab ad-dulfīn*	Schwanz des Delphins
28	[illegible]	α Cyg	Deneb	ذنب الدجاجة	*ḏanab ad-daǰāǰah*	Schwanz des Huhns
29	[illegible]	ε Peg	Enif	انف الفرس	*anf al-faras*	Nase des Pferdes
30	[illegible]	α Peg	Markab	منكب الفرس	*mankib al-faras*	Schulter des Pferdes
31	[illegible]	β Peg	Scheat	سعد	*saʿd*	Glück

Abbildung 1: Liste der Sterne des Peuerbach-Astrolabiums. Schriftsatz Georg Zotti, Wien

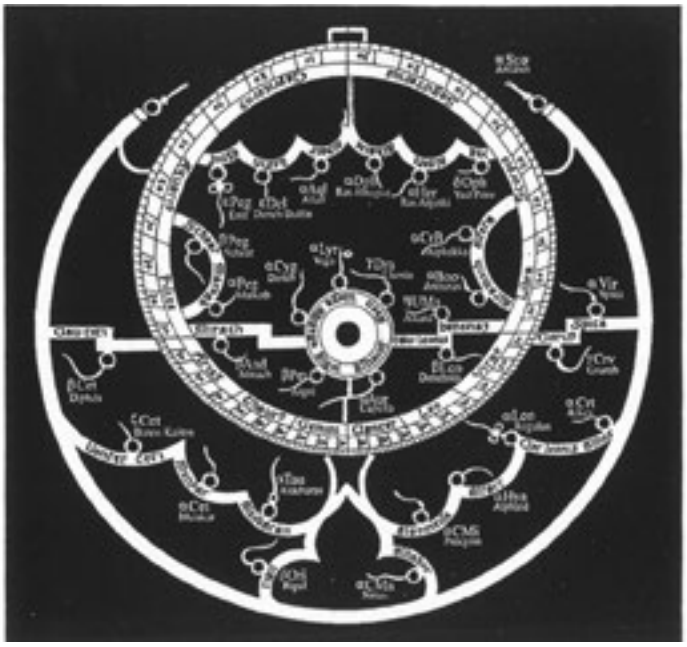


Abbildung 2: Rete des Peuerbach-Astrolabiums., zur Verfügung gestellt von Martin Brunold, Schweiz

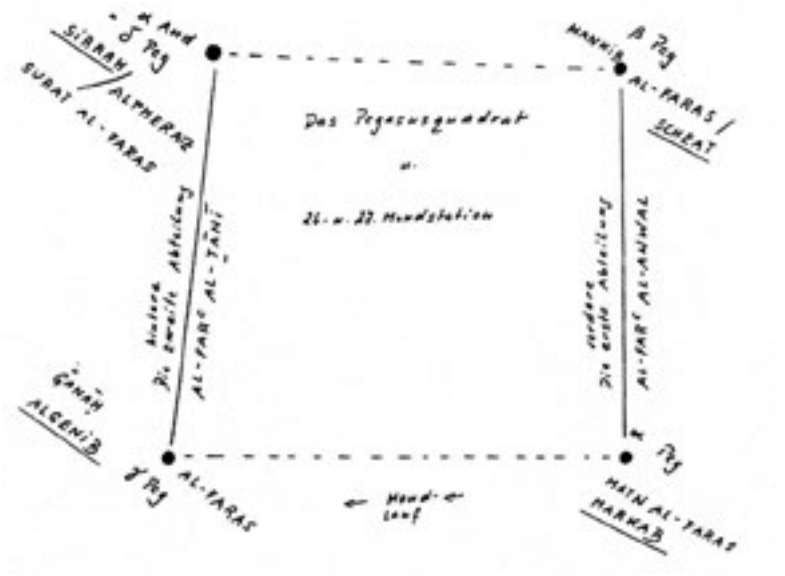


Abbildung 3: Das Pegasus-Quadrat. Skizze von H. Skarits, Wien

Bibliographie

ᶜABD AR-RAḤMĀN AṢ-ṢŪFĪ: KITĀB ṢUWAR AL-KAWĀKIB; Manuskript von Oxford, Haydarabad: Bodlian Library, 1954. Hrsg.: Institut für Geschichte der Arabisch-Islamischen Wissenschaften, Frankfurt 1986.

Schjellerup, H.C.F.C.: Déscription des étoiles fixes par ᶜABD AR-RAḤMĀN AṢ-ṢŪFĪ, St. Petersburg, 1874. Hrsg.: Institut für Geschichte der Arabisch-Islamischen Wissenschaften, Frankfurt 1986.

Redhouse, Sir James W.: A Turkish and English Lexicon; Constantinople, 1890.

Kunitzsch, Paul: Arabische Sternamen in Europa; Wiesbaden, 1959.

Skarits, Hatice: Astronomie im Koran, in: Der Sternenbote, Ausg. 2002-7; Hrsg.: Hermann Mucke.

Skarits, Hatice: Historische Astrolabiumsterne, in: Internationale Fachabende: Das Astrolabium; Hrsg.: Hermann Mucke, Wien: Österreichischer Astronomischer Verein, 2003.

Friedrich Samhaber

Peuerbachs Theorie vom wandernden Erdschwerpunkt

Die Frage nach dem Mittelpunkt des Universums zählte jahrhundertelang zu den brennendsten Fragen der Kosmologie. Ob man die Erde – wie Ptolemaios – oder die Sonne – wie Copernicus – dafür hielt, in jedem Fall war man davon überzeugt, dass der Mittelpunkt der Welt fest und unverrückbar sei – wie auch Galilei ausdrücklich betonte.

Georg von Peuerbach hatte im Gegensatz dazu eine revolutionäre neue Überzeugung: Wenn man den Erdschwerpunkt als Weltmittelpunkt ansieht, dann ist dessen Unverrückbarkeit in Frage gestellt, denn nach der von Peuerbach aufgestellten Theorie ist der Erdschwerpunkt absolut nicht unverrückbar sondern ändert laufend seine Lage.
Peuerbachs zukunftsweisende Theorie, dass sich der Erdschwerpunkt laufend verändert und „dass jeder beliebige Teil der Erde beständig bewegt wird" fand zu seiner Zeit wenig Beachtung und konnte messtechnisch nicht bewiesen werden.
Erst gegen Ende des 19. Jahrhunderts konnte die Richtigkeit dieser Behauptungen Peuerbachs durch Messungen mit dem Reflexions-Zenithrohr (1882, 1886) nachgewiesen und die Auswirkungen dieses unerwarteten Phänomens 1891 durch Chandler bestätigt werden.

Der griechische Schriftsteller Xenophon (~ 430 - nach 355 v. Chr.) stellte in seinen Morabilien eine Theorie auf, welche das Herz jedes Astronomen und Sternenfreundes höher schlagen lässt: Xenophon behauptete, dass die Ausbildung des aufrechten Ganges des Menschen – eines der entscheidenden Ereignisse der Menschheitsgeschichte – auf das Bestreben der Urmenschen den Sternenhimmel besser beobachten zu können zurückzuführen sei. Platon ist sogar der Ansicht, dass die Fragen, die sich aus der Beobachtung der Sterne ergaben, die Grundlagen der Philosophie wurden. In seinem Sinne war also die Kosmologie die Mutter der Philosophie und beweist somit ihren hohen Stellenwert.

Seit Aristoteles spielt der Mittelpunkt der Erde eine entscheidende Rolle im Denken der Kosmologen bis Copernicus. Die Theorie des Aristoteles, dass alle Dinge den Mittelpunkt der Welt anstreben und durch ihr Fallen in Richtung Erdmittelpunkt diesen als Weltzentrum zu erkennen geben, machte das Erdzentrum zum wichtigsten Punkt des Kosmos. Endlich war dieser beruhigend feste und unverrückbare Punkt

im All gefunden, den schon Pythagoras gesucht hatte. Es ist nicht nur der ungeheuren Autorität des Aristoteles zuzuschreiben, dass es jahrhundertlang niemand wagte die Unverrückbarkeit dieses Punktes und dessen zentrale Bedeutung als Angel der Welt in Frage zu stellen und so führte diese Theorie des Aristoteles – auf der das bewundernswert gut mit den beobachteten Himmelserscheinungen übereinstimmende Weltbild des Ptolemaios aufbaute – die Kosmologen so erstaunlich lange in die Irre.

Copernicus brachte diese scheinbar so bewährte und durch ein einleuchtendes Weltbild gefestigte Theorie des Aristoteles zum Fall indem er das Zentrum des Universums in die Sonne bzw. in Sonnennähe verlegte und so dem Erdmittelpunkt die einzigartige kosmologische Attraktivität raubte. In der Folge erlahmte begreiflicherweise auch das Interesse daran.
Für die Astronomen des ausgehenden 19. Jahrhunderts war es ein Ärgernis, dass man trotz raffiniertester Methoden und zahlreicher Versuche die Entfernung Erde – Sonne noch immer nicht mit der erwünschten Genauigkeit bestimmen konnte. Dies war umso erstaunlicher, als viele andere astronomische Messungen bereits mit hoher Präzision möglich waren.
Eine bis dahin übliche Methode zur Bestimmung der Entfernung von Erde und Sonne war die Messung kleiner Planetenparallaxen und man setzte große Hoffnungen in die Messungen, welche während der Venus-Vorübergänge 1874 und 1882 gemacht werden konnten. Die Hoffnungen wurden herb enttäuscht – die Unstimmigkeiten der Messergebnisse waren derart groß, dass die Anwendung anderer Messverfahren dringend geboten war.
Man griff auf ein besonders elegantes, bereits mehr als hundert Jahre früher vom Oxforder Professor James Bradley (1693-1762) entwickeltes, Messverfahren zurück. Bradley hatte 1728 die Aberration[1] des Sternenlichtes entdeckt und mit Hilfe eines vertikalen Teleskops – dem Zenithrohr – exakte Positionsbestimmungen von etwa 3.000 Sternen durchgeführt. Er leitete aus der Aberration eine Konstante ab, welche eine Beziehung zwischen der Bahngeschwindigkeit der Erde und der Lichtgeschwindigkeit herstellt[2]. Mit Hilfe dieser Beziehung hofften die Astronomen des ausgehenden 19. Jahrhunderts unter Verwendung exakter Aberratweisungswerte und der inzwischen (durch Ficeau und Foucault) bekannten Lichtgeschwindigkeit die Bahngeschwindigkeit der Erde und damit die Größe der Erdbahn zu bestimmen und daraus die ersehnte Entfernung Erde-Sonne zu ermitteln. Die Methode konnte naturgemäß nur dann exakte Werte liefern, wenn der Aufstellungsort des Teleskops absolut konstant blieb – also seine geographische Breite nicht änderte – wovon man zu dieser Zeit fest überzeugt war.
Die zwischen 1882 und 1886 mit Hilfe des inzwischen verbesserten Reflexions-Zenitrohres gemachten Messungen zeigten verblüffende und höchst überraschende Ergebnisse, die nur dadurch zu erklären waren, dass sich die geographische Breite der Sternwarte im Laufe dieser Zeit geringfügig geändert hatte, ein Phänomen, welches man bis dahin für unmöglich gehalten hatte.

Der Bostoner Astronom Seth Carlo Chandler (1846-1913) bemerkte ebenfalls dieses unerwartete Phänomen. 1891 schloss er aus seinen Beobachtungen, dass sich die Rotationsachse der Erde laufend geringfügig verlagert und sie mit einer veränderlichen Periode von 412 - 442 Tagen (Chandler-Periode) die geometrische Erdachse umläuft. Die Position der Erdpole verändert sich dabei mit einer Maximalentfernung von 15 m um eine mittlere Lage. Das Ergebnis sind Veränderungen der geographischen Breite zwischen 0,07" und 0,25".

Etwa ein Drittel der Bewegungen der Rotationsachse, die von irregulären Bewegungen überlagert werden, erfolgt periodisch. Die Ursache dieser rätselvollen Erscheinung konnte man sich lange nicht erklären. Heute sieht man sie in der ständigen Verlagerung des Erdschwerpunktes ausgelöst durch Massenverlagerungen auf der Erdoberfläche (Schnee- und Eisdeckenbildung, Wasser- und Winderosionseffekte, jahreszeitliche Belaubungsschwankungen an Bäumen), Resonanzeffekte, magmatische Massenverschiebungen im Erdinneren sowie Vulkanausbrüche.

Es ist äußerst bemerkenswert und überraschend, dass sich bereits im 15. Jahrhundert ein Astronom über die laufende Positionsänderung des Erdschwerpunktes und die dieses Phänomen bewirkenden Ursachen Gedanken machte obwohl dessen Auswirkungen erst knapp vor der Wende vom 19. zum 20. Jahrhundert exakt gemessen werden konnten.

In seiner Scholastischen Question: „Ob die Erde bewegt wird oder nicht[3]" beschreibt Georg von Peuerbach, dass sich der Erdschwerpunkt (den er Mittelpunkt der ganzen Schwere nennt und annimmt, dass er mit dem Mittelpunkt der Welt zusammenfällt) laufend verändert und „dass jeder beliebige Teil der Erde beständig örtlich bewegt wird".

Im Nachtrag fasst Peuerbach zusammen: „Es bleibt nicht immer derselbe Teil der Erde der Mittelpunkt der Welt (und damit der Mittelpunkt der ganzen Schwere), sondern nachfolgend immer ein anderer". Als eine der Ursachen von derartigen Gewichtsveränderungen der Erde die eine Verlagerung des Schwerpunktes bewirken, führt Peuerbach den Transport von Erdmaterial bzw. Geschiebe durch die Flüsse ins Meer an, wodurch Masse von einem Teil der Erde zu einem anderen Teil verlagert wird. So gering dieser Effekt auch sein mag, er ist vorhanden und Peuerbachs erstaunliche diesbezügliche Überlegungen sind grundsätzlich richtig.

Peuerbachs Ausführungen über die Verlagerungen des Erdschwerpunktes treten bei diesem Traktat so stark in den Hintergrund, dass sie leicht übersehen werden. Primär geht es Peuerbach ja in dieser Schrift um die Klärung der (später auch für Copernicus entscheidenden) Frage, ob die Erde rotiert und die Sphäre der Fixsterne ruht oder umgekehrt. Da ihm für die Erdrotation keine Beweise zur Verfügung stehen, führt er die scheinbaren Gegenbeweise an, die sich von Ptolemaios bis Sakrobosco angesammelt hatten und schließt sich diesen an, da er sich nicht vorstellen konnte, dass die Lufthülle die Erdrotation so problemlos mitvollzieht ohne dass Auswirkungen dieser gigantischen Luftmassenbewegung für uns spürbar und offensichtlich wären.

Schließlich ist ja auch für uns heute bei genauerer Betrachtung schwer vorstellbar, dass sich die Lufthülle am Äquator mit mehrfacher Schallgeschwindigkeit mit der Erde mitbewegt ohne dass wir etwas davon verspüren. So verzeihlich zeitbedingt die Vorstellung Peuerbachs von der Erdrotation war so erstaunlich weitsichtig und revolutionär waren seine Ansichten von der Wanderung des Erdmittelpunktes, die entgültig erst über 400 Jahre später bewiesen werden konnten.

Peuerbach war von den Anomalien der Bewegung der Erdachse relativ zur Sphäre der Fixsterne fasziniert. So beschäftigte er sich intensiv mit der schon um etwa 150 v. Chr. von Hipparch entdeckten Präzession, bekanntlich jener säkularen – einen Kegelmantel beschreibenden – Bewegung der Polachse der Erde, welche dazu führt dass diese jeweils erst nach etwa 25.780 Jahren wieder ihre ursprüngliche Lage einnimmt (4). Der Polarstern im Sternbild des kleinen Bären, auf den die Erdachse derzeit etwa weist, ist nur etwa 1° vom Himmelsnordpol entfernt und nähert sich diesem bis zum Jahr 2100 auf etwa 0,5°. In etwa 12.000 Jahren wird die Erdachse auf den Stern Wega im Sternbild der Leier zeigen.

Peuerbach erkannte, dass sich die Richtung der Erdachse relativ zum Himmelsnordpol seit den Messungen von Hipparch verändert hatte (es waren seither immerhin mehr als 1 ½ Jahrtausende vergangen) und forderte dringend eine Neuberechnung der Präzessionswerte.

In diesem Zusammenhang faszinierte Peuerbach ein in der arabischen astronomischen Literatur beschriebenes rätselhaftes Phänomen und er studierte eingehend die Trepidationstheorie von Tabit ihn Qurra (Thabit ben Korrah, 836-901)[5], nach welcher die Sphäre der Fixsterne außer ihrer täglichen Rotation noch eine zusätzliche oszillierende Bewegung ausgeführt. Er beschreibt die Trepidation ausführlich in seinem Vorlesungszyklus „Theoricae novae planetarum" an der Stadtschule bei St. Stephan und dem daraus resultierenden astronomischen Bestseller und verteidigt sie vehement gegen den von Ptolemaios angenommenen festen Zodiakus.

Diese Trepidationstheorie wurde von namhaften Präkopernikanern, die sich wie Peuerbach von Thabit ben Korrah auf eine falsche Fährte locken ließen, darunter den Nürnberger Gelehrten Johannes Werner (1468-1528), übernommen bis sie bei Copernicus auf heftigste Ablehnung stieß und von diesem als Fehlinterpretation des Thabit ben Korrah entlarvt wurde.

Der Nutation und des Chandler-Effektes sind so gering, dass Georg von Peuerbach mit den Messinstrumenten seiner Zeit keine Chance hatte sie zu erkennen und zu bestimmen. Umso bemerkenswerter ist es, dass er sich schon so früh über die Ursachen des schwächsten dieser Phänomene – des Chandler-Effektes, den er natürlich nicht kennen konnte – zu gültigen Annahmen führende Überlegungen angestellt hatte.

Peuerbachs richtige Erkenntnis, dass der Erdschwerpunkt laufend seine Lage verändert – eine für jene Zeit revolutionäre Ansicht – ist eine höchst bewundernswerte Leistung. Das einzige astronomische Demonstrationsgerät, welches sowohl die Präzession als auch die Trepidation räumlich darzustellen vermag, ist die im Museum der Stadt Schweinfurt aufbewahrte Dreifacharmillarsphäre aus der zweiten Hälfte des 15. Jahrhunderts. Dieses außergewöhnlich interessante Instrument stellt einen

achtungsgebietenden Höhepunkt der Armillarsphärenbaukunst dar. Es veranschaulicht wie kein anderes Demonstrationsgerät die intensiven Versuche höchstqualifizierter Astronomen zur Zeit Peuerbachs die rätselhaften Bewegungen der Erdachse und scheinbare irreguläre Bewegungen der Sphäre der Fixsterne zu ergründen.
Wie wir heute wissen ist die Bewegung der Erdachse durch die Überlagerung der Präzessionsbewegung von der Nutation und dem Chandler-Effekt äußerst komplex.

Literaturhinweise

1) Aberration ist die sehr kleine, scheinbare Verschiebung eines Sternes gegenüber seiner tatsächlichen Position am Himmel, vorwiegend durch die Erdbewegung um die Sonne hervorgerufen.
2) „Bradleysche Aberrationskonstante"
3) Georg von Peuerbach: „An terra moveatur, an non" (ob die Erde bewegt wird oder nicht) Scholastische Question: Johann Schöner, Opusculum-Geographicum. Op. coll. XII-XN , übersetzt von Helmuth Grössing
4) Auf Grund der Präzession bewegt sich der Frühlingspunkt (Schnittpunkt zwischen Himmelsäquator und Ekliptik) langsam aus dem Sternbild der Fische zum Sternbild des Wassermannes. Die Präzession wird überlagert durch die Nutation kurzperiodische Schwankungen der Präzession der Erdachse (Dauer 18,6 Jahre) die vor allem von Gravitationswirkungen des Mondes verursacht werden.
5) Karl Röttel (Hrsg): Peter Apian, 2. Auflage, Buxheim. Eichstädt 1997; 95, 236
6) Friedrich Samhaber: Die Zeitzither, Raab 2000, 134

Wolfgang Kaunzner

Das Rechnen von Georg von Peuerbach bis Newton; einmal anders betrachtet Ein Beitrag zur Geschichte der Rechenkunst

1 Allgemeine Vorüberlegungen*

„Für die Zahl entwickelten sich zwei Definitionen: eine, die (systematisch) die übergeordnete Gattung und die kennzeichnende Differenz angibt, als ‚begrenzte Vielheit', und eine, die (genetisch) die Erzeugung der Zahlen angibt, als ‚Zusammenstellung von Einheiten'. Beide Definitionen erfassen nur die natürlichen Zahlen, weder die Brüche noch die irrationalen Zahlen, ja nicht einmal die Eins. An die Stelle der Bruchrechnung trat bei Euklid [wirkte um 295 v. d. Z.] die Lehre von den Zahlenverhältnissen, an die Stelle der Lehre von den irrationalen Zahlen die Lehre von den Größenverhältnissen, die in der Praxis beinahe dasselbe leisteten, aber den Unterschied zwischen den verschiedenen Arten von Zahlen klar erkennen ließen. In der Rechenpraxis wurde aber der Unterschied zwischen den Zahlenarten weniger beachtet als das Gemeinsame, nämlich das gleichartige Rechnen."[1]
In Germanien sucht man vergebens die hohe Kultur wie in altersgrauer Vorzeit an Euphrat und Nil, in China, in Indien, in Griechenland und im alten römischen Reich.[2] Die theoretischen Kenntnisse der Kulturvölker des Altertums gelangten erst allmählich durch Austausch von Gesandtschaften zwischen den Höfen Harun's al Raschid (763/766 - 809) und Karls d. Gr. (742 - 814)[3], über Byzanz, über Spanien

* Den offiziellen Stellen der Stadtgemeinde Peuerbach - Herrn Bürgermeister Wolfgang Oberlehner und Frau Sabine Roithner - danke ich für die Einladung und für die Gastfreundschaft während des Georg-von-Peuerbach-Symposions 2008, dem wissenschaftlichen Gremium - den Herren Professoren Dr. Franz Pichler, Linz; Dr. Michael von Renteln, Karlsruhe; Dr. Friedrich Samhaber, Peuerbach - für die fachliche Betreuung.
Ein herzlicher Dank für hilfreiche, sinnvolle Gespräche, Mitteilungen und Hinweise an die Herren Prof. Dr. Menso Folkerts, München; Dipl. Ing. Richard Hergenhahn, Unna; Prof. Ulrich Reich, Bretten; Dipl. Ing. Hermann Vierling, Altdorf; Oberlehrer Manfred Weidauer, Sömmerda.
Der hier behandelte Stoff setzt sich aus unterschiedlichen, meist auch inhomogenen, weit verstreuten Quellen zusammen, so daß nicht immer die Originale herangezogen werden konnten. Wiederholungen sind beabsichtigt. Auf die diffizilen Methoden für die einzelnen Rechenoperationen wird nicht eingegangen. - Hinweis: In runden Klammem (...) stehen Lebensdaten, in eckigen [...] Ergänzungen und [= ...) Erläuterungen; Seitenwechsel in alten Texten werden durch„\" angegeben. Diakritische Zeichen, wo etwa im Wort „al-Hwarizmi" unter das H ein nach oben offener Bogen und über das zweite a und das zweite i ein waagrechter Strich zu setzen wären, konnten nicht angebracht werden. - Meinem Bruder Friedrich danke ich für sein gewissenhaftes Korrekturlesen.

1 Gericke 1970, S. 9.

2 Sterner 1891, S. 98.

3 Sterner 1891, S. 91: Harun al Raschid legte großen Eifer für die Wissenschaft an den Tag: er knüpfte mit dem fernen Westen Verbindungen und tauschte in gegenseitigen Geschenken mit Karl d. Gr. wissenschaftliche Schriften aus.

und Sizilien in unseren Lebensraum, in meist dünn besiedelte Gebiete, wo sich nur Wenige, und zwar in den Klöstern und in der staatlichen Verwaltung der Fertigkeit im Lesen, Schreiben und Rechnen rühmen durften. „Die Bildungsbestrebungen wuchsen mit der Einführung des Christentums"[4], so daß durch das ganze erste Jahrtausend das Rechnen römisch war[5] und der Unterricht in Mathematik im frühen Mittelalter auf griechisch-römischer Grundlage beruhte.[6]

Erst gegen Ende des zwölften Jahrhunderts trat das Bedürfnis nach bürgerlicher Bildung auf und es kam zur Gründung eigener Schulen: Schriefscolen, wo deutsches Lesen, Schreiben und Rechnen unterrichtet wurde.[7] Dies mag mit davon herrühren, daß die meisten Ansiedlungen vorher klein waren und - wie bereits angedeutet - zu weit voneinander entfernt lagen, als daß der Geldhandel, auch mangels Edelmetallen, schon zum Tragen gekommen wäre. Der Tausch war wohl die gängige Praxis im Alltag.

In Mitteleuropa, speziell in unserem Lebensraum, läßt sich erst ab der Scholastik das eigene Bemühen um die Zahl, sowie ggfs. vereinzelt um Zahlen- und Rechengesetze erkennen bzw. nachweisen. Vom zwölften Jahrhundert an verbreitete sich die indisch-arabische Rechenmethode, wenn auch nur allmählich, über die europäischen Länder.[8]

Ab der Renaissance tritt schließlich in hiesigen Fachkreisen der freie Umgang mit den indisch-arabischen Zahlzeichen in Theorie und Praxis auf, d. h. man lehrte die Grundrechnungsarten, und diese Kenntnisse wurden sodann bereits in einigen Berufen verwertet.[9] Die Frage nach einer Fundierung des seinerzeit jeweils gängigen Zahlenbereichs - natürliche, positiv rationale, positiv irrational-algebraische Zahlen[10] - stand damals freilich noch genau so weit im Hintergrund wie die Überlegung, ob

4 Sterner 1891, S. 103.

5 Sterner 1891, S. 106.

6 Sterner 1891, S. 114.

7 Sterner 1891, S. 134. - Günther 1887, S. 132: „Der Unterschied zwischen kirchlichen und städtischen Lehranstalten bestand [...] hauptsächlich darin, dass in den letzteren das Unterrichtsziel ein niedriger gestecktes war, während Methode und Sachbehandlung kaum nennenswert verschieden waren. [...) Dass eigentliche Mathematik im Verlaufe des ganzen Mittelalters an den Stadtschulen nicht gelehrt ward, kann als feste Regel gelten,[...]"

8 Sterner 1891, S. 136.

9 Kuckuck 1874, S. 216: Schriften, wie die Georgs von Peuerbach, „waren natürlich nur Gelehrten zugänglich und verständlich, und desshalb mochte der Kreis, in welchem man nähere Bekanntschaft mit der neuen Rechenkunst hatte, im Anfange des 16. Jahrhunderts ein recht kleiner sein. Der grossen Begeisterung für die Wissenschaft, die sich im Verlaufe dieses Jahrhunderts in ausserordentlicher Mächtigkeit kundthat, war es erst vorbehalten, diesen Kreis zu erweitern und die Kenntnis der neuen Rechenkunst zu verbreiten. Während in den fiüheren Jahrhunderten die Gelehrten Alles eher als das Rechnen trieben, und zur Verbreitung besserer Methoden so gut wie gar nichts von ihrer Seite geschah, warf man sich in jener Zeit mit einem förmlichen Feuereifer auf diese Wissenschaft, und sogar Mathematiker von Profession hielten es mit ihrer Würde vereinbar, sich specieller mit dem Rechnen zu beschäftigen und die gewonnene Kenntnis durch Schriften auch Andern zugänglich zu machen. Es wurden in jenem Jahrhundert weit über zweihundert Rechenbücher gedruckt; Michael Stifel sagt in seiner Arithmetica integra: es kommen täglich neue heraus. Am meisten wirkten natürlich diejenigen Rechenbücher, welche deutsch geschrieben waren, da sie auch denen, die der lateinischen Sprache nicht mächtig waren, die Möglichkeit gaben, ihren Wissensdurst zu befriedigen."

10 Wie ungewohnt der Umgang mit irrationalen Zahlen waren, wird durch die Bemerkung „Nemo enim vendet tibi aliquid pro radice de decem, cum ea non sit numerus [...) Surdus [= irrational; taub] numerus non est numerus. Nam numerus est, quem unitas mensurat." des Benediktinerfraters Fridericus Amann (gest. 1464/1465) aus Kloster St. Emmeram in Regensburg, verständlich; jetzt BSB München, *Clm 14908*, f. 148^{v}; siehe Kaunzner 1987, S. 168.

die aus den Algorismen[11] gerade herangezogenen Rechenoperationen irgendwie logisch begründet seien oder nicht. Es war der Zeitabschnitt, in dem nach jahrhundertelanger Stagnation in der westeuropäischen Mathematik, und zwar vor allem in der Gleichungslehre, das Wechselspiel zwischen der Problematik und der Systematik dieses Wissensgebietes erkannt und zwangsläufig zugunsten letzterer entschieden wurde; hierbei handelte es sich um einen langwierigen Weg. Freilich lassen sich nicht erst seit damals überkommene, auch weiterhin herangezogene Sprüche und Überlegungen nachweisen, die selbst in unseren Tagen noch Beachtung finden und dadurch zum Nachdenken anregen. So liest man im ersten großen deutschen Rechenbuch des Johannes Widmann aus Eger (um 1460 - nach 1504 [?]): „Auch alle ding vonn anbegin der werlt schopffung Jnn weyße der tzal geoffenwart seynn." bzw. „So ich dann die kunste der zale vnd masse aller gewiste erkenne. Dar ynn keyn zweyfel opiniones genant sunder eytel sicherheyt begrieffen ist. Weliche auch got nicht vermag tzu prechen. Wan yn gotes vermugen nicht ist daß zwey mal zwey nicht vier machen[.]"[12], und an anderer Stelle zitiert er das Bibelwort, daß Gott die Dinge in Gewicht, Zahl und Maß schuf[13]. - „Numero deus impari gaudet."[14] und „Unitas est principium numeri et non est numerus. Numerus enim est collectio unitatum [...]"[15] waren neben anderen weitere markante, ebenfalls vom Ursprung her zwar wohl bedachte und gewissenhaft beachtete Formulierungen, die jedoch gerade damals an Aktualität für die neue, die praxisbezogene Auffassung in der Mathematik zu verlieren begannen. Überkommene, immer noch offene Fragen wie: Ist die Eins eine Zahl?[16] Ist die Null gar ein Teufelswerk?[17] fanden folglich im Zeitalter der Erfindungen und Entdeckungen keine so starke Beachtung mehr wie in der Scholastik, da sich nun algorithmische Rechenmethoden und -verfahren vor allem durch den Buchdruck in den Vordergrund schoben. Die zum Teil bereits symbolisierte Algebra mit ihrer prägnanten Ausdrucksweise und die Trigonometrie mit immer umfangreicheren und feingliedrigeren Tabellen verlangten zudem einen höheren Einsatz der hierdurch angesprochenen Fachleute als bis dahin - diese waren freilich noch keine Mathematiker im späteren Sinn -, so daß auch die soeben angesprochenen Disziplinen in immer tiefere Gebiete der

11 Diese Bezeichnung ist hergeleitet aus dem während des lateinischen Mittelalters verbalhornten Namen des aus Chiwa in Usbekistan stammenden Muhammad ibn Musa al-Hwarizmi, Begründer der arithmetischen Rechenlehre mit den indischen Ziffern; dessen arabisch verfaßtes Werk ist weder dem Titel noch dem Inhalt nach zugänglich, sondern nur in zwei lateinischen Manuskripten aus dem 13. Jahrhundert unter *De numero Indorum per novem literas* überliefert. Editionen: Vogel 1963; Folkerts 1997.

12 Widmann 1489, ff. 2^{r} und 3^{r}.

13 Widmann 1489, f. 8^{r}.

14 Vergil (70-19), Eklogen 8,75; siehe Kaunzner 1987, S. 147; Kaunzner 1973, S. 318: „Numero imperare gaudet deus!" steht als Randbemerkung zu,[...] lta, quod numerus impar cuicumque alteri numero addatur, variat illum. Propter quod dictum est a Virgilio: Numero deus impare gaudet, quia actiuus, deus actiuus est neque sub passione reduci potest [...]", ein Text aus dem 15. Jahrhundert in der Staats- und Stadtbibliothek Augsburg, *2° Cod 211*, f. 239^{r}.

15 Beginn der Abhandlung *Incipit liber, qui secundum arabes uocatur algebra et almucabala*, [...] in der Vatikanischen Bibliothek, Kodex *Vat. Lat. 4606*, f. 72^{r}, datiert auf die Mitte des 14. Jahrhunderts. - Hierzu auch Tropfke 1980, S. 124.

16 Tropfke 1980, S. 124: Gemäß Aristoteles ist die Eins keine Zahl.

17 Zur Geschichte der Null sehe man etwa Tropfke 1980, S. 16-18.

wissenschaftlichen Erkenntnis und des täglichen Lebens eindrangen. - Die Zahlentheorie des Boetius (um 480 - 524/525) besaß demgegenüber nur mehr eine untergeordnete Bedeutung.

2 Die beiden ersten Rechenstufen

„Aus der vorgriechischen Zeit ist eine Benennung mathematischer Teilgebiete nicht überliefert und auch nicht zu erwarten. [...] Die Griechen unterscheiden bereits - zwischen Logistik, der Lehre vom Rechnen, und *Arithmetik*, die theoretische Fragen behandelt [...]"[18] Der Mensch erkannte vermutlich schon sehr früh, daß fortgesetztes Addieren zu Multiplizieren führen kann, so daß sich einerseits $a+a+a+...+a = n \cdot a$ ergibt[19], doch läßt sich andererseits a+b+c+d nur dann zu z zusammenfassen, wenn bestimmte Homogeneitätsbedingungen erfüllt sind. Aber: Wann tauchte diese Erkenntnis erstmals gedanklich oder gar schriftlich auf; speziell, daß z. B. Längen und Flächen nicht addierbar sind?[20]

Von der Schöpfungsgeschichte her ist es dem Menschen wohl eigen und gegeben, zunächst aufbauend zu denken und zu handeln und erst dann, wenn etwas Reales oder Ideelles vorhanden ist, dies im Bedarfsfall - falls überhaupt - abbauend zu untersuchen. Auch in der Mathematik bürgerten sich hierfür die Begriffe *These* und *Lyse* bzw. thetisch und lytisch ein. Die Euklidische Geometrie z. B. ist lytisch aufgebaut, d. h. sie analysiert, weil Geschaffenes zumindest im Detail schon vorhanden und somit bekannt ist.

Die Zahlenlehre hingegen entstand vermutlich auf die Weise, daß aus bescheidenen, einfachen und wiederholbaren Überlegungen heraus zunächst nur Elemente der später so genannten natürlichen Zahlen vorhanden waren, aber schließlich - obwohl dem menschlichen Verständnis zweifellos näher und zugänglicher als die Formeln der Geometrie - war sie im Prinzip bis weit in die Neuzeit hinein nicht logisch fundiert, im Gegensatz zur Geometrie; vermutlich deshalb nicht, weil sie von ihrem Aufbau her gar nicht als beweisbedürftig erschien.

Wie und wann Addieren und Multiplizieren als die beiden gedanklich aufbauenden, also thetischen Rechenstufen eins und zwei erkannt wurden, wird sich wohl auch nicht mehr feststellen lassen; sicher ist jedoch, und dies zeigt die Entwicklung bei jedem Kind, daß sie vor den jeweils entsprechenden lytischen Vorgängen Subtrahieren und Dividieren - bei den Griechen sind aus der klassischen Zeit z. B. keine Exempel für die Durchführung von Divisionen erhalten[21] - vorhanden und somit bekannt waren.

---

18 Tropfke 1980, S. l; man sehe hierzu auch die Bemerkungen bei Kästner 1796, S. 44.

19 Siehe hierzu etwa Tropfke 1980, S. 187.

20 Die Formel für die Fläche des gleichseitigen Dreiecks der Kante *a* lautete gemäß Anweisung der römischen Agrimensoren bis zur Renaissance $A = (a^2+a)/2$; etwa bei Widmann 1489, f. 210^v, für a = 10; hierzu etwa Gerhardt 1877, S. 34.

21 Tropfke 1980, S. 234 und 242.

Addieren und Subtrahieren sind gegenläufige Rechenoperationen; so taucht die Frage auf: Läßt sich analog, wie im besonderen Fall Multiplizieren als Addieren, auch Dividieren, zumindet unter bestimmten Voraussetzungen, als fortgesetztes Subtrahieren darstellen?[22] Die heute gebräuchliche Division ist vom Wesen her auf diesem Verfahren aufgebaut, das vermutlich schon auf dem Staubbrett herangezogen wurde.[23] Auch auf dem Rechenbrett und „auf den Linien" läßt sich die Division, zumindest unter gewissen Voraussetzungen, als fortgesetzte Subtraktion darstellen oder aus fortgesetzter Subtraktion herleiten.[24] (Abb. 1a, 1b, 1c)

3 Die dritte, die irrationale Rechenstufe

Die Potenzgesetze sind den Arabern sicher seit alters her wohl bekannt. Für die sexagesimale Multiplikation und Division im Sexagesimalsystem sind sie die notwendige Grundlage.[25] - Ein geschlossenes System der später als solche bezeichneten Grundrechnungsarten, einschließlich Potenzieren und Radizieren, stand weder den alten

22 Gericke 1970, S. 13: Die Ägypter führten beim Rechnen Multiplizieren und Dividieren auf schrittweises Verdoppeln und Halbieren zurück.

23 Man sehe hierzu etwa Tropfke 1980, S. 234: Ein Beispiel von Theon von Alexandria (2. H. 4. Jh.) „für die Division größerer Sexagesimalzahlen"; S. 235f. eine Aufgabe des Persers Kushyar ibn Labban (um 1000) wohl gemäß der indischen Staubbrettmethode. - Kuckuck 1874, S. 212, bemerkt mit Bezug auf Albrecht 1539: „Bei mehrziffrigem Divisor wurde natürlich die Division auf dem Rechenbrett ziemlich verwickelt, weil man wegen des Einflusses der folgenden Ziffern schwer beurtheilen konnte, wie oft man die in der höchsten Ordnung stehende Zahl von den Rechenpfennigen des Dividendus wegnehmen konnte. [...] Dadurch unterscheidet sich diese Division auch wesentlich von der jetzt gebräuchlichen schriftlichen Division."

24 Treutlein 1877, S. 32: Beim Dividieren auf den Linien ist die Durchführung „nur ein wiederholtes Abziehen"; Tropfke 1980, S. 183, zur nämlichen Problemetik: „Wie die Multiplikation auf wiederholte Addition zurückgeführt wird, so die Division auf wiederholte Subtraktion. Recorde gibt nur ziemlich einfache Beispiele, eines davon ist 16320:160."
Auf eine entsprechende Bitte hin schreibt Manfred Weidauer: „Es fällt schwer, dieses wiederholte Subtrahieren als Lösung einer Divisionsaufgabe dem interessierten Leser nachzuweisen. Viele Rechenmeister halten in ihren Rechenbüchern die Abhandlung zum Linienrechnen sehr knapp. Selbst Adam Ries (1492-1559) als der bekannteste Autor von Rechenbüchern schreibt in Ries 1525, f. B iiij^{r}, kurz und bündig: ‚So offt du den teyler / das ist die vorgeschriebenn zall nemen magst / so offt nym / vnd lege so viel pfennig sam du genomen hast nyder da der finger ist/ [...]' - Robert Recorde gibt mit seinen dazugehörigen Abbildungen einen gesicherten Einblick in die Durchführung der Division." - Die Abbildungen zu der im Folgenden aus Recorde 1542, f. Q iiij^{v}f., zitierten Aufgabe 16320:160 stammen von Manfred Weidauer: „If 160 souldiers doo spende euery moneth 68 kl [?], what spendeth eche man? Fyrste bycause J can not diuide the 68 by 160, therefore J will tourne the ponndes into pennies by mulltiplycation, so shall there be 16320 d. Nowe muste J diuide this summe by the numbre of souldiours, therfore J set them in ordre thus [Abb. 1a] Then begyn J at the highest place of the diuident, sekyng my diuisor there, whiche J fynde ones, therefore sette J 1 in the nether lyne. Maist. [?] Not in the nether lyne of the holle summe, but in the nether lyne of that woorke, whiche is the thirde lyne. Scho. [?] So standeth it with reason .M. [.?] Then thus doo they stante. \
[Abb. 1b] Then seeke J agayne the reste, howe often J maye fynde my diuisor, and J see that in the 300 J myghte fynde 100 thre tymes, but then the 60 wil not be so often founde in 20, therfore J take 2 for my quotient: then take J 100 twyse from 300, and there resteth 100 out ofwhych with the 20 (that maketh 120) J may take 60 also twyse, Et [?] then standeth the numbres thus,
[Abb. 1c]where J haue sette the quotient 2, in the lowest lyne: So is euery sowldiours portion 102 d, that is, 8 s, 6 d."

25 Tropfke 1980, S. 273.

Kulturvölkern noch den Griechen[26] zur Verfügung; wäre Logarithmieren[27] damals bereits aktuell gewesen? Logarithmieren im heutigen Sinn sicherlich nicht, doch so manche Gesetzmäßigkeit beim Gegenüberstellen der Glieder einander zugeordneter arithmetischer und geometrischer Folgen „bei der Formulierung der Potenzgesetze" z. B. durch Euklid und Archimedes[28](um 287 - 212) dürfte bereits damals die hieran Beteiligten fasziniert haben; über die Araber gelangten diese Kenntnisse ins Abendland[29].

Muhammad ibn Musa al-Hwarizmi (um 780 - nach 847) verfaßte um 830 eine Gleichungslehre *Al-Kitab al-muhtasar fi hisab al-gabr wa-l-muqabala*, durch welche er seine Anweisungen und Berechnungen im komplizierten muslimischen Erbteilungsrecht leichter verständlich machen wollte.[30]Eine weitere Abhandlung von ihm, eine Arithmetik, die heute freilich nur in zwei Übersetzungen als *De numero Indorum per novem literas*[31] bekannt und zugänglich ist[32], stellt die erste kompakte indisch-arabische Rechenlehre dar: Schreibweise der Zahlen; die vier Grundrechnungsarten mit ganzen Zahlen und mit Brüchen; Ausziehen der Quadratwurzel aus ganzen Zahlen und aus Brüchen.[33] Die Problematik der geometrischen Reihe geht al-Hwarizmi hierbei nicht an, obwohl den Griechen bereits ein Jahrtausend früher deren Gesetzmäßigkeiten geläufig waren. Von dem eben genannten Werk, das für die abendländische Mathematik sehr bedeutsam wurde, existiert eine Reihe von lateinischen Überarbeitungen.[34]

Im Verlauf der folgenden Übersetzungen und lateinischen Bearbeitungen der eben genannten *Arithmetik* stellte sich in den schließlich aus dem Verfassernamen al-Hwarizmi verbalhornten „Algorismen" - beginnend mit Johannes von Sacrobosco's (gest. um 1256) *Algorismus vulgaris*[35] - eine zwar wechselnde, jedoch ziemlich einheitlich

26 Hinsichtlich der Vorgehensweise der Griechen bei den einzelnen Rechenoperationen sehe man Tropfke 1980, Add.: S. 191f, Sub.: S. 200f., Mult.: S. 224 und 228, Div.: S. 234 und 242f., Potenzen: S. 265: „Potenzen treten bei den Griechen unter drei Gesichtspunkten auf: 1. von der Geometrie her als Quadrat- und Kubikzahlen, rechnerisch fortgesetzt zu 4. bis 6. Potenzen, 2. in fortlaufenden stetigen Proportionen, d.h. in geometrischen Reihen, 3. beim Rechnen mit Sexagesimalbrüchen." und S. 266, Wurzeln: S. 266-268.

27 Umfassend hierzu Tropfke 1980, S. 297-323, *2.4.2 Logarithmen*.

28 Tropfke 1980, S. 298.

29 Tropfke 1980, S. 298.

30 Wieleitner 1922, S. 47: „Was aber dem Buch das ganze Mittelalter hindurch den größten Ruf verschafft hat und mehrere lateinische Übersetzungen hervorrief, dem Verfasser jedoch nur als gelehrte Beigabe diente, das ist die Auflösung der quadratischen Gleichungen in ihren verschiedenen Formen, die er als Einleitung vorausschickte." - Wussing 2008, S. 238: „Al-Hwarizmi hatte seine Algebra auf Wunsch des Kalifen al-Ma'mun niedergeschrieben, damit die Bevölkerung mit den Problemen des täglichen Lebens zurechtkommen sollte, u. a. mit dem komplizierten islamischen Erbrecht. Er wolle, so al-Hwarizmi, ein kurzgefasstes Buch schreiben ‚von dem Rechenverfahren der Ergänzung und Ausgleichung mit Beschränkung auf das Anmutige und Hochgeschätzte des Rechenverfahrens für das, was die Leute fortwährend notwendig brauchen [...]'"

31 Mutmaßlicher Titel laut Vogel 1963, S. 42.

32 Editionen: Vogel 1963; Folkerts 1997.

33 Folkerts 1997, S. 185.

34 Hierzu Vogel 1963, S. 42-44; Tropfke 1980, S. 63; Folkerts 1997, S. 7-12. - Allard 1992 bringt eine aktuelle Gesamtdarstellung.

35 Curtze 1897; Pedersen 1983.

wirkende Anordnung der Rechenregeln hinsichtlich unterschiedlicher Vorgaben ein, die sich über Manuskripte bis in die gängigen Rechenbücher des 16. Jahrhunderts hielt. In der Praxis hieß dies, daß sowohl allgemeine als auch besondere Rechenvorschriften, durch welche die indisch-arabische Methode verständlich gemacht und auf neue und breitere Grundlagen gestellt werden sollte, dem von AL-HWARIZMI vorgegebenen Konzept folgten, indem weitere Anleitungen geschaffen wurden: *Algorismus de minutiis, de proportionibus, de additis et diminutis, de surdis, de applicatis, de datis, de duplici differentia, de probis, schacori,* etc.[36]

In den überlieferten Algorismen, vor allem im Algorismus vulgaris des Johannes von SACROBOSCO, der sozusagen als Vorlage diente, wurden die heute so genannten vier Grundrechnungsarten Additio, Subtractio, Multiplicatio, Divisio ausgiebig behandelt und die Ergebnisse, meist[37] durch die Umkehroperation oder über die Neunerprobe, auf ihre Richtigkeit hin überprüft. Als Hilfsmittel diente seit Leonardo VON PISA (um 1170- nach 1240) manchmal der Bruchstrich, der dort *virga* hieß.[38] Formeln hatte man hierbei nicht verwendet; bei Jordanus NEMORARIUS (wirkte um 1220) „bedeutet abc die Summe der durch ihre Endpunkte bezeichneten Strecke ab und der Strecke c"[39].

Der gängige Algorismus - es gab neun Spezies oder Grundrechnungsarten[40] - war gegliedert in: Numeratio [= Schreiben und Erläutern der Ziffern und der Zahlen], Additio, Subtractio, bisweilen Duplatio [= Verdoppeln], Multiplicatio, bisweilen Mediatio [= Halbieren], Divisio; unter der anschließenden „Progressio" [= Reihenlehre] folgten einfache arithmetische bzw. geometrische Folgen und Reihen, wobei man die Ergebnisse - gesucht wurden das einzelne Glied der Folge und die Summe von endlich vielen Gliedern - unter gleichgearteten Gesichtspunkten, nämlich aus fortgesetztem Summieren bzw. Vervielfachen herleitete; im nächsten Abschnitt wurden unter „Radicum extractio" je Quadrat- und Kubikwurzelziehen als eigenständige Rechenoperationen gelehrt, ohne Bezug zu Erkenntnissen bzw Ergebnissen aus der geometrischen Folge.

Zwar war bereits den Griechen wegen $\sqrt{2} \neq a/b$; a; b $\in$ N die Irrationalität bekannt, auch die von $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, ... $\sqrt{17}$;[41] trotzdem lief an die 2000 Jahre später in den Algorismen meist nur Quadrat- und Kubikwurzelziehen immer noch und auch weiterhin als selbständiger Rechengang, der eben benötigt wurde, mit. Begründen läßt sich dies vielleicht sowohl dadurch, daß beim Wurzelziehen zunächst vorwiegend die geometrische Deutung- numeri lineales, superficiales und corporales[42] - hereinspielte, als auch dadurch, daß die Autoren von Rechenbüchern wie bis dahin bereitwillig auf bereits vorhandene Vorlagen zurückgriffen.

---

36 Eine Palette bieten z. B. die Kodizes SLUB Dresden, *C 80*, und UB Leipzig, *1470*; hierzu etwa KAUNZNER 317968/1, S. 89-102-. Etliches hiervon findet sich auch in: BSB München, *Clm 26639*; ÖNB Wien, Kodex 5277.

37 Ein Überblick bei TROPFKE 1980, S. 165-167.

38 TROPFKE 1902, S. 137; TROPFKE 1980, S. 113 und 120.

39 TROPFKE 1980, S. 230 und 381.

40 GÜNTHER 1887, S. 176.

41 TROPFKE 1980, S. 132.

42 Etwa bei WIDMANN 1489, f 29v.

Von der Formalität des jetzigen $a^b = c$; $\sqrt{c} = a$; ${}_a\log c = b$ war man - wenn man die in der damaligen Fachwelt gängige Systematik betrachtet - noch weit entfernt, doch von der Aussagekraft her hatte Johannes von Sacrobosco durch die Rechenvorschriften „Progressio" und „Radicum extractio" unbewußt die Möglichkeit der beiden ersten Formeln genutzt, um geometrische Folgen und Reihen zu behandeln und um einfache Wurzeln zu berechnen.
Die im folgenden betrachteten Fakten wirkten sich jedoch erst ab der Renaissance aus.
Es war gerade im mitteleuropäischen Raum, und somit auch bei uns, daß man- Papierherstellung; Buchdruck mit beweglichen Lettern; von Italien ausgehende humanistische Bestrebungen; Francesco Filelfo (1398-1481) hatte vor dem Fall von Konstantinopel 1453 wertvolle Manuskripte ins Abendland gerettet - bewußt und gezielt an die Antike und an die mittelalterlichen Übersetzungen alter Texte anknüpfte: Während jedoch im Normalfall, z. B. im Alltag, die thetischen Vorgänge Addieren und Multiplizieren leicht verstanden werden, zeigt sich, daß Potenzieren → Radizieren → Logarithmieren oder: Radizieren → Potenzieren → Logarithmieren - welche war die historische Reihenfolge?[43] - diesem Konzept nicht folgte.Grund: Bei den Rechenstufen eins und zwei erkannte man im damals zugänglichen Zahlenbereich das später so genannte Kommutativgesetz, daß nämlich $a+b = b+a = c$ bzw. $a \cdot b = b \cdot a = c$. In der Stufe drei hingegen konnte man sich nur auf bruchstückhafte Erkenntnisse aus der geometrischen Reihenlehre und aus Wurzelberechnungen berufen, so daß - in heutiger Schreibart - folglich weder $a^b \neq b^a$, noch mehr als der seinerzeit gängige Fall $\sqrt[b]{c} = a$ mit b = 2; 3, selten höher, ins Spiel gebracht werden konnten. Hierdurch entstand ein Problem, das lange währte und wahrscheinlich erst mit $\sqrt[m]{a^n} = a^{n/m}$ mit m; n ∈ N in die formalen Rechengesetze einging.
Bei der Suche nach Lösungen und möglichen Anwendungen wurde aufgrund von derlei Fakten seit Urzeiten, also im Verlauf von Jahrtausenden, erweitert: Natürliche, positiv rationale, positiv irrational-algebraische, negative, einfach-komplexe, irrational transzendente, hyper-komplexe Zahlen.
Hierbei steht fest: Unter bestimmten Vorgaben führt fortgesetztes Multiplizieren zu Potenzieren, nämlich $a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a = a^n$; im Normalfall kann jedoch a·b·c·d nicht als eine einfach benannte Potenz dargestellt werden.
Analog zum Bisherigen kann man fragen: Läßt sich Radizieren, zumindest unter bestimmten Voraussetzungen[44] als fortgesetztes Dividieren deuten oder gar darstellen? Dies wird z. B. von Jakob Köbel (1470-1533) und Michael Stifel

43 Treutlein 1877, S. 17, zitiert aus Stifel 1544: „Quanquam plurimi de Arithmetica libelli extent et quotidie plures noui gignuntur, ego tamen adhuc nullum uidi qui integram artem traderet." -Tropfke 1980, S. 287: „Viele Rechenbücher beschreiben das Quadrat- und Kubikwurzelziehen im Anschluß an die vier Grundrechenarten [...]"

44 Laut Tropfke 1980, S. 267, gibt Theon von Alexandria „ein geometrisches Verfahren an, um eine Quadratwurzel in Sexagesimalbrüchen darzustellen [...]"

um 1487 - 1567) beim Linienrechnen praktiziert.[45] - Beispiele am Rechenbrett zeigen dies auf.[46] (Abb. 2a, 2b)

War dies neben so manchem anderen auch mit ein Grund dafür, daß sich in den frühen deutschen Rechenbüchern der anschauliche Vorgang des *Algorismus linealis* so lange hielt? Ausdrücklich sei jedoch bemerkt, daß Georg von Peuerbach (1423-1461) in seinem derzeit nur in neun Abschriften bzw. Bearbeitungen von fremder Hand vorhandenen[47] (Abb. 3), sowie vielleicht erstmals 1492[48], dann ab etwa 1498 bis 1544 jedoch oft gedruckten *Opus Algorismi jocundissimum Magistri Georgij Peurbachij Wiennensis (praeceptoris singularis Magistri Joannis de monte regio) sacreque mathematicae inquisitoris subtilissimo summa cum vtilitate editum*[49], der ersten hiesigen Rechenanleitung mit indisch-arabischen Ziffern, das Rechnen auf den Linien nicht behandelt[50].

---

45 Pers. Mitteilung von Richard Hergenhahn.

46 Richard Hergenhahn bemerkt auf eine entsprechende Bitte hin zur fraglichen Problematik: „Radizieren ist die Umkehrung des Potenzierens. Hieraus abgeleitet ist Radizieren mit einem fortgesetzten Dividieren identisch, was bei der Ermittlung einer einstelligen Wurzel leicht zu erkennen ist, z. B. $\sqrt[3]{27} = (27:3):3 = 3$. - Bereits das Erkunden einer zweistelligen Wurzelzahl auf dem gleichen Weg hätte ein langwieriges Probieren zur Folge; diese wird deshalb als ein Binom a+b angenommen, wobei a die Zehner und b die Einer sind: $\sqrt{R} = a+b$; $R = a^2+2ab+b^2$; die beiden Ziffern der Wurzelzahl, a und b, werden durch stufenweises Dividieren mit jeweils einem Glied der obigen Formel als Divisor, nämlich a^2, 2ab, b^2 getrennt ermittelt, was ein auf den Linien praktiziertes Rechnen besonders gut verdeutlicht."
Richard Hergenhahn bringt Beispiele aus Köbel 1544, ff. 47^r-53^r:
[Abb. 2a]: „Gesucht $\sqrt{4356}$; Köbel ermittelt zunächst a, indem er die Zahl sucht, die mit sich selbst multipliziert 43 am nächsten kommt; dies ist 6; er teilt 43 durch 6, ergibt 6 mit einem verbleibenden Rest 7; [erstes Bild] ($a^2+2ab+b^2$). - 43 wird durch den Rest 7 ersetzt; eine Linie tiefer gehend wird b vermittels Dividieren durch 2·6 (= 12) errechnet; 75:12 = 6, Rest 3; b = 6; [zweites Bild] ($a^2+2ab+b^2$). - Nun wird der Rest 3 an die Stelle von 75 gelegt; 36 durch b (= 6) geteilt, ergibt 6 ohne einen verbleibenden Rest; [drittes Bild] ($a^2+2ab+\mathbf{b^2}$). - Somit beträgt die gesuchte Wurzel: 60+6 = 66."
Zugehörige Erläuterungen: „Jede Linie, auf die der Zeigefinger der linken Hand gelegt wird, zählt während des entsprechenden Rechenvorgangs als Einer-Linie, z. B. wird beim Ermitteln von a statt $\sqrt{4356}$ zunächst $\sqrt{43}$ betrachtet. Nach Wegnahme des Zeigefingers muß allerdings im Ergebnis die 6 auf die Zehnerlinie des Systems gelegt werden, da a nicht 6, sondern 6 Zehner bedeutet und somit 60 beträgt."
Gesucht $\sqrt{186624}$, sodaß hier $\sqrt{R} = a+b+c$; $R = a^2+2ab+b^2+2ac+2bc+c^2$; auf Linie fünf ist 18 gelegt; nächst niedrigere Quadratzahl ist 16, so daß $a^2 = 4^2 = 16$, Rest 2; a = 4 usw. [Abb. 2b]: „$\sqrt[3]{12167} = a+b$, so daß $12167 = a^3+(a+b)\cdot 3ab+b^3$; gesucht Zahl a, die in der dritten Potenz 12 entweder aufhebt oder nach unten am Geringsten davon abweicht; $8 = 2^3$ ist die größte Kubikzahl unter 12; für die aufgehobene 12 wird der verbleibende Rest 4 gelegt; a = 2; [erstes Bild] ($a^3+(a+b)\cdot 3ab+b^3$). - Mit dem zweiten Glied der Formel, nämlich (a+b)·3ab, ist b zu ermitteln; im ersten Schritt wird 3a = 3·2 = 6 errechnet und für a in der Klammer 20 (= 2 Zehner) eingesetzt, ergibt (20+b)·6b; b wird geschätzt, so dass das Ergebnis nahe unter 416 liegt; b = 3 ergibt (20+3)·6·3 = 414; die auf 416 verbleibende Differenz 2 wird an deren Stelle gelegt; [zweites Bild] ($a^3+(a+b)\cdot 3ab+b^3$). - Sofern b = 3 richtig gewählt ist, müsste 3^3 der jetzt noch liegenden Restzahl 27 entsprechen; dies ist der Fall; hiermit ist b = 3 bestätigt; [drittes Bild] ($a^3+(a+b)\cdot 3ab+\mathbf{b^3}$)-. Die Kubikwurzel aus 12167 beträgt 20+3 = 23." „Mit Hilfe der Zehner-Logarithmen vereinfachte sich das Wurzelziehen zum simplen Dividieren durch den Wurzelexponenten (2, 3, 4, ...n)."

47 Kaunzner 2005, S. 106-110: Es handelt sich hierbei um drei verschiedene Fassungen, und zwar mit den Incipitis: „Et si ars numerandi sufficienter algorismo veterj exposita sit [...]"; „Numeri propositi repraesentationem cognoscere [...] "; „Inquid ysidorus libro tercio ethymologiarum Arithmetica [...]", die derzeit einmal, siebenmal, einmal nachgewiesen sind.

48 Dies vermeldet Pray 1781, p. 243; hierzu etwa Kaunzner 2005, S. 113f.

49 Kaunzner 2005, S. 113f.

50 Dies steht im Einklang mit Curtze 1899, S. 287, daß sich Linienrechnen vor dem 15. Jahrhundert nicht schriftlich nachweisen läßt; Treutlein 1877, S. 71f., führt vor, wie Georg von Peuerbach dritte Wurzeln beim modernen Ziffernrechnen fand.

Man könnte weiter fragen: In welchen Bereich führt fortgesetztes Potenzieren? In welchen Bereich führt fortgesetztes Radizieren?
Wer hätte denn bei uns in der Scholastik und noch im 15. Jahrhundert aus eigenem Antrieb Überlegungen dahingehend verschwendet, ob in den seinerzeit verwendeten natürlichen, positiv rationalen und positiv irrational-algebraischen Zahlen Grundgesetze der Zahlenlehre zu erfragen oder gar zu erkennen sind? Wegen der Vertauschbarkeit $a+b = b+a$; $a \cdot b = b \cdot a$ suchte wohl keiner gleichzeitig nach beiden Lösungen in diesem damals zugänglichen Zahlenbereich. In den überlieferten, auf Muhammad ibn Musa al-Hwarizmi basierenden Algorismen, ferner im Handels- und Verwaltungsrechnen sowie im praxisbezogenen Kaufmanns- und Handwerkerstand, wo man - der Geldhandel löste aufgrund großer Silberfunde den Tauschhandel allmählich ab - lediglich einfachste arithmetische Kenntnisse benötigte, aber auch zum Verständnis der nur sporadisch überlieferten algebraischen Traktate der Muslime reichte es, daß aus $a+b = c$, je nach Bedarf, entweder $a = c-b$ oder $b = c-a$ folgte; bzw. aus $a \cdot b = c$ verließ man sich auf die Richtigkeit von $a = c/b$ und $b = c/a$. Der Bruchstrich war zwar schon in Gebrauch, doch es gab noch keine Symbole für „plus", „minus", „ist gleich", „Wurzel aus" geschweige denn für eine Vielzahl anderer, heute einschlägiger Begriffe.
Die irrationale die dritte Stufe der Grundrechnungsarten erforderte also andere Überlegungen als die normale Zahlenlehre der ersten und zweiten; es fehlte allerdings noch an Gesetzmäßigkeiten und an deren Formulierbarkeit. So ergibt sich: Obwohl die Gesetze der geometrischen Folgen- und Reihenlehre bereits seit der Antike behandelt und praktiziert worden waren, wo man mangels Symbolik noch unbewußt in formelmäßigen Wortgebilden „potenziert" hatte - Diophant von Alexandria (um 250) bildet hier offensichtlich in gewissem Maß eine Ausnahme -, sprach zunächst vermutlich keiner davon, daß es sich hierbei um den prinzipiellen, zum lytischen Wurzelrechnen gehörenden aufbauenden, also um einen thetischen Vorgang handelt. Entsprechend hierzu kann man fragen: Läßt sich die Numeratio als die nullte Stufe der arithmetischen Rechenoperationen bezeichnen? Wird doch hierbei bereits die „Verträglichkeit" der Addition und der Subtraktion mit der Gleichheit vorausgesetzt![51]
Endliche geometrische Zahlenfolgen und -reihen ließen erst in der Renaissance durch ihre Gesetzmäßigkeiten das später so genannte „Potenzieren" erstmals bewußt als thetischen Rechenvorgang erkennen - die Fachwörter Exponent und Potenz traten damals anscheinend als neue Wortschöpfungen auf[52] -, während man ihn in der Scholastik und im frühen 15. Jahrhundert, im Gegensatz zum lytischen Wurzelziehen, sicherlich noch nicht derart deutlich als solchen aufgefaßt hatte.
Um die Erkenntnis von These und Lyse auch in die dritte Stufe der Grundrechnungsarten einzubringen, griff - freilich zum Teil anders als gewohnt - die algebraische Symbolik stark mit ein. Dies begann offensichtlich mit Johannes Regiomon-

51 Siehe hierzu Gericke 1970, S. 25: „Wenn Gleichem Gleiches zugefügt wird, sind die Ganzen gleich."; „Wenn Gleiches von Gleichem weggenommen wird, sind die Reste gleich."

52 *Exponent* bei Stifel 1544, ff. 235^{v} und 236^{v} *Potenza* bei Raffaele Bombelli: L'algebra, Bologna 1572; hierzu Tropfke 1902, S. 198 Fußn. 784 und S. 202, sowie Tropfke 1980, S. 285 und 286.

TANUS (1436-1476), dem bedeutenden Schüler Georgs von PEUERBACH. Während jedoch die Lektionslisten der Wiener Universität z.B. von 1391 bis 1399 und vom Anfang bzw. von der Mitte des 15. Jahrhunderts bereits ein Spektrum von Vorlesungen in den damaligen *Mathematica* ausweisen[53], finden sich im hiesigen Raum erstmals im Jahr 1456 in Wien von der Hand Johannes REGIOMONTANS nachweisbare Ansätze zur symbolischen Algebra, die zu einer 100 Jahre währenden Entwicklung im österreichischen, sowie im süd- und mitteldeutschen Sprachraum führten[54]; in Fachkreisen heißt dieser Zeitabschnitt die „Deutsche Coß"[55]. - Erschwerend kam freilich hinzu, daß Algebra damals als eine Art geheimer Kunst galt, „die der Eingeweihte seinen Schülern unter der Bedingung sie nicht zu veröffentlichen mittheilte; die ersten algebraischen Schriftsteller, Grammateus [= Heinrich SCHREYBER (vor 1496 - Winter 1525/1526)] und Christoff RUDOLFF [um 1500 - vor 1543], entschuldigen sich ihren Lehrern gegenüber, dass sie das Erlernte der Öffentlichkeit übergeben"[56]. So wurde es das Verdienst von in Wien wirkenden Mathematikern, „dass sie die mathematische Zeichensprache in ihre Schriften einführten und weiter ausbildeten, und es lässt sich nicht verkennen, dass dadurch die Algebra eine neue, vollkommenere Gestalt gewann"[57].

Manch einer der frühen Cossisten, wie die damaligen Algebraiker hießen, erblickte den Sinn dieser nun bei uns neu gestalteten Wissenschaft jedoch weniger in der Lösung von algebraischen Gleichungen selbst, als, über das Ziel hinausschießend, eher darin, Rechnen mit Potenzen zu erläutern und zu üben: „Es ist interessant, daß in dieser Epoche der geometrische Beweis in der Algebra völlig verloren ging, die Rechnung mit Potenzen immer mehr in den Vordergrund trat und die Algebra wahrscheinlich mit in den Engpaß steuerte, in welchem sie dann schon um das Jahr 1500 steckte. 24 Gleichungsformen mit den zugehörigen Lösungsvorschriften! Heinrich SCHREYBER und RUDOLFF führten die anschließende Reformbewegung mit an: das Lösen von Gleichungen tritt in den Hintergrund, während die Frage nach der einer Gleichung unterzuordnenden geometrischen Folge nach vorne drängt. Michael STIFEL vor allem kehrte anschließend wieder zum geometrischen Beweis zurück und legte auch den Sinn der damaligen Algebra wieder klar: das Lösen von Gleichungen."[58]

Es wurde erkannt: Gesetzmäßigkeiten beim Gegenüberstellen von geeigneten Gliedern in arithmetischen und geometrischen Folgen lassen sich in die Zahlen- und in die bereits weitgehend symbolisierte Gleichungslehre übertragen! Ein völlig neuer Sinn, den man der Gleichung plötzlich unterlegte: „Nicht um die Auffindung einer Unbekannten handelt es sich, sondern um Herstellung einer aus einer gegebenen Anzahl von

53 Man sehe hierzu GÜNTHER 1887, S. 199 und 210.

54 FOLKERTS 2006, pp. 4-6 and 17.

55 Das Wort leitet sich her aus der wörtlichen Übersetzung der von den Muslimen gewählten Bezeichnung *Sache* oder *Ding* für das gesuchte Stück in einer Gleichung, das bei den Italienern *cosa* hieß.

56 GERHARDT 1867, S. 46f.

57 GERHARDT 1867, S. 53.

58 KAUNZNER 1973, S. 322.

Gliedern bestehenden geometrischen Progression."[59] Die Frage hieß also: Welche geometrische Folge 1, x, x^2, x^3 usw. genügt meiner algebraischen Gleichung? Ob Doppellösung vorhanden, stand dadurch bei der quadratischen Gleichung primär nicht die Wahrnehmung, daß Addieren, Subtrahieren, Halbieren und Dritteln in einer arithmetischen Folge zu Multiplizieren, Dividieren, Quadrat- und Kubikwurzelziehen in einer zugehörigen geometrischen Folge führt. Der innere Zusammenhang zwischen den thetischen Operationen, nämlich Addieren - Multiplizieren - Potenzieren wurde stark herausgestellt, ebenso der zwischen den lytischen Beziehungen Subtrahieren - Dividieren - Radizieren. Es waren wiederum großartige Gedanken, welche der Gleichungslehre das Rechnen mit geometrischen Verhältnissen fast völlig unterordneten und hierdurch erneut auf die nächste Disziplin hindeuteten, auf das Logarithmieren. Hauptsächlich von der Wiener Schule aus ging dieses Wissen; sie hatte kurz nach 1500 wieder die in der Mathematik führende Stellung inne.[60] - War dies ein unbewußter Ausdruck für die Tatsache, daß vermittels der Potenzgesetze nicht nur ein neuer Rechenvorgang, sondern auch eine neue Rechenoperation bewußt wahrgenommen worden waren?

Zusammenfassend läßt sich bisher sagen: Potenzieren, die aus heutiger Sicht lange fehlende, jedoch als solche seinerzeit zunächst vermutlich nicht wirklich vermißte thetische Operation der dritten Stufe der Grundrechnungsarten wurde ursprünglich nur in sehr einfacher Weise erkannt und geschaffen[61], und zwar ohne die sich erst später einbürgernde Form, etwa [a^0], a, a^2, a^3, ... d. h. vermittels einer brauchbaren Symbolik. Dies geschah erstens z. B. in endlichen geometrischen Folgen, wo es zumindest seit den Griechen hauptsächlich um den Wert bzw. die Darstellungsweise der einzelnen Glieder und um die Summ ebzw. die Summenformel ging, und, wohl im Anschluß hieran, schließlich um Zahlen in Potenztabellen; zweitens etwa durch Diophant - der anscheinend noch nicht scharf zwischen arithmetischen und sog. wortalgebraischen Formulierungen getrennt hatte - vermittels der von ihm bis zum Grad sechs herangezogenen Wörter *μοναζ*[62], *αριθμοζ*[63] *[?], δυναμιζ, κυβοζ, δυναμοδυναμιζ, δυναμοκυβοζ, κυβοκυβοζ*[64] und nachhaltig durch die erst im lateinischen Spätmittelalter gebräuchlichen, bis weit in die Neuzeit hinein üblichen Fachausdrücke für das jetzige x^0, x, x^2, x^3. usw., nämlich *dragma* oder *numerus*, res oder *causa* oder *radix* oder *latus*, *census* oder *quadratus* oder *substantia*, *cubus* etc., die in verschieden-

59 Cantor 1900, S. 635: François Viète sah hierin gar die eigentliche Aufgabe der Gleichungsauflösung; siehe auch Kaunzner 1972, S. 275 mit Fußn. 18.

60 Gemäß Kaunzner 1972, S. 275f.

61 Tropfke 1980, S. 263-296, bemerkt innerhalb von *2.4 Weitere Rechenoperationen*, im Abschnitt *2.4.1 Potenzen und Wurzeln*, auf S. 265: „Potenzen treten bei den Griechen unter drei Gesichtspunktenauf. 1. von der Geometrie her als Quadrat- und Kubikzahlen, rechnerisch fortgesetzt zu 4. bis 6.Potenzen, 2. in fortlaufenden stetigen Proportionen, d.h. in geometrischen Reihen, 3. beim Rechnen mit Sexagesimalbrüchen."

62 Tropfke 1980, S. 375.

63 Tropfke 1980, S. 375.

64 Tropfke 1980, S. 266.

artigen Erscheinungsformen jeweiliger Autoren als seinerzeitige Begriffe bzw. Symbole auftraten.[65]

So erhebt sich die Frage: Stammt das schließlich so genannte „Potenzieren" gemäß der dort gewonnenen Resultate aus Erkenntnissen der geometrischen Folgen- und Reihenlehre in der Arithmetik, oder aus der nicht linearen Algebra? Denn: Ab der Mitte des 15. Jahrhunderts ergaben sich durch die von Johannes Regiomontanus in Wien initiierte[66] (Abb. 4) und die folglich in Süd- und in Mitteldeutschland herausgebildete algebraische Symbolik bis dahin ungeahnte, neue Möglichkeiten zur Gestaltung der Gleichungslehre: Neben dem Übergang von den römischen zu den indisch-arabischen Ziffern wurden Zeichen für die Potenzen der Unbekannten geschaffen, sowie für „plus", „minus" und für Wurzeln. Relativ bald verschob sich die Problematik in der Algebra infolge der Suche nach der Lösung von Gleichungen dritten und vierten Grades, vor allem in Italien.

Vermutete man damals, im späten 15. und im 16. Jahrhundert, oder erkannte man gar, daß die aus $a+b = c$ bzw. aus $a \cdot b = c$ folgenden Resultate $a = c-b$ und $b = c-a$ bzw. $a = c/b$ und $b = c/a$ wohl ontologisch, jedoch nicht logisch gleichwertig sind? Wahrscheinlich nicht, denn man war ja im Rahmen vorwiegend praktischer Ergebnisse zunächst noch darauf bedacht, die negativen Zahlen als gleichberechtigt einzubeziehen und gelangte hierdurch - unbewußt - im Verbund mit den positiven Zahlen zu einem neuen Bereich, der, wenn er nur Addition, Subtraktion und Multiplikation umfaßte, später ein „Ring" hieß. Stellte sich vielleicht aber trotzdem bereits ab dem Ende des 15. Jahrhunderts die Notwendigkeit - nicht die logische Einsicht - ein, daß dem heutigen $a^b = c$ sowohl das für kleine $b \in N$ seit langem bekannte und jeweils errechenbare Ergebnis $a = \sqrt[b]{c}$ entspricht, als auch das weiterhin noch lange fremde $b = {}_a\log c$?[67] Freilich konnte seinerzeit noch nicht auf diese Art formuliert werden.

So findet sich bereits in dem aus dem späten 15. Jahrhundert stammenden SLUB Dresden, Kodex C 80^m, f. 41^r, im *Algorismus de Proportionibuß Quam foeliciter incipit* folgende, weit in die Zukunft gerichtete Notiz eines unbekannten Verfassers bzw. Schreibers: „Notabilia in proporcionibus: Addere: Est multiplicare. Subtrahere: Est diuidere. Duplare siue multiplicare: Estin se ducere. Mediare aut diuidere: Est radicem extrahere."[68], nachdem auf f. 35^v in einer *Tabula multiplicationis* die entsprechenden Ergebnisse bis zum heutigen x^8 aufgezeigt worden waren, während in der dortigen *Tabula diuisionis* der Zählergrad größer oder gleich dem des Nenners sein mußte (Abb. 5).

---

65 Ein Überblick findet sich bei Tropfke 1980, S. 374-378, in *3.2.1 Bezeichnungen und Symbole für die Unbekannten* - Nach jetzigem Stand führte Adam Ries in dem von ihm aufgezeichneten Kodex der SLUB Dresden, C 349, um 1517 erstmals im hiesigen Bereich Potenzen der algebraischen Unbekannten bis zum Grad 18 auf, die auch besondere Namen tragen.

66 Hierzu Folkerts 2006, S. 17: Kodex *Plimpton 188*, f. 94', Columbia University New York; findet sich die symbolische algebraische Gleichung $1x^2 + 436 - 40x = 4x^2 + 144$ von der Hand Johannes Regiomontans, datiert Wien 1456.

67 Wussing 2008, S. 420: „Die Auffassung, dass das Logarithmieren neben dem Radizieren eine zweite Umkehrung des Potenzierens darstellt, wurde schließlich erst von Euler herausgearbeitet."

68 Hierzu Kaunzner 1968/1, S. 112.

Im Hinblick auf Gesetzmäßigkeiten zwischen den Gliedern der Stufen eins, zwei und drei der Grundrechnungsarten kennt man auch in Westeuropa freilich noch weitere, ältere Hinweise: Nicolaus Oresme (um 1320 - 1382) und Nicolas Chuquet (wirkte um 1480).[69]

In *Ayn new kunstlich Buech* [...], Nürnberg 1518/1521, im ersten deutschen Rechenbuch mit algebraischen Abschnitten, spricht Heinrich Schreyber diese in hiesigen Fachkreisen noch neue Problematik bereits gezielt an[70]: Laut Überschrift auf f. [F vij^{r}]: *Fahet an ain newe vnnd besunder art der rechnung gezogen auß den regeln Cosse gleichformig in der uebung allain das die namen der quantitet* [= Potenzen der Unbekannten] *sein vorandert mit genuegsamer vrsach hernach erzelt.* wird auf f. G i^{v} aufgrund von

N	1	2	3	4	5	6	7	...	14	15	16
1	2	4	8	16	32	64	128	...	16384	32768	65536

für Quadrieren und Quadratwurzelziehen gefolgert: „Wann du auß den oben gesatzten zalen wilt suchen ain geuierte zal [= Quadratzahl] / so schaw die zal der ordnung ueber sie geschryben / ist solche zal gerade so ist die selbig zal geuiert oder quadratus numerus. Nym das halb tail der obgeschryben zal vnnd mercke ueber welcher zal solche wirdt funden / die selbig ist radix oder die wurtzel." - Gemäß seiner Bezeichnung für die Potenzen der algebraischen Unbekannten, nämlich N, pri, se, ter, quart, quint, sex, bzw. N, 1a, 2a, 3a, 4a, 5a, 6a führt Heinrich Schreyber anschließend vermittels einer Gegenüberstellung von 0, 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64 und N, la, 2a, 3a, 4a, 5a, 6a auf f. [G v^{r}] die zugehörigen Rechenregeln für Multiplizieren algebraischer Potenzen bis 64·64 = 12a vor, ferner auf f. [G viij^{v}] für Dividieren bis 8a/8a, wobei z. B. das jetzige x^2/x^7 als 2a/7a erscheint (Abb. 6).

Christoff Rudolff, Schüler von Heinrich Schreyber, kündigt im ersten deutschen Algebrabuch, in seiner *Behend vnnd Hubsch Rechnung* [...], Straßburg 1525, *Das fünfft Capitl*, ebenfalls diese damals frappante Neuigkeit an[71]: Auf f. D iij^{v} werden unter *Numerirn* in einer Tabelle den damals gängigen Zeichen für unser x^0, x, x^2 bis x^9 die Potenzen von 2, 3 und 4 gegenübergestellt, in einer zweiten Tabelle die von 2/3. Unter *Multiplicirn* und *Diuidirn* werden im weiteren Verlauf auf f. [D vj^{r}] und f. [D vij^{v}] gemäß der Gegenüberstellung der Zahlen 0, 1, 2 bis 9 und der Potenzen bis zum Grad neun die zugehörigen Regeln für diese beiden Rechenoperationen in zwei Dreieckstabellen erläutert (Abb. 7).

69 Zeuthen 1912, S. 89: Die Untersuchungen Nicolaus Oresmes - Bruchpotenzen etc. - sind Vorläufer der Betrachtungen, die später zur Erfindung der Logarithmen führen sollten; S. 90: „Sowohl durch Rechnung mit den Potenzen als durch Betrachtungen, die er an verschiedene Aufgaben knüpft, und durch Zusammenstellung arithmetischer und geometrischer Reihen bereitet auch Chuquet, wie früher Oresme, die Logarithmen vor."; hierzu auch Kaunzner 2008, S. 187 mit Fußn. 55.

70 Schreyber 1518/1521, ff. [F vij^{r}-[H viij^{r}l - Man sehe hierzu etwa Gerhardt 1867, S. 49-53.

71 Rudolff 1525, ff. D ij^{r}-E i^{v}.

Es war also nicht erst Michael Stifel[72] in seiner *Arithmetica lntegra*, Nürnberg 1544, f. 249^{v}, vergönnt, sich aufgrund seiner Erkenntnisse bei der Untersuchung möglicher Rechenoperationen an einander analog gegenübergestellten Gliedern arithmetischer und geometrischer Folgen, nämlich[73]

-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
1/8	1/4	1/2	1	2	4	8	16	32	64

wie folgt zu begeistern: „Posset hic fere nouus liber integer scribi de mirabilibus numerorum, sed oportet ut me hic subducam, & clausis oculis abeam. Repetam uero unum ex superioribus, ne frustra dicar fuisse in campo isto. Sed sententia inuersa repetam quod mihi repetendum uidetur. Qualiacunque facit progressio Geometrica multiplicando & diuidendo, talia facit progressio Arithmetica addendo & subtrahendo."; auf f. 236^{v} hatte er bereits bedeutet:
„Exponentes signorum, in multiplicatione adde, in diuisione subtrahe, tunc fit exponens signi fiendi."[74] Der Buchdruck wirkte demnach auch hier sehr förderlich, so daß sowohl diese aus der Gegenüberstellung von Gliedern arithmetischer und geometrischer Folgen stammenden neuen Ideen in der Fachwelt bekannt wurden, als auch mit ihrer Verbreitung der Umgang mit den indisch-arabischen Ziffern und mit den zugehörigen Rechenoperationen in weiteren Bevölkerungsschichten seine Hürden nahm, obwohl noch keine formale Schreibweise für Potenzieren, Radizieren und Logarithmieren vorhanden war. Während am Kontinent jedoch Bauernkriege, konfessionelle Unduldsamkeit und der Hexenwahn das wissenschaftliche Streben hemmten - der „Zauderer und Geheimtuer" Joost Bürgi[75] (1552-1632) veröffentlichte sein Wissen zudem erst 1620 -, fanden diese soeben angesprochenen Überlegungen im angelsächsischen Raum zumindest vereinzelt die ihnen gebührende Pflege und Weiterentwicklung: John Napier (1550-1617) griff in seiner epochalen *Mirifici Logarithmorvm Canonis descriptio*, Edinburgh 1614, wahrscheinlich auf Michael Stifel's *Arithmetica lntegra* zurück[76], und Henry Briggs (1561-1631) sorgte mit seiner anonymen *Logarithmorvm Chilias Prima*, [London] 1617, der ersten Tafel mit Zehnerlogarithmen, für eine enorme Verbreitung vereinfachter Rechenkenntnisse vor allem im wissenschaftlichen, jedoch auch im schulischen Bereich.

72 Treutlein 1877, S. 62: „Einzig Stifel hat in der genannten Zeit die Lehre von den Progressionen gefördert: das erste Buch seiner Arithmetica integra ist grösstentheils derselben gewidmet und die darin vorgetragenen Lehren - die Betrachtungen über die Reihen der Polygonal- und Pyramidalzahlen, die Bildung magischer Quadrate, die Beziehungen zwischen den Reihen und der Coss, die berühmte, die Entdeckung der Logarithmen anbahnende ‚*tractatio, ut progressioni Arithmeticae respondeat Geometrica progressio*' (Fol. 35 sq.), die Zurückweisung der Ansicht, als könnten die harmonischen Proportionalitäten nicht über drei Glieder ausgedehnt werden (Fol. 55^{v}), die wirkliche Betrachtung der harmonischen, der contraharmonischen und der musikalischen Reihen und deren Beziehungen zu den arithmetischen und geometrischen - sind ebensoviele Aeusserungen seines regen wissenschaftlichem, stets mehr dem Theoretischen zugewandten Geistes."

73 Stifel 1544, f. 249^{v}; hierzu etwa Gerhardt 1877, S. 65 mit Fußn. 1.

74 Siehe Kaunzner 1987, S. 170.

75 Tropfke 1980, S. 309; gemäß Gericke 1990, S. 249, griff Joost Bürgi vermutlich auf Michael Stifel zurück.

76 Gericke 1990, S. 249; dies vermutet auch Sonar 2002, S. 34f.

Die in der Folge möglichen Rechenverfahren und die aus Physik und Technik gewonnenen neuen Resultate verlangten sowohl deren formelmäßiges Erfassen, als auch eine einheitliche mathematische Symbolik. Rene Descartes (1596-1650) schuf eine genormte Potenzschreibweise; die erforderlichen akademischen Methoden brachen sich bereits im 17. Jahrhundert Bahn.

4 Neue Methoden in der Mathematik[77]

Die westeuropäischen Algorithmiker mußten zuerst den Kampf mit den Abacisten bestehen[78], ehe sie ihn ab dem 13. Jahrhundert allmählich gewannen[79]. Hiermit war vorerst nur die Methode entschieden, nämlich ob Abacus[80] [= Rechenbrett, -tafel, -tuch] bzw. Rechentisch, oder ob Schreibtafel, Pergament, Papier. Offen war noch die Entscheidung über die Form des Darzustellenden, weil die römischen Zahlzeichen weiterhin das Feld beherrschten, ehe sie im 15. Jahrhundert von den indisch-arabischen, zumindest in Fachkreisen, verdrängt wurden.[81] Vorwiegend lassen sich hierbei drei Rechenverfahren erkennen[82]:
1) Fingerrechnen; zu Beginn der Neuzeit wohl nicht mehr Volkssitte.
2) Linienrechnen; tritt schriftlich um die Wende vom 15. zum 16. Jahrhundert in Deutschland auf[83], nicht z. B. in Italien.
3) Im 15. Jahrhundert entbrannte der Kampf zwischen Linienrechnen und „Rechnen mit der Feder", wie man das neue Ziffernrechnen nannte - unter „Ziffer" verstand man ursprünglich nur die Null-, und wurde im 16. Jahrhundert entschieden. - Im Mittelalter lag somit der Übergang von einer anschaulich orientierten Arithmetik hin zu einer solchen, die auf allgemeine Rechenregeln ausgerichtet ist, dann zur Entwicklung der symbolischen Formelsprache.[84] Algebra und Trigonometrie wurden zu Beginn des hier angesprochenen Zeitraums die beiden am deutlichsten von Erfolg gekrönten Fächer; Werk und Wirken der auf niedrigerer Ebene Tätigen werden freilich gerne der jeweiligen Heimatgeschichte überlassen.

---

77 Hier sei auf umfassende Darstellungen wie etwa Tropfke 1980, S. 513-660, 4 *Das angewandte Rechnen*, verwiesen.

78 Günther 1887, S. 69; Cantor 1907, S. 511; Kaunzner 1987, S. 155.

79 Vogel 1954, S. 1 Fußn. 6: „Das Wort Abacus hat in Italien im 13. Jahrhundert seinen ursprünglichen Sinn bereits verloren. Es heißt jetzt ‚Rechnen' schlechthin, wie schon im ‚Liber abaci' des Leonardo von Pisa a. d. J. 1202. [...] Umgekehrt werden die gedruckten Rechenbücher, die das aus dem Abacusrechnen entstandene ‚Rechnen auf den Linien' (im Gegensatz zum Rechnen ‚mit der Feder') lehren, ‚Algorismi lineales' genannt."

80 Treutlein 1877, S. 6: „Ort, Art und Zeit der Entstehung dieser Rechenkunst sind viel bestritten; aber geschichtlich feststehende Thatsache ist es, dass sie spätestens im 10. Jahrhundert in den der arabischen Herrschaft nicht unterworfenen Ländern Europa's (neben dem Fingerrechnen) einzig Geltung gewann, dass sie ‚als Kapitel der Gelehrtenwissenschaft von Klosterschule zu Klosterschule wandernd sich ausbreitete' und um 1200 überall geübt wurde."

81 Kaunzner 1987, S. 155.

82 Kaunzner 1987, S. 154.

83 Laut Curtze 1899, S. 287, gibt es keine schriftlichen diesbezüglichen Darstellungen vor dem 15. Jahrhundert.

84 Breidert 1985, S. 405; Kaunzner 1987, S. 154.

Das moderne Zahlenrechnen setzte bereits lange vor dem 15. Jahrhundert ein, denn vor allem der *Algorismus vulgaris* des Johannes von Sacrobosco hatte durch Abschreiben in den Klöstern - vorwiegend bei den Benediktinern - für das Bekanntwerden der indisch-arabischen Ziffern gesorgt, doch erst die vermehrte Papiererzeugung - die Gleismühle bei Nürnberg, 1389, gilt als die erste deutsche Papiermühle[85] - und der westliche Buchdruck mit beweglichen Lettern, vielleicht auch die neu gegründeten Universitäten, schufen die Möglichkeiten, die dieser neuen und dennoch gleichzeitig alten Kunst den Weg in weitere Schichten ebneten. In bereits etablierten Algorismen[86] wurden die in der Tradition der Inder und der Muslime stehenden fremden, über die italienische Kaufmannspraxis vermittelten, meist noch recht klobig wirkenden indisch-arabischen Ziffern[87] in die hiesige Mathematik - in Österreich und im süd- und mitteldeutschen Bereich - eingeführt; doch erst durch Johannes' von Gmunden[88] (um 1380/1384 - 1442) Kalender[89], seine Sexagesimalrechnung[90] und seinen Sinustraktat[91], besonders jedoch durch Georgs von Peuerbach[92] *Introductorium in Arithmeticam* bzw. *Opus Algorismi jocundissimum*[93] und

85 DNB 4, S. 113; Sterner 1891, S. 159: 1390 bei Nürnberg die erste deutsche Papiermühle.

86 Eine Palette bieten z. B. die Kodizes SLUB Dresden, *C 80*, und UB Leipzig, *1470: Algorismi: de minutiis, de proportionibus, de additis et diminutis, de surdis, de applicatis, de datis, de duplici differentia; de probis, schacori,* etc.; hierzu etwa Kaunzner 1968/1, S. 89-102.

87 Anschauliche Darstellungen etwa bei Tropfke 1980, S. 66 und 67.

88 Tannstetter 1514, f. aa 3^{v}: „Ioannes de Gmvnden[.] Anno Christi. 1406. in liberalium artium & philosophiae magistrum Viennae promotus Astronomiam docuit: [...] Scripsit haec: [...] Kalendarium quod multis sequentibus annis utile erat & iucundissimum. [...] Libellum de arte calculandi in minutiis phisicis. Tractatum sinuum. [...]"; Gesner 1545, f. 422^{v}: „Ioannes de Gmunden, claruit Viennae in Austria, scripsit haec, quae adhuc Viennae in Bibliotheca facultatis artium extant. [...] Calendarium quod multis sequentibus annis utile erat, & iucundissimum. [...] Libellum de arte calculandi in minutijs physicis. Tractatum sinuum. [...]" - Günther 1887, S. 233f., zitiert den Genannten „als den Vater der mathematischen und astronomischen Wissenschaft in Deutschland".

89 Klug 1912, S. 3, druckt eine undatierte Jänner-Tafel ab mit spätmittelalterlichen Formen für 4, 5 und 7; siehe auch DSB 7, p. 118bf.

90 Von Johannes' von Gmunden Sechzigerbruchrechnung kennt Menso Folkerts im Jahr 2006 vier Handschriften: UB Catania, Vatikanische Bibliothek, ÖNB Wien, Herzog-August-Bibliothek Wolfenbüttel; man weiß nicht, ob das Autograph darunter ist; gedruckt als Gmunden 1515; siehe auch Gerhardt 1867, S. 43f.; Gerhardt 1877, S. 5-8; Smith 1970, p. 117f.; DSB 7, p. 118a.

91 Sein Sinustraktat in Schritten von 30' stammt laut Explicit von 1437; siehe hierzu Busard 1971, S. 76, 110, 112 und 113.

92 Tannstetter 1514, f. aa 3^{v}f.: „Georgivs ex Pevrbach[.] In limitibus bauariae & Austriae natus. Artium & philosophiae magister studii Viennensi. In collegio ciuium collega. [...] Scripsit hic celeberrimus uir uaria opuscula & praeclarissima sed quae ad nostram noticiam peruenere / diligentia D. Andreae Stiborii conquisita / sunt haec[:] [...] Introductorium in Arithmeticam. [...] \ Noua tabula sinus de decem minutis in decem / per multas millenarias partes / cum usu: quae plurimarum rerum nouarum in astronomia occasio fuit. [...]"; Gesner 1545, f. 270^{v}f.: .,Georgivs de Purbach, natione Teuthonicus in gymnasio Vuienensi philosophiam & astrorum scientiam multo tempore publice docuit, [...] Georgius ex Peurbach in limitibus Bauariae & Austriae natus, claruit sub Friderico tertio: scripsitque uaria, sed quae ad nostram notitiam peruenere diligentia Andreae Stiborij conquisita, haec sunt: [...] Introductorium in arithmeticam. [...] Noua tabula sinus de decem minutis in decem, per multas millenarias partes, cum\ usu: quae plurimarum rerum nouarum in astronomia occasio fuit. [...]" - Günther 1887, S. 237, zitiert eine vom Wittenberger Professor Erasmus Reinhold (1511-1553) stammende Würdigung Georgs von Peuerbach hinsichtlich dessen literarischer Tätigkeit: „Incredibile dictu est, quam clariores reddidit sententias, dividens eas Geometrarum more, ut et apertius intelligerentur et facilius commendarentur memoriae et tenacius haberentur."

93 Gerhardt 1877, S. 9-11; Smith 1970, p. 117f.; Kaunzner 2005, S. 106-114.

seine *Compositio tabulae sinus*[94] wurden sie verbreitet und bekannt. Aufgrund der Eleganz der mit ihnen zu bewerkstelligenden Rechenverfahren bis einschließlich arithmetischer und geometrischer Progression sowie Quadrat- und Kubikwurzelziehen wurden hierdurch die römischen Zahlzeichen zumindest im deutschsprachigen Bereich in gelehrten Kreisen schnell, im Handel und im Handwerk allmählich verdrängt; parallel hierzu ging - dadurch mit am Beginn des Zeitalters der Erfindungen und Entdeckungen - der Tausch- in den Geldhandel über.

Das 15. Jahrhundert und die Folgezeit waren somit gekennzeichnet vom verstärkten Umgang mit den heutigen Ziffern. Im Zusammenhang hiermit traten weitere Berufsgruppen auf, die dieses bis dahin nur wenig gepflegte Gedankengut in die hierfür ansprechbaren Kreise trugen: zum einen als Gelehrte, die auf den Universitäten freilich nur bereits Bekanntes vermittelten[95] und zunächst somit kaum als Forscher und Schöpfer neuer Erkenntnisse wirkten; zum anderen als Rechenmeister in den entsprechenden Bildungsstätten.

Die Palette der Fächer, in denen nun rechnerisches Können benötigt wurde, verbreiterte sich im 15. und 16. Jahrhundert zusehends - ab etwa 1480 spricht man vom Berufsmathematiker-, und bereits mit den ersten Rechenbüchern in deutscher Sprache bahnte sich bei uns der Zeitabschnitt an, in dem die Ergebnisse in den Grundrechnungsarten bis zu den Potenzen und Wurzeln sowie trigonometrische Funktionswerte tabelliert wurden; war bei letzteren die Schrittweite zunächst noch ziemlich grob, etwa von Minute zu Minute, so wurden diese Tafelwerke schon im 15. Jahrhundert relativ schnell nicht nur engmaschiger, sondern auch vielstellig.[96] So genannte Faulenzer oder Rechenknechte, „welche mit der eigenartigen römischen Bruchrechnung in engen Beziehungen standen[97], erfuhren vermutlich seit damals starken Zuspruch.

Die Frage, ob die Eins der Ursprung der Zahlen ist oder eine Zahl, war nun fast hinfällig[98], denn Handel und Gewerbe stellten neue Anforderungen und verlangten hierauf eindeutige Antworten. Ob die Null gar ein Teufelswerk ist oder nicht - der Kreis, das vollkommenste aller ebenen Zeichen, hatte ausgiebig für Verwirrung gesorgt; sollte er doch ein Nichts repräsentieren![99] -, wen interessierte das noch primär? Das heißt allerdings nicht, daß das aus der Scholastik überkommene

---

94 In ÖNB Wien, Kodex 5277, ff. 287^{r}-289^{v}: Radius 60000, Schrittweite 10', fünfstellig; hierzu z. B. Glowatzki/Göttsche 1990, S. 115-125, mit dem Hinweis, daß es sich hierbei um die Abschrift einer Tafel von Giovanni Battista Bianchini (gest. 1466) handelt; Gerhardt 1877, S. 11; Kaunzner 2005, S. 102f..

95 Günther 1887, S. 197: Der akademische Lehrer selbst wußte nur das von der Sache, was er zu lehren beauftragt war.

96 Bei den entsprechenden Tabellen von Johannes von Gmunden, Georg von Peuerbach und Johannes Regiomontanus läßt sich dies deutlich verfolgen.

97 Günther 1887, S. 89.

98 Gericke 1970, S. 9: „An eine Änderung der Definition dachte als erster Petrus Ramus [1515-1572] um 1560. Ihn störte, daß die Eins nicht als Zahl gelten sollte."

99 Günther 1887, S. 175: „[...] auch an den Gebrauch der[...] mit einem gewissen Misstrauen betrachteten Null hat man sich gewöhnt"; Gericke 1970, S. 46-48, bringt eine Darstellung über antikes Rechnen mit der Null.

feine Gespür für mystische Deutungen völlig untergegangen wäre, und gerade im Vorwort von Johannes Widmanns Rechenbuch kommt dies z. B. noch klar zum Ausdruck.[100] Besonders mit Michael Stifel verschob sich der Schwerpunkt des mathematischen Interesses im deutschsprachigen Raum infolge des starken theolofoschen Einflusses während seiner Zeit noch einmal verstärkt hin zu mystischen Spekulationen[101], wie man sie ausgeprägt in der mittelalterlichen Zahlenlehre gefunden hatte, nicht jedoch in der Coß[102]. In der Renaissance spielten somit solch symbolträchtige Überlegungen in den Zahlen - der *numerus* war z. B. calidus, frigidus, siccus, humidus, temperatus, bonus, malus, prudens usw. gewesen - keine so große Rolle mehr wie unmittelbar vorher, denn man bemühte sich verstärkt um die Anwendbarkeit der Arithmetik auf alltägliche Vorkommnisse, wie sie im Kaufmanns- und Handwerkerstand, ferner jetzt auch in der Technik und in der bildenden Kunst auftraten.[103] Der Humanismus hatte neue Lernziele aufgestellt; um dem wachsenden Bildungsbedürfnis der Laien in den aufblühenden Städten zu genügen, kam die Schule nun in die Hände des Magistrats; diese städtischen Schulen unterschieden sich im Grunde genommen allerdings nur sehr wenig oder gar nicht von den bis dahin von der Kirche geleiteten. Als Vorläufer unserer Volksschulen sind jedoch die meist privaten Schreib- und Rechenschulen anzusehen, die man „deutsche" Schulen nannte, wo man deutsche Schrift zu lesen und zu schreiben lehrte.[104]

Der Blick der damaligen Mathematiker, ob Praktiker oder Theoretiker, auch der von Johannes Widmann und Michael Stifel, war naturgemäß vornehmlich darauf gerichtet, bereits Vorhandenes in die Form zu bringen, mit der den momentanen Erfordernissen zeitgerecht begegnet werden konnte; diese wurden einesteils von Kaufleuten, Handwerkern, Künstlern, Seeleuten und weiteren, auch neuen Berufsgruppen wie Lehrern, Astronomen und Technikern an die Fachwelt herangetragen, andernteils schlummerten sie freilich immer noch verborgen in überkommenen algebraischen Manuskripten. Hierdurch entstanden sowohl neue Broterwerbsmöglichkeiten - wie gesagt, spricht man ab etwa 1480 vom Berufsmathematiker-, als auch die Notwendigkeit, die Gedankenwelt so zu verändern, daß erstmals der dauerhafte Schritt von der mathematischen Problematik zu einer mathematischen Systematik vollzogen werden konnte. Die vor kurzem bereits angesprochene Suche nach neuen

100 Widmann 1489, f. 2ᵉf.: „Auch alle ding vonn anbegin der werlt schopffung Jnn weyße der tzal geoffenwart seynn. Eß ist eyn got eyn enthalder vnd schopfer aller ding. Eß seyn tzwey scheinperliche liecht deß firmamentz Sonn vnd Mondt \ Eß seyn drey person yn der heyligen Driualdigkeyt. Uire seyn der Element etc. Und alßo für an werden alle ding durch die tzale bezeichent vnd außgesprochen:"

101 Bei Kaunzner/Röttel 2006, S. 42-44, sind einige Drucke angegeben; Aubel 2008, S. 507-510, verweist auf den aktuellen Stand zu Drucken und Manuskripten Michael Stifels.

102 Kaunzner 1987, S. 171.

103 Kaunzner 1987, S. 147.

104 Kaunzner 1987, S. 150.

Rechenverfahren ließ nicht lange auf sich warten, in praktischer wie in theoretischer Hinsicht: Zum einen wurden noch im 16. Jahrhundert einfache Apparate ersonnen, und zwar Rechenstäbe und primitive Maschinen zum Multiplizieren, zudem wurde der Bereich der Grundrechnungsarten bewußt über das Wurzelrechnen hinaus zu den Potenzen und schließlich zu den Logarithmen erweitert; zum anderen erfolgte schon ab dem 17. Jahrhundert vermittels der infinitesimalen Betrachtungsweise die Abkehr von den überlieferten beschreibenden Methoden der physikalischen und technischen Vorgänge hin zur mathematisch begründeten Physik, Naturwissenschaft und Technik.

Das Wechselspiel zwischen den thetischen und den lytischen Rechenoperationen charakterisierte seit der Renaissance zumindest auf Jahrzehnte hin den inneren Werdegang in der Arithmetik. Während die Geometrie seit Euklids *Elementen* logisch fundiert war, begannen erst mit dem verstärkten Auftreten der indisch-arabischen Zahlzeichen ab dem 15. Jahrhundert bescheidene Versuche, dem Wesen dieser Grundbausteine und den Gesetzen der Zahlenlehre nachzugehen; dies zeichnet sich deutlich in der *Numeratio* ab über die man den Einstieg in das moderne Rechnen vollzog. Es dauerte lange, bis im Jahrhundert die Arithmetik mit dem Körper der reellen Zahlen axiomatisiert war[105], obwohl seit Rafael Bombelli (1526-1572) bereits Ansätze vorhanden waren, diesem Bereich die einfach komplexen Zahlen zu adjungieren[106]; im Verbund mit William Rowan Hamilton's (1805-1865) Quaternionen sind dies die beiden bedeutendsten seitlichen bzw. orthogonalen Triebe hierzu.

So genannte elegante oder modische Rechenverfahren spielten zeitweilig auch mit in den momentanen Stand und in die bewußte Weiterentwicklung der Mathematik, speziell der Arithmetik, und hier besonders des Zahlenrechnens, herein. Mit dem Beginn des Herausschälens des algebraischen Prinzips aus dem arithmetischen Gesamtgebäude in der Renaissance im hiesigen Sprachraum durch Johannes Regiomontanus, kurz nach Georg von Peuerbach, läßt sich bedeutungsmäßig wohl auch der Übergang von der Suche nach der Lösung algebraischer Gleichungen hin zur Charakterisierung und zur Typisierung der Funktion vergleichen, im Prinzip mit der Forderung nach unendlich klein und unendlich groß aus den Eigenschaften der

105 Hierzu etwa Tropfke 1980, S. 126f. und 137-139.

106 Breidert 1985, S. 402 mit Fußn. 11: In der frühen Neuzeit begegnet einem öfters die Kluft zwischen der anschaulich orientierten Mathematik einerseits und den formalen symbolischen Konstruktionen andererseits, und zwar geometrische Darstellung von Potenzen mit einem Exponenten größer als drei, sowie der negativen und vereinzelt der imaginären Zahlen; hierzu auch Hofmann 1972; Kaunzner 1987, S. 169.

stetigen Funktion heraus vielleicht auch die Erkenntnis des lnfinitesimalen[107], so daß und wodurch Rechnen und Rechnenkönnen nicht nur laufend diffiziler wurde, sondern auch einen Bereich des täglichen Lebens nach dem anderen ergriff und schließlich gar großenteils umfaßte.

Diese Überlegungen lassen sich im Detail verifizieren: Bevor die Zahlen Allgemeingut der menschlichen Kultur und Zivilisation wurden, mußten zunächst freilich jeweils neue Zahlenbereiche erkannt und kategorisiert werden. Dies geschah durch Berechnungen; mengenmäßig z. B. dadurch, daß immer engmaschigere trigonometrische und später logarithmische Tabellenwerke verlangt wurden; wesensmäßig durch neue Erkenntnisse, wie sie sich etwa aus der Irrationalität der Quadratdiagonale, aus Lösungsmannigfaltigkeiten algebraischer Gleichungen ab Grad zwei, oder bei der Quadratur des Kreises ergaben. Auf der Suche nach Anwendungen und möglichen Lösungen wurde der Zahlenbereich folglich seit der griechischen Antike, also im Verlauf von Jahrtausenden, erweitert: Natürliche Zahlen ohne die Eins, positiv rationale, positiv irrational-algebraische; hierzu gesellten sich zunächst die negativen, bald darauf auch nicht-reelle Lösungen. Man rechnete mit diesen Ergebnissen, die man nicht mehr ignorieren konnte,

107 Shank 2004, pp. 98-100: „The power of the new calculus resided in its ability to overcome one of the foundational divides of traditional mathematics: that between continuous and discrete magnitudes. Take, for example, the classic case of the calculus. Assume a curve AB and ask what is the length of the given curve? Speaking geometrically, no precise, rigorous answer to this question is possible since discrete, geometric magnitudes corresponding to continuous curves do not exist. One can approximate an answer by using the famous method of exhaustion, but because discrete and continuous magnitudes are incommensurable in traditional geometry no rigorous and certain determination of the length of this curve is possible. For this reason, as is well known, it is impossible to square the circle and the number pi, which represents the ratio of a circle's continuous circumference to its discrete diameter, is irrational. But the calculus offers a solution to this dilemma. Imagine that the curve is composed of a set of infinitely small lines. Further assume that the curvature can be represented by the image of a polygon made up of infinitely many such lines. Using this analogy, one can develop an algebraic method that captures mathematically the length of the curve despite its continuity. At the core of this solution, however, is an important and problematic assumption. The classical method of exhaustion allows one to approximate the length of the curve by showing how its length approaches if never actually obtains the length of a determinate polygon. In the calculus, however, the difference between approximate and actual length is collapsed through the concept of the infinitesimal. [...] the calculus can translate the magnitudes of continuous curves into discrete magnitudes. But this success is bought at a price. Upon what logical ground does the infinitesimal postulate reside? For the calculus to work, infinitely small magnitudes must be considered at once as real quantities possessing positive magnitude and as nil quantities possessing no magnitude. But how can both be maintained simultaneously without a contradiction? [François Marie Arouet de] Voltaire [1694-1778], with characteristic wit, captured the dilemma perfectly when he described the calculus as the, art of exactly numbering and measuring that of which we cannot even conceive the existence'. But the problems do not stop there. If the foundational principle of the calculus does not adhere to even the most basic laws of logic, then upon what epistemological ground does it lie? And how can mathematics, of all things, be rooted in any epistemology other than pure logic? These were difficult questions, and thinkers throughout the eighteenth century, especially [Bemard le Bouyer de] Fontenelle [1657-1757], struggled with them while offering a range of different answers."

denn sie genügten der Rechenprobe.[108]Irrationaltranszendente und hyper-komplexe Zahlen folgten später.
Die Geometrie war seit Euklid beweiskräftig; bei der Arithmetik traten derlei Vorhaben - vielleicht erwartete man dies gar nicht, bzw. wußte man darum Bescheid? - lange in den Hintergrund, bis auch sie im 19. Jahrhundert axiomatisiert war. Handelt es sich um einen abseits liegenden Gedanken, wenn man sich vorstellt, daß z. B. Isaac Newton (1642/1643-1727) und Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) die Infinitesimalrechnung vermittels eines Zahlensystems schufen, das noch niemand logisch fundiert hatte?

4.1 Die Vertreter der neuen praktischen Methoden in der Mathematik

Vor dem 16. Jahrhundert waren eigentliche Rechenschulen nur selten vorhanden;[109] im 16. und 17. Jahrhundert nahm ihre Anzahl stark zu.[110] Der Rechenmeister, der vorwiegend in den Städten seine Zelte aufschlug und sein Wirkungsfeld fand, hielt sich vereinzelt bis ins 18. Jahrhundert hinein. Obwohl es sich hierbei um eine der tragfähigen Säulen des kaufmännischen, handwerklichen, sowie handels- und bildungspolitischen Gebäudes der Renaissance und der nachfolgenden Epochen handelt, ist freilich selbst die Dichte und die Wirksamkeit dieses Berufsstandes etwa im österreichischen und im süddeutschen Raum bis heute noch nicht annähernd aufgeschlüsselt. Man weiß freilich, daß es den Rechenmeister gab.

---

108 Juschkewitsch 1964, S. 255: „Die Chinesen und Inder haben die negativen Zahlen eingeführt, die Mathematiker der Länder das Nahen und Mittleren Orients gelangten zum Begriff der reellen Zahl, der sowohl die rationalen als auch die irrationalen positiven Zahlen umfaßt. Diese hervorragende theoretische Errungenschaft wurde in Europa an der Grenze vom 16. zum 17. Jahrhundert bekannt, [...] René Descartes verknüpfte die antike allgemeine Verhältnislehre mit der Arithmetik, und Isaac Newton definierte schließlich die Zahl nicht als eine Zusammenfassung von Einheiten, sondern als abstraktes Verhältnis irgendeiner Größe zu einer anderen Größe der gleichen Art, die als Einheit gewählt wurde. Selbstverständlich stützte sich die Entwicklung des Zahlbegriffes in Europa vor allem auf die stürmische Entwicklung der numerischen Mathematik und ging hier eigene Wege. Bereits am Ende des 16. Jahrhunderts trat Simon Stevin entschieden dafür ein, die Irrationalitäten als Zahlen anzuerkennen; er lehnte es ab, sie als irrational oder unausdrückbar zu bezeichnen, da sie in Wirklichkeit nur inkommensurabel wären. [...] Für die Erweiterung des Zahlbegriffes zur reellen Zahl war die Anerkennung der negativen Zahlen von großer Bedeutung. Die Mathematiker der Länder des Nahen und Mittleren Orients übernahmen diese Zahlenform von den Indern nicht; [...]"; siehe auch Wussing 2008, S. 253f.
Gericke 1971, S. 165f.: Im 19. Jahrhundert verlangte man, „die Arithmetik rein arithmetisch zu begründen, ohne die Geometrie oder einen anderen Größenbereich voraussetzen zu müssen. So entstanden denn - in dieser Reihenfolge - zuerst die Definition der komplexen Zahlen als Paare reeller Zahlen (Hamilton 1835), dann die Definition der reellen Zahlen als Mengen (Folgen oder Dedekindsche Schnitte) von rationalen Zahlen; übersprungen wurde zunächst die Erklärung der rationalen Zahlen als Klassen von Paaren ganzer Zahlen; sie erscheint 1895 bei [Heinrich] Weber [1842-1913]. Vorher kam die Definition der natürlichen Zahlen: 1884 durch [Friedrich Ludwig Gottlob] Frege [1848-1925] als Kardinalzahlen, 1888 durch [Richard] Dedekind [1831- 1916], 1889 durch [Giuseppe] Peano [1858-1932] als Ordnungszahlen."

109 Grundel 1928, S. 34; Günther 1887, S. 293, hinsichtlich Rechenmeister: „Im XII. und XIII. Jahrhundert [...] finden wir von diesen nützlichen Mitgliedern der menschlichen Gesellschaft noch keine Spur vor; [...] Dass junge Kaufleute in fremden Sprachen unterwiesen zu werden pflegten, ist urkundlich bezeugt, und zweifellos wurden dieselben auch von einem erfahrenen Kommis in die Geheimnisse des Zahlenrechnens eingeweiht."

110 Grundel 1928, S. 34.

Gerätschaften wie Abacus, Rechenschnüre und Kerbenrechnung[111], d. h. bewährte überkommene Hilfsmittel, aber auch Fingerzahlen und Fingerrechnen, mit denen die Ergebnisse beim römischen Zahlenrechnen gefunden worden waren, ließ man zumindest in Fachkreisen allmählich beiseite, dann gar das moderne Rechenbrett und das Rechnen auf den Linien usw., denn man begriff die Vorzüge der neuen Rechenweise und nützte diese Erkenntnisse.

Die Fähigkeiten des Rechenmeisters nannte man die Rechenkunst, abgeleitet von *können*; so ist es nicht verwunderlich, daß sich im Verlauf des späten 15., dann im 16. und 17. Jahrhundert die Fertigkeiten im Rechnen, wohl unterstützt durch die zügige Weiterentwicklung der heimischen Dialekte bzw. der Umgangssprache auf ihrem Weg zur Schriftsprache, stark vervollkommneten.

Als eine der hierfür erfolgreichsten Möglichkeiten erwiesen sich die mitunter groben Methoden der Rechenmeister: Diese leiteten ihre meist aktuellen Zahlenbeispiele zwar oft nur mit einem unpersönlichen „Thu ihm also" ein, verhalfen aber trotzdem hierdurch dem modernen Ziffernrechnen, das seit dem späten 15. Jahrhundert stärker als vorher verbreitet war, entschieden zum Durchbruch.[112] Die bisweilen ungelenk wirkenden indisch-arabischen Zahlzeichen[113], die im Volk immer noch nicht eingebürgert waren, mußten zunächst allerdings erst einmal ansehnlich gestaltet, zumindest jedoch einheitlich dargestellt werden; dieses Verdienst gebührt vor allem Albrecht Dürer (1471-1528), der ihnen in seiner *VNderweysung der messung mit dem zirckel vnd richtscheyt*, Nürnberg 1525,[114] den für ihr damaliges und späteres Aussehen modernen Schliff gab, sowie Johann Neudörffer dem Älteren (1497-1563), der durch künstlerisches Schaffen und durch seine Lehrtätigkeit sehr zur Verbreitung dieser neuen Formen beitrug[115]. Die in praktischen Berufen Tätigen entwickelten in der Malerei, in der Perspektive, in der Landvermessung, im Städte-, und Festungsbau, in der Nautik, als Konstrukteur - von Rechenmaschinen, auch in der Astronomie, ja selbst in der Kriegsführung mit Geschützen, ebenfalls neue, meist schnellere Verfahren, die auf mathematisch-technischer Grundlage aufbauten und eine breite Wirksamkeit erlangten; hierbei ergaben sich auch landes-typische Eigenheiten, die im Laufe der Zeit freilich allgemeiner Standard wurden. Gerade in Italien und in den Niederlanden[116] zeichneten sich in dieser Hinsicht damals wesentliche und bedeutende Fortschritte ab. „Wie man am Beispiel von [Simon] Stevin [1548-1620] erkennen kann, ist der ungewöhnlich rasche Aufschwung der Mathematik in

111 Günther 1887, S. 287 Fußn. 1: Zu Anfang des 15. Jahrhunderts war noch „in einer durch Glanz und Bildung ausgezeichneten Stadt wie Frankfurt a. M. die Rechnungsführung durch Kerben üblich".

112 Reiss 2004, p. 143f.: „Tue idea that the world and all its aspects were mathematically ordered gradually became generalized. Further, this rapid rise of a money economy, labor production increasingly subordinated to finance capital, soon abstracted human labor into a property *value* counted by money of exchange: producers became abstract measurable quantities - by 1563 their abstracted labor was already being calculated in units of time. [...] A century after Dürer, Galileo Galilei exactly caught this new bond among economic, scientific, and moral changes, a mathematically driven natural *scientia*, and abstraction and material body."

113 Eine Übersicht, wie bereits erwähnt, bei Tropfke 1980, S. 67.

114 Posthume Zweitauflage, Nürnberg 1538.

115 Kaunzner 2004, S. 182-195: 2.3) *Johann Neudörffers Bedeutung für die Rechenkunst*.

116 Hierzu etwa Devreese/Vanden Berghe 2008.

den Niederlanden - neben der Entfaltung einer blühenden Kultur - mit der engen Bindung praktische Probleme (Handel, Bautätigkeit) während des Frühkapitalismus und des Befreiungskampfes gegen die Habsburger verbunden."[117]
Als technische Errungenschaften boten sich nun neue Rechenmethoden, Rechenhilfsmittel und Rechenmaschinen an.[118] Obwohl sich Vorstufen der logarithmischen Rechenweise bereits seit langem angekündigt hatten, trat zunächst die von dem Nürnberger Mathematiker Johannes Werner (1468-1522) zwischen 1505 und 1513 ersonnene Prosthaphairese auf den Plan, ein Verfahren, bei dem die Multiplikation großer Zahlen auf eine Subtraktion zurückgeführt wurde. Für astronomische Berechnungen erbrachte

$$\sin a \cdot \sin b = \tfrac{1}{2}(\cos(a-b) - \cos(a+b))$$

bei Rückgriff auf vielstellige Tabellenwerte vor der Erfindung der Logarithmen durch Joost Bürgi und John Napier eine sehr große Zeitersparnis, selbst noch für Johannes Kepler (1571 - 1630). Tycho Brahe (1546-1601) und Paul Wittich (1555[?] - 1587) benutzten außerdem die Formel

$$\cos a \cdot \cos b = \tfrac{1}{2}(\cos(a-b) + \cos(a+b)).$$ [119]

Erst um die Mitte des 17. Jahrhunderts hatten die Logarithmen die prosthaphairetische Methode verdrängt.[120]

4.2 Die Vertreter der neuen theoretischen Methoden in der Mathematik

In Westeuropa führte die Beschäftigung mit Aristoteles (384-322) schon während der Hoch- im 13. und der frühen Spätscholastik im 14. Jahrhundert zu weitreichenden philosophischen Erörterungen und Fragestellungen, die sowohl in England als auch am Kontinent nicht vereinzelt die Diskussion um die Begriffe *Zahl* und *Unendlich* in Gang brachten;[121] großenteils freilich noch ohne Bezug zu Resultaten für die Mathematik. Das überkommene „potentiell" und das „aktual" Seiende[122] beanspruchten hierbei die Denkvorstellungen der Fachleute, die ihre philosophischen Überlegungen auch bereits auf unterschiedliche Mächtigkeiten verschiedenartiger *Unendlich* erstreckten - der Begriff selbst soll durch Anaximander (um 610 - um 545) in den

117 Wussing 2008, S. 406.

118 Man sehe hierzu den entsprechenden Abschnitt *8.5 Rechenmethoden, Rechenhilfsmittel, erste Rechenmaschinen* bei Wussing 2008, S. 416-426.

119 Tropfke 1980, S. 297.

120 Wussing 2008, S. 420.

121 Gericke 1977, 54-59, geht z. B. speziell auf al-Kindi (um 801 - um 866), Roger Bacon (um 1219 - um 1292), Averroes (1126-1198), Henry of Harclay (14. Jh.), Robert Grosseteste (um 1168 - 1253), Thomas Bradwardinus (um 1290 - 1349), Jean Buridan (um 1295 - um 1358), Nicolaus Oresme ein.

122 Gericke 1977, S. 55.

Bereich des wissenschaftlichen Nachdenkens gelangt[123], mit Zenon's von Elea (um 490 - um 425) Paradoxon zum Problem für die Mathematiker geworden sein[124]-, so wie sich dies aus den aristotelischen und eigenen Schlüssen ergab bzw. folgern ließ. Diese Erkenntnisse blieben jedoch auf die Philosophie beschränkt, ohne bereits in die damalige mathematische Spekulation einzugreifen.[125]

Eine Frage wird hierbei nicht nur reizvoll, sondern auch aktuell bleiben: Wie läßt sich Unendliches durch Endliches erklären? - „Dieses Abfangen des Unendlichen durch Endliches ist charakteristisch für die Auffassung des Mathematikers bis in unsere Zeit."[126]

So fest der Begriff *Unendlich* also schon vor der Renaissance im Bewußtsein und in der Erkenntnis einzelner bedeutender westlicher Philosophen verankert gewesen sein mag, in der Mathematik mußte zunächst der Anschluß an den Wissensstand der Antike hergestellt und die Aufbereitung dieser Kenntnisse für die damalige Praxis und Theorie vollzogen werden; dies geschah vorwiegend nach der Epoche der „Deutschen Coß", denn erst daran anschließend, nicht vor dem mittleren 16. Jahrhundert, setzten bei uns entsprechende eigene Zugriffe auf das philosophisch-mathematische Gedankengut der Antike ein. So wurden z. B. die aus dem Altertum stammenden, mittlerweile auch hier bekannten mechanischen, akustischen, optischen, kalorimetrischen und sonstigen physikalischen Experimente nicht mehr nur beschrieben, sondern im Verbund mit den eigenen neuen Überlegungen und Forschungsergebnissen auch auf ihr mathematisches Innen- und Eigenleben hin untersucht. Winkelquadrant und Fernrohr auf der einen, Algebra, Funktion, Prosthaphairese und Logarithmen auf der anderen Seite, sind zwei Charakteristika, die an der Wende vom 16. zum 17. Jahrhundert die naturwissenschaftliche Grundlage der damaligen Welt zu erkennen halfen.[127]

Es ist faszinierend, zu sehen, wie sich hierbei neue Rechenoperationen einstellten - bei Hebel und Flaschenzug, in der Geometrie, der Optik, der Perspektive, der Vermessung reichten noch die beiden ersten Rechenstufen -, wie mit Hilfe der dritten Rechenstufe die Trigonometrie mit immer feingliedrigeren Tabellen und die Astronomie mit laufend gewaltigeren mechanischen Apparaten, ohne Linsen[128], die

---

123 Gericke 1980, S. 208.

124 Gericke 1980, S. 208f.

125 Gericke 1980, S. 214: „Gibt es Größenunterschiede im Unendlichen oder ist Unendlich gleich Unendlich? Anscheinend hat man im Altertum und im Mittelalter zunächst angenommen, daß Unendlich gleich Unendlich ist; erst gegen Ende des Mittelalters, in der Spätscholastik treten Zweifel auf, und erst im 19. Jahrhundert wurden die Begriffe so präzisiert, daß Größenunterschiede im Unendlichen erfaßbar wurden."

126 Gericke 1980, S. 209, gelangt hierbei zu diesem Schluß, nachdem er das sog. „Archimedische Axiom" an Hand folgender Formulierung bei zwei vorgegebenen Strecken u und v verifizierte: „Gib mir irgendeine Strecke v, dann nenne ich dir eine bestimmte Zahl n, so daß $n \cdot u > v$ wird."; und nicht: „$n \cdot u$ wird mit wachsendem n schließlich unendlich groß"; auf S. 212 wird weiter gefolgert: „Setzt man unendlich viele gleiche Strecken zusammen, so ist die Summe unendlich, setzt man unendlich viele Strecken zusammen, die in konstantem Verhältnis abnehmen, so ist die Summe endlich. Was dazwischen liegt, d. h. was man erhält, wenn die Strecken in anderer Weise abnehmen, ist erst viel später geklärt worden, z. B. haben Johann [1667-1748] und Jakob [1654-1705] Bernoulli 1689 gezeigt, daß die Summe $1 + 1/2 + 1/3 + 1/4 + \ldots$ unendlich ist."

127 Kaunzner 1987, S. 174.

128 Der Radius des Mauerquadranten von Tycho Brahe soll 4 m betragen haben.

Planetenbahnen erkundete, wie sich anschließend auf der schiefen Ebene, beim freien Fall und beim schrägen Wurf die mathematische Forschung einen gangbaren Weg nach dem anderen bereits vermittels bislang fremder Methoden zu ebnen wußte, und wie schließlich viel später - etwa beim Phlogiston - nur mehr außermathematische Gedankenzüge weiterhalfen.

Im Hinblick auf das aktuelle hiesige Vorhaben - der Fortschritt im Rechnen - läßt sich seit der Renaissance eine Reihe von prinzipiell unterschiedlichen Richtungen in der mathematischen Forschung und Entwicklung mit breiter Wirkung nach außen hin feststellen.

„Als zur Zeit des Aristoteles und durch ihn die Begriffe geklärt oder wenigstens formuliert waren, mit denen ein rationales Weltverständnis zu gewinnen war, als ebenfalls zur Zeit des Aristoteles und z. T. durch ihn die Methoden und Grundlagen der Mathematik geklärt waren, hat dadurch auch die Technik einen erheblichen Auftrieb erfahren. Es ging dabei nicht gerade um Gewinnung von Kraft, wohl aber um ihre Verstärkung - wie etwa beim Hebel, beim Flaschenzug und bei Hebezeugen - und um ihre Konzentration auf einen bestimmten Augenblick [...] So führte eine eingehende, zunächst durchaus spekulative Beschäftigung mit Aristoteles dazu, daß Begriffe geschaffen und abgegrenzt wurden, die für die Naturwissenschaft und auf diesem Wege auch für die Technik grundlegend geworden sind. Es klingt dabei auch der Begriff an - noch nicht der Name - der für die neuzeitliche Mathematik maßgebend geworden ist, der Begriff der Funktion. Dieser Begriff stellt sich etwas später bei einem technischen Problem deutlicher ein. Es handelt sich um die Schußweite eines Geschützes als Funktion der Rohrerhebung. Niccolo Tartaglia hat (1538) ein Instrument hergestellt, mit dem man die Rohrerhebung messen kann. [...] Auf mathematischem Gebiet hat Tartaglia sich unter anderem mit der Auflösung von Gleichungen beschäftigt. Dieses Problem erfuhr damals einen gewissen Auffassungswandel: Suchte man zunächst nach Methoden, eine Gleichung zu lösen, so ging das unausgesprochen und langsam in das Problem über, die Lösung der Gleichung als Funktion der Koeffizienten anzugeben. [Franciscus] Vieta [1540-1603] hat das (leichtere) umgekehrte Problem gelöst: die Koeffizienten als Funktionen der Wurzeln darzustellen. Für beide Richtungen brauchte man eine Formelsprache, in der man über Funktionen bequem sprechen kann. Vieta hat sie durch seine Buchstabenrechnung (*logistica speciosa*) 1591 gegeben. [...] Hier sei nun auf eine zeitliche Parallelität in der Entwicklung der Mathematik und der Dampfmaschine hingewiesen. Als Vorarbeiten für die Dampfmaschine möchte ich die Versuche von [Otto von] Guericke [1602-1686] (1654) über den Luftdruck ansehen, als Vorarbeiten der Differential- und Integralrechnung die Arbeiten von Descartes (analytische Geometrie, Tangentenbestimmung u. a.) und [Pierre de] Fermat [1601-1665] (Maxima und Minima, Tangentenbestimmung, Integration der höheren Hyperbeln und Parabeln $y^m = p \cdot x^n$, u. a.), die ebenfalls ungefähr in die Mitte des 17. Jahrhunderts fallen.[...] Im 18. Jahrhundert wurden die Dampfmaschinen - kurz gesagt: empirisch vervollkommnet, und auch die Methoden der Infinitesimalrechnung wurden empirisch vervollkommnet, es wurde insbesondere die für die Anwendungen so wichtige Theorie der Differentialgleichungen entwickelt. Ich sage ‚empirisch', weil eigentlich niemand wußte, was ein Differentialquotient ist. Erst

[Augustin Louis] Cauchy [1789-1857] hat das mit Hilfe des Grenzwertbegriffes exakt sagen können. Sein *Cours d'analyse*, in dem die Grundlagen der Infinitesimalrechnung ausgearbeitet waren, erschien 1821, fast gleichzeitig mit der Arbeit von [Nicolas Leonard Sadi] Camot [1796-1832], die die Grundlagen der Wärmekraftmaschinen herausarbeitete. - Ich glaube nicht, daß dieser zeitliche Parallelismus nur ein Zufall ist, allerdings meine ich auch nicht, daß ein unmittelbarer Kausalzusammenhang besteht. Eher wäre daran zu denken, daß sowohl in der Mathematik wie in der Technik Symptome, Anzeichen einer geistigen Entwicklung zu sehen sind, die durch die Stichworte Barock, Aufklärung, Klassizismus nur ganz grob angedeutet seien."[129]

„Der Begriff ‚Wissenschaftliche Revolution' hat sich in jüngerer Zeit als Strukturbegriff in der Wissenschaftsgeschichte eingebürgert und zwar für die Zeit vom ausgehenden 16. Jahrhundert bis zum Beginn des 18. Jahrhunderts, mit dem Blick auf die gänzliche Umgestaltung der Naturwissenschaften nach Inhalt, Methode, Kommunikationsformen und gesellschaftlicher Relevanz und auf Wechselbeziehungen zu Religion und Philosophie. Bis zu einem gewissen Grade kann man sogar behaupten, dass der Typ der neuzeitlichen Mathematik und Naturwissenschaft in dieser Periode erst geschaffen wurde. [...] Mit dem Begriff einer wissenschaftlichen Revolution soll hier - ohne weitere Reflexionen - die Tatsache ausgedrückt werden, dass die Entwicklung der Wissenschaften nicht gleichförmig in der Zeit verläuft, sondern Perioden rascheren oder langsameren Wachstums (und sogar Perioden des Verfalls) aufweist. [...] Abgesehen von der semantischen Frage, wie viele Jahre eine Revolution allenfalls umfassen darf, schliessen wir uns hier der von vielen Wissenschaftshistorikern vertretenen Auffassung an, dass die Wurzeln der Wissenschaftlichen Revolution bis in die Renaissance hinabreichen und ihre Wirkungen bis in die Frühaufklärung hinaufreichen. Vier Generationen von Männern haben diese durchgreifende Wandlung vollzogen, Männer wie [Nicolaus] Copernicus [1473-1543], [Galileo] Galilei [1564-1642], Brahe, Kepler, Fr.[ancis] Bacon [1561-1626], Descartes, Fermat, Guericke, [Blaise] Pascal [1623-1662], [William] Gilbert [1544-1603], Huygens, [Carl von] Linné [1707-1778], [William] Harvey [1578-1657], [Robert] Hooke [1635-1702], Newton, Leibniz, [James] Cook [1728-1779]. Ihre Leistungen und die ihrer Mitstreiter bewirkten eine gänzliche Umgestaltung der Mathematik, der Astronomie und der Mechanik, insbesondere der Dynamik, die recht eigentlich erst als wissenschaftliche Disziplin begründet wurde. Mit der Fortentwicklung von Algebra und Geometrie entstanden eine Mathematik der Variablen und die Infinitesimalmathematik und damit wurde den Naturforschern ein Instrumentarium höchster Leistungsfähigkeit in die Hand gegeben. [...] Interessant ist auch ein Blick auf den Umschwung in der sozialen Stellung der Naturforscher. Als Isaac Newton 1727 starb und in einem feierlichen Staatsakt in der Westminster Abbey in London beigesetzt wurde, war die Wendung im Grundsätzlichen bereits vollzogen: in nur vier Generationen hatte sich die Naturforschung gesellschaftliche Anerkennung erworben. Giordano Bruno [1548-1600] war im Jahre 1600 unter anderem wegen des

129 Gericke 1963, S. 6-12.

Eintretens für die heliozentrische Astronomie öffentlich hingerichtet worden. Galileo Galilei wurde noch deswegen vor Gericht gestellt und starb 1642 im Gewahrsam der Inquisition. Rene Descartes hielt noch brisante Teile seines Hauptwerkes zurück und ging 1628/29 in die Emigration nach Schweden. Newton aber konnte 1687 das wohl bedeutendste Werk der Naturwissenschaft in ihrer Geschichte publizieren, die *Philosophiae naturalis principia mathematica*. Wegen seiner Verdienste um die Wissenschaft und um die britische Münzreform wurde er geadelt und erhielt ein pompöses Staatsbegräbnis."[130]

4.2.1 Mathematische Theorien auf praktischer Grundlage oder Die theoretische Weiterentwicklung ohne Rücksicht auf die Grundlagenforschung

Hier soll es nicht darum gehen, das Wesen der Zahl zu klären, sondern um die Möglichkeiten, mit Zahlen zu rechnen.
Die Griechen behandelten algebraische Probleme oft in geometrischer Form, so daß sie die Sprache der Geometrie für die Algebra zur Verfügung hatten.[131] - „Im Abendland finden sich Regeln für die Addition von positiven und negativen Zahlen in einem Text, der in mehreren Handschriften erhalten ist und spätestens im 9. Jh. entstanden sein muß."[132]; dieser beginnt wie folgt: „Verum cum vero facit verum. Minus cum vero facit verum. Verum cum minus facit minus. Minus cum minus facit minus."[133] - Die Cossisten des 15. und 16. Jahrhunderts stützten sich in ihren algebraischen Texten - zuerst lateinisch, dann auch in den Landessprachen - nur mehr vereinzelt auf die von al-Hwarizmi herrührenden Skizzen zu dessen sechs überlieferten Gleichungstypen.[134]
Obwohl z. B. bei Diophant negative Zahlen anscheinend noch nicht deutlich angesprochen worden waren[135], diese bei Leonardo von Pisa jedoch bereits als praktische Lösungen auftraten[136], setzte sich im Westen nur zögernd die Bereitschaft durch, in algebraischen Fragestellungen auch negative Resultate als gleichwertig anzuerkennen; etwa dann, wenn nicht nur von Guthaben, sondern auch von Schulden auszugehen war. War hier doch sowohl dieses Ergebnis von seiner Wesensart her neu, als auch die entsprechende Notierung, nachdem + und - sich mit den ebenfalls noch ungewohnten indisch-arabischen Zahlzeichen erst allmählich ihren Platz im Verständnis der zugehörigen Leserschaft erobern mußten. Vor allem Michael Stifel

130 Wussing 2008, S. 379f.; verwiesen sei hier auf das sehr aussagekräftige Schema auf S. 380.

131 Tropfke 1980, S. 375.

132 Tropfke 1980, S. 146.

133 Bei Tropfke 1980, S. 146, gemäß Folkerts 1972, S. 41, zitiert.

134 Stifel 1553/1554, f. A 3^{r}, erläutert z. B., weshalb sich seiner Ansicht nach bei Rudolff 1525 keine geometrischen Beweise zur Gleichungslehre finden.

135 Gericke 1970, S. 53; Tropfke 1980, S. 144 und 145.

136 Gericke 1970,S. 53f.; Tropfke 1980, S. 146f., zeigt den Lösungsweg der entsprechenden Fragestellung „De quatuor hominibus et bursa ab eis reperta, quaestio notabilis" auf.

gebührt hier ein großes Verdienst, weil er den negativen den gleichen Rang wie den positiven Zahlen einräumte; er ließ negative Koeffizienten zu[137], wodurch er zu seiner bekannten Formulierung vermittels eines genormten Gleichungsansatzes anstelle der bei anderen Cossisten damals üblichen 24 gelangte: „Denn wie er [= Christoff Rudolff] verwirfft die menge der 24 Regeln vnd setzet da für 8 Regel der Coss / Also setze ich für die selbige 8 Regeln / ein einige Regel / mit der ich alles auss richt / das er mit seynen 8 Regeln hat aussgericht / [...]"[138] - Ob sich bei Michael Stifel mit „[...] habere duas radices (plures autem duabus, nulla aequatio habebit) naturaliter."[139] bezogen auf Grad zwei bereits der Gedanke in die Richtung auf den Fundamentalsatz der Algebra anbahnte?[140]

„Die entscheidende Wendung der Dinge, die den Übergang zur selbständigen Disziplin Algebra nach sich zog, war der Schritt von der geometrischen Lösung von Gleichungen dritten und vierten Grades zur rechnerischen Auflösung in Formelgestalt. Dieser wesentliche Fortschritt über die antike und muslimische Mathematik hinaus verbindet sich mit den Namen Scipione del Ferro (1463? - 1526), Niccolo Tartaglia (1506-1559), Girolamo Cardano (1501-1576) und Rafael Bombelli (1526-1572)."[141] Lineare Gleichungssysteme hätten ein besonders umsichtiges Vorgehen erfordert. Leonardo von Pisa löst eine Fragestellung nach vier Geldbeträgen, darunter ein negativer;[142] Nicolas Chuquet bringt bereits ein System von fünf Gleichungen mit fünf Unbekannten;[143] ÖNB Wien, Kodex *5277*, f. 244^{r}, um 1500 bis 1520, enthält eine Aufgabe, in der ein Zentner Blei *1^{co}*, ein Zentner Zinn *1^{n}* Gulden kostet;[144] Christoff Rudolff führt eine *Regula quantitatis* ein, wobei er *1x* und *1quantitas* als Unbekannte ansetzt; [145] Michael Stifel wählt neben *1res* die Bezeichnungen *1A*, *1B* usw.;[146] René Descartes schlägt schließlich x, y, z als Unbekannte vor.[147]

„Newton (1642-1727) gehört als Begründer der Fluxionsrechnung hauptsächlich in die Geschichte der Infinitesimalmathematik und ganz besonders in die Geschichte der Physik: [...] Aber Newton hat auch einen festen Platz in der Historiographie der Algebra. Newton hat zwischen 1673 und 1683 wiederholt Vorlesungen zur Algebra gehalten. Es ergab sich daraus 1707 eine *Arithmetica universalis*, [...] Dort finden

137 Stifel 1544, f. 249^{r}f.; Treutlein 1879, S. 80: „Er zuerst unter den deutschen Cossisten bricht also den Bann, welcher bis zu seiner Zeit über den quadratischen Gleichungen gewaltet hatte, den Bann der Meinung nämlich, als ob das Minuszeichen nicht in der Gleichung vorkommen dürfe,[...]"

138 Stifel 1553/1554, f. 147^{r}; siehe hierzu Gericke 1970, S. 50f.; Wussing 2008, S. 342.

139 Stifel 1544, f. 244^{v}; Kaunzner 1987, S. 170.

140 Gemäß Tropfke 1980, S. 152, behauptete Albert Girard (1595-1632) erstmals, daß eine Gleichung so viele Lösungen hat, wie ihr Grad angibt.

141 Wussing 2008, S. 386f.

142 Tropfke 1980, S. 146f.: „De quatuor hominibus et bursa ab eis reperta, quaestio notabilis".

143 Tropfke 1980, S. 147; Kaunzner 1987, S. 171.

144 Kaunzner 1987, S. 170.

145 Rudolff 1525, ff. [P vj^{v}]-[R vij^{r}]; Kaunzner/Röttel 2006, S. 87-100 und 220-228.

146 Stifel 1544, f. 251^{v}

147 Gericke 1990, S. 273.

sich Methoden zum Lösen von Gleichungen, Verfahren, um Teiler von Polynomen zu finden sowie Untersuchungen über Wurzeln von Gleichungen."[148]

4.2.2 Die Ontologie der Zahlen oder Die philosophische Fundierung des jeweils Erreichten, wenn auch bisweilen erst nach langer Anlaufzeit

Diese Thematik findet sich sowohl gelegentlich als Titel eines eigenen Kapitels innerhalb einer Geschichte der Zahlen, des Zahlbegriffs[149] oder der Mathematik, als auch als Leitgedanke in mancher philosophischen Abhandlung. Ziel hiervon ist es jeweils, das innere Wesen des momentan Erreichten aufzuspüren bzw. gar zu analysieren und zu erläutern. Eine geeignete Schreibweise, nicht zuletzt die jeweilige moderne Symbolik verhalfen hierbei den neuen Stand zu aktualisieren. Somit ist es nicht verwunderlich und erstaunlich, daß schon im 16. Jahrhundert die Null und die Eins ihre volle Daseinsberechtigung innerhalb des natürlichen bzw. ganzen Zahlenbereichs besaßen, weil der damalige Zeitgeist - geprägt von Handel und Gewerbe, Wissenschaft und Kunst - dies erforderte.
Während die Zahl vordem bisweilen vielleicht gar „als eine Eigenschaft der gezählten Dinge"[150]angesehen worden war, geriet sie nun selbst ins Zentrum der Überlegungen; freilich nicht mehr im Sinn von rein gedanklicher Spekulation, sondern von wissenschaftlicher Fundierung: „The way all mathematical texts before the 1580s understood numbers remained unaltered from the time of the Greeks. Number was defined as a plurality or a multitude of ones. The one, since it is not a multitude of ones, was viewed not as a number but as the origin thereof. For the one to perform as the basic building block of number, it had to be indivisible, and so fractions too were denied the status of number. To us, a number concept that excludes the one and fractions - to say nothing of zero, negative, and irrational numbers - seems destined for quick extinction. The reason for its longevity is that Greek, medieval, and Renaissance mathematicians approached number ontologically, by asking what number is. Only after describing it as the sort of thing that answers the question ‚How many?' and may be arrived at by counting, would they turn toward mathematical entities, raising to the status of number solely those that accorded with their solution. In other words, mathematicians treated numbers not as concepts but as things ontologically prior to their expression by signs. Numbers in this, the classical number concept, also stood prior to mathematical operations, because individual operations - like four divided by seven - yielded results that lay outside the number domain. Rather than treat the laws of calculation, Greek arithmetic studied the properties of individual numbers. Although Greek inventors of the classical number concept had their own notation, the notation displaced by Hindu-Arabic numerals was the Roman.[...] The

148 Wussing 2008, S. 398.

149 In letzter Zeit z. B. Hull 2004, pp. 126-129, Abschnitt: *The Ontology of Numbers*

150 Gericke 1970, S. 18.

relation between Roman numerals and numbers may be described as referentialist, that is subscribing to the commonsense model of representation in which individual signs point to corresponding things that exist ontologically prior to and independent of them. Not so Hindu-Arabic notation. Its new sign, the zero, arises from the principle of place-value: as that which occupies empty places in order to prevent, say, 202 from collapsing into 22. [...] the chief practical advantage of Hindu-Arabic notation is that its syntactical properties allow calculating to be performed in it directly. Due to their openness to calculation, Hindu-Arabic numerals democratized mathematics, letting emerge, in addition to mathematical philosophers of the academy, a class of mathematical practitioners who thought not in terms of ontology (‚What is number? Is it a plurality ...') but in terms of syntax and its effects. [...] After the appearance of Hindu-Arabic notation but before Stevin, early arithmetics still strive to explain its figurae arismeticae by concepts associated with the Roman litterae arismeticae. Their definition of number survives unchanged."[151]

4.2.3 Nicht reelle Zahlen[152]

Anfang er neuzeitlichen Mathematik im Abendland steht die algebraische Lösung der kubischen Gleichung, die zuerst Scipione del Ferro um 1515 gelang. Diese Lösungsmethode mittels der sog. Cardanischen Formel hat nun wesentlich zur Einführung der komplexen Zahlen beigetragen. Das ist zunächst erstaunlich, denn komplexe Zahlen müßten ja eigentlich schon bei der Lösung quadratischer Gleichungen auftreten[153], und quadratische Gleichungen konnten bereits die Babylonier lösen. Tatsächlich erscheinen komplexe Zahlen erstmals in der Ars magna von Cardano (1545), [...] bei der Aufgabe x+y = 10, xy = 40. [...] was Cardano [...] so hinschreiben konnte: 5. p. R. m. 15, 5. m. R. m. 15."[154] „Bombelli gebrauchte eine neuartige Bezeichnungsweise: Für Wurzeln aus negativen Zahlen [...] in moderner Schreibweise gibt

151 Ostashevsky 2004, pp. 206-208.

152 Ein Überblick bei Tropfke 1980, S. 151-156; Gericke 1990, S. 236-241.

153 Läßt sich bei Stifel 1544 f. 244^{r}, innerhalb von *De extractione radicum ex numeris Cossicis. Caput IIII.*, bereits ein entsprechender Ansatz aufzeigen? Denn, nachdem er $x^2 = 8x+38$ und $x^2 = 38-8x$ hinsichtlich seiner Lösungsvorschläge diskutierte, formuliert er: „Et quoties signum subtractorum mediat in ea parte aequatiorus, quae aequatur $1x^2$, ita ut numerus absolutus stet a parte signi diminutorum, ut sic 8x- 38, tunc in tertio membro modi praedicti, fit subtractio, & non fit additio, uidelicet propter ipsum signum subtractorum fit subtractio, cum hic non multiplicetur subtractum in se, per membrum secundum, sicut in priore dispositione aequationis fiebat."; Michael Stifel rechnet dieses Exempel $x^2 = 8x-38$ also weder durch, sondern er gibt nur seinen allgemeinen Lösungsweg an, noch versucht er dessen Lösungen wie bei der hierauf folgenden Aufgabe $x^2 = 12x-8$ geometrisch zu verifizieren. - Gerhardt 1877, S. 70f., bemerkt zur hier anstehenden Problematik: „Im vierten Capitel handelt Stifel über die Wurzelausziehung aus algebraischen Ausdrücken, [...] In Betreff der quadratischen Gleichungen ist zu bemerken, daß auch Stifel die negativen Wurzeln unberücksichtigt läßt; als besondere Fälle betrachtet er die Gleichungen (z.B. $x^2 = 18x-72$), die zwei positive Wurzeln haben, und erklart ausdrücklich, daß abgesehen davon eine Gleichung nicht mehr als eine Wurzel haben könne."; siehe auch Kaunzner 1987, S. 170 mit Fußn. 122. - Aubel 2008, S. 339 Fußn. 1116, bemerkt unter Hinweis auf Stifel 1544, f. 240^{v} „AMASIAS" als Lösungsweg bei quadratischen Gleichungen: „Mit Hilfe der[...] Figur begründet Stifel seinen Lösungsalgorithmus *AMASIAS* für quadratische Gleichungen der Form $x^2 + q = px$ mit $p, q > 0$."

154 Gericke 1971, S. 170; ebenfalls hierzu Tropfke 1980, S. 151.

Bombelli folgende Rechenregeln: (+1)(i) = +i, (-1)(i) = -i, (+1)(-i) = -i, (-1)(-i) = +i, (+i)(+i) = -1, (-i)(+i) = +1, (+i)(-i) = +1, (-i)(-i) = -1. [...] Mit Bombelli bricht die Kette innovativer Mathematiker aus Italien (zunächst) ab, wohl im Zusammenhang mit der Gegenreformation und der Beschneidung der Gedankenfreiheit. So verlagerte sich das Schwergewicht der Fortentwicklung der Mathematik nach West- und Mitteleuropa."[155]
„In der Folgezeit hat man sich viel mit diesen ‚imaginären' Größen beschäftigt (der Ausdruck ‚imaginär' stammt aus Descartes' Geometrie), und es zeigte sich, daß sie in der Mathematik sehr nützlich sind. Aber erst gegen Ende des 18. Jh.s wurden sie als mathematische Gegenstände legitimiert, [...]"[156] - Der Fachausdruck *komplexe Zahlen* wurde 1831 von Carl Friedrich Gauss (1777-1855) eingeführt.[157]

4.2.4 Das Endliche und das Unendliche

Seit wann weiß man um das Verfahren, Mengen miteinander zu vergleichen, indem man ihre Elemente bijektiv aufeinander abbildet?[158] Albert von Sachsen (um 1316 - 1390) - er war 1365 aus Paris nach Wien gekommen - stellte in seinen *Questiones subtilissime in libros de celo et mundo*, in einer philosophischen Abhandlung, auch die Frage, „ob die Welt unendlich ist, allgemeiner um das Unendliche überhaupt, und dabei u. a. darum ‚ob ein Unendliches größer oder kleiner sein kann als ein anderes, wenn es mehrere Unendlich gibt' *(utrum infinitum possit esse maius vel minus alio, si essent plura infinita)*"[159]; er behauptete zudem, daß es ebenso viele gerade wie ganze Zahlen gibt;[160] Galileo Galilei stellte 1638 fest, daß die Anzahl der Quadratzahlen gleich derjenigen der ganzen Zahlen ist.[161]
Während der Epoche der „Deutschen Coß" - zwischen etwa 1455 und etwa 1550 - waren dergleichen Fragenkomplexe nach dem Unendlichen nicht primär aktuell, doch sie traten anschließend, hauptsächlich bei der Zusammenstellung engmaschiger Tabellen, bei trigonometrischen Ansätzen, bei logarithmischen Untersuchungen, bei der Betrachtung von unendlich klein und unendlich groß usw., gewissermaßen von außen her in den Vordergrund; vermittels der Differential- und Integralrechnung wurde hierbei sozusagen der geometrische Aspekt des Unendlichen weiterentwickelt.[162]

155 Wussing 2008, S. 394.

156 Gericke 1971, S. 171.

157 Gericke 1970, S. 57; Gericke 1990, S. 236.

158 Gericke 1977, S. 54; Gericke 1980, S. 217.

159 Gericke 1977, S. 54 und 59; auch Tropfke 1980, S. 125; Gericke 1990, S. 142-144.

160 Gericke 1977, S. 54.

161 Gericke 1977, S. 54.

162 Gericke 1980, S. 216.

Nachwort

Was hatte sich also hinsichtlich „Das Rechnen von Georg von Peuerbach bis Newton!" alles verändert, was war gleich geblieben? Der Buchdruck hatte wohl die wichtigste Position für die Verbreitung mathematischer Kenntnisse während dieses Zeitraums inne, wenn auch Peuerbachs *Opus Algorismi jocundissimum* - die erste im deutschen Sprachraum verfaßte Rechenanleitung[163], deren Autograph jedoch verschollen ist - zunächst nur handschriftlich verbreitet und nachweislich erst ab etwa 1498 gedruckt wurde, seine *Compositio tabulae sinus*[164] jedoch nie unter die Presse kam. Bereits vor dieser Zeit und bis etwa 1525 hatte sich in Wien, Regensburg, Ingolstadt, Nürnberg, Leipzig, Erfurt und Krakau eine ausgesprochene Elite etabliert, so daß von dort aus mathematisches Wissen, teils handschriftlich, teils gedruckt, in die damalige Fachwelt gelangte; es handelte sich hierbei vorwiegend um Kaufmannsrechenbücher und um algebraische Schriften, in denen überkommenes Gedankengut, nun freilich im Gewand der indisch-arabischen Ziffern und der neuen Symbolik, einem breiteren Interessentenkreis als früher zur Verfügung stand; gebräuchliche Methoden waren: Dreisatz, regula falsi, Faustregeln, cossische Verfahren.

Während schon im 13./14. Jahrhundert neu geschaffene kommunale Bildungsstätten auf den damaligen Wohlstand eines einflußreichen und gut situierten Bürgertums hingewiesen hatten[165], lassen sich für den Beginn des hier betrachteten Zeitabschnitts - 15. Jahrhundert - freilich zunächst nur vereinzelt Rechenschulen nachweisen, in denen wohl mehr schlecht als recht immer noch Linienrechnen und einfache Methoden gewöhnlich auf römische Art und Weise praktiziert und gelehrt wurden. Die Algorithmiker wiesen in der Folgezeit jedoch eindeutig den Weg vom mechanischen, dem Rechnen auf den Linien, zum rein intellektuellen Verfahren, dem Rechnen mit der Feder.[166]

Am Ende dieser Epoche - im 17./18. Jahrhundert - hatten sich freilich die indisch-arabischen Ziffern auch im täglichen Umgang und im Kaufmännischen, im Handel, im Handwerk und in den schulischen Einrichtungen, und zwar über die Grundrechnungsarten und in zahllosen aus der Praxis gegriffenen Beispielen eingebürgert; ihre Form hatte sich durch den Buchdruck stabilisiert, auch wenn es in den deutschsprachigen Ländern keine allgemeine Schulpflicht gab, so daß noch lange nicht jeder Lesen, Schreiben und Rechnen konnte und auf den Uhren soferne vorhanden, weiterhin römische Zahlzeichen erschienen.

Mit dem Begriff *arabische Ziffern* - und nicht mehr *figurae characteres elementa notae, literae*[167] - konnte nun aber so mancher wesentlich mehr anfangen als früher,

---

163 Hierzu z.B. Gerhardt 1877, S. 9-11; Kawizner 2005, S. 106-114.

164 Vorhanden in ÖNB Wien, Kodex 5277, ff. 287^{r}-289^{v}; hierzu Glowatzki/Göttsche 1990, S. 115-125; Kaunzner 2005, S. 102f.

165 Thalhofer 1928, S. 97.

166 Günther 1887, S. 309f., äußert sich so.

167 Treutlein 1877, S. 37f.; Kaunzner 1987, S. 157.

nachdem z. B. Christian Wolff (1679-1754) in seinen Lehr- und Handbüchern die bis dahin übliche dogmatische Lehrmethode beim Rechenunterricht erfolgreich angegangen hatte[168] und die Zahlenbezeichnungen vereinheitlicht worden waren; so sagte man z.B. schon „Million", wie in Italien angeblich bereits um 1250 gebräuchlich[169], von Piero Borghi (15. Jh.) und anderen verwendet[170], wohl aber noch „tausanttausanttausant" für das spätere 10^9.[171] Große Zahlen ließen sich immer noch dadurch leichter erkennen, daß man sie durch übergesetzte Punkte oder kleine Buchstaben a, b, c in Dreiergruppen gliederte.

Die problematischen Bindeglieder zwischen beiden Gruppen, den Akademikern und den Rechenmeistern, welche neue mathematische Kenntnisse schließlich ab dem 17. Jahrhundert teils als elitäre Wissenschaft, teils als grobe Praxis in weite Bereiche des nichtalltäglichen und des alltäglichen Lebens eindringen ließen, waren offensichtlich zunächst die aus der Antike, sowie von den Römern, den Juden, den Indern, den Muslimen und aus der mittelalterlichen Klosterliteratur stammenden arithmetischen, geometrischen, trigonometrischen, algebraischen, musiktheoretischen und astronomischen Schriften, ferner sonstige einschlägige Abhandlungen, die man traditionsgemäß bis weit in die Neuzeit hinein zu den *Mathematica* zählte[172], noch bevor sie nun vermittels neuer Methoden in eigenen wissenschaftlichen Disziplinen abgehandelt wurden.

Als systematische Bindeglieder zwischen den damaligen Theoretikern und den Praktikern könnte man hingegen die gemeinsame Verwendung von Plus- und Minuszeichen bezeichnen[173], sowie Malkreuz und Malpunkt[174] (Abb. 8), Bruchstrich und

168 Kuckuck 1874, S. 225f.: Das großenteils bis ins 18. Jahrhundert hinein übliche „Regelrechnen" stellte an die Denkkraft der Schüler die geringsten Anforderungen; an das Gedächtnis derselben aber sehr hohe.[...] Als einer der bedeutendsten Gegner der damaligen beim Rechenunterricht befolgten Methode gilt Christian Wolf, „der berühmte Hallensische Kanzler und Professor"; dieser schreibt: „Es ist nicht genug, dass der Lehrer die Wahrheit sagt, die Schüler müssen auch begreifen, dass es Wahrheit ist. Der Nutzen der Mathematik fällt weg, wenn man ihre Lehren auf gemeine Art vorträgt, nach welcher sie mehr vom Gedächtniss als vom Verstand gefasset werden."

169 Tropfke 1980, S. 14.

170 Borghi 1484, f. 5^{v}; Kaunzner 1987, S. 157. - Tropfke 1980, S. 14-16, bringt eine zeitliche Übersicht hinsichtlich der Verwendung des Wortes „Million".

171 Treutlein 1877, S. 42; Kaunzner 1987, S. 157.

172 Zu den *Mathematica* gehörten neben dem Quadrivium z. B. Astrologie, Kalenderrechnen, Geographie, Kartographie, Geodäsie, Kosmographie, Geomantie, Punktierkunst, Mechanik, Optik, Perspektive, Vermessungskunde, Instrumentenkunde usw.; hierzu etwa Kaunzner 2005, S. 95.

173 Diese und die Symbole für die algebraischen Potenzen sind Kennzeichen der „Deutschen Coß".

174 Der Malpunkt könnte aus „in" bei schneller Schreibweise hervorgegangen sein, wie etwa in der Handschrift der Staats- und Stadtbibliothek Augsburg, *8º Cod 1*, f. 4', zu erkennen ist; siehe Kaunzner 1973, S. 318-. Siehe auch Kaunzner 1968/2, S. 8 mit Fußn. 17, und S. 15, wo auf die Darstellung „sprich 1-8 ist achte" in der Prager Handschrift *XI.C.5*, f. 147', aus der Zeit um 1500 verwiesen wird.

Doppelpunkt[175], Wurzelpunkt[176] und -haken[177] (Abb. 9), Gleichheitszeichen bei Johannes Regiomontanus[178] und bei Robert Recorde[179] (um 1510 - 1558), Ungleichheitszeichen[180], Symbol für Unendlich bei John Wallis (1616-1703)[181], Zeichen für die Zusammenfassung[182], unendliche Reihen, verschiedene Proben usw.
Die Potenzbezeichnungen, die ursprünglich offensichtlich aus der Symbolisierung der Algebra[183] hervorgegangen waren, hatten freilich zum Teil eine wahre Odyssee an Namensgebungen und Gestaltungsmöglichkeiten hinter sich, bis sie ihre endgültige Form erlangten, selbst wenn sie sich - wie einige Symbole der „Deutschen Coß" - anfangs mehr als ein Jahrhundert lang unverändert nachweisen lassen[184]. Aus den von den Muslimen gewählten Wörtem[185] *dirhem, sai'* oder *gidr, mal, ka^c^b* für das spätere x^0, x, x^2, x^3 waren schon in den lateinischen Übersetzungen des zwölften Jahrhunderts und in deren folgenden Bearbeitungen die Fachausdrucke *dragma* oder *numerus, res* oder *causa* auch *latus* bzw. *radix, census* oder *quadratus* auch *substantia, cubus* geworden; im italienischen Raum hatte man die Unbekannte cosa genannt, und die hiesige algebraische Gleichungslehre hieß - mit zum Teil eigenen Bezeichnungen wie *zal* oder *ding* für die Konstante, *wurcz* für das gesuchte Stück, *zins* für dessen Quadrat - einfach die „Coß" oder die „Coss".
Im Verlauf der angesprochenen Jahrhunderte wurde eine Vielzahl genormter Symbole geschaffen[186], die freilich vordringlich und eher die Arbeitsweise der wissenschaftlich Tätigen erleichterten, förderten und verständlich machten, als daß sie je im täglichen Umgang etwa im Schulbetrieb bzw. im Kaufmännischen benötigt worden wären oder gar dort Anwendung gefunden hätten. Besondere Schlußweisen,

175 Tropfke 1902, S. 137: Der Doppelpunkt wurde 1684 von Gottfried Wilhelm Leibniz eingeführt.

176 Widmann 1489, f. 210^r, gibt für die Höhe des gleichseitigen Dreiecks der Kante 10 die Lösung √75 als „75" an, wobei der Setzer den vorgesetzten Wurzelpunkt ziemlich weit nach unten verrutschte. - Eigenartige Bezeichnungen für 2., 3. und 4. Wurzeln, nämlich einer, drei, zwei vorgesetzte Punkte, begegnen in einem *Algorismus de Surdis* und *De aliquibus speciebus cubicorum*, wohl 1500-1520, in ÖNB Wien, Kodex 5277, ff. 379^v-382^r.

177 Frühe Nachweise von der Hand von Adam Ries in SLUB Dresden, Kodex *C 349*., f. 126^v.

178 Ein langer waagrechter Strich.

179 Das heute gebräuchliche Gleichheitszeichen in Recorde 1557, f. Ff. i.^{v}: „J will sette as J doe often in woorke vse,a paire of paralleles, or Gemowe [?] lines of one lengthe, thus: ======, bicause noe. 2. thynges, can be moare equalle."; siehe auch Tropfke 1980, S. 171. - Allgemein zum Gleichheitszeichen: Tropfke 1980, S. 170-172.

180 Siehe etwa Tropfke 1980, S. 170-172.

181 Bei Tropfke 1902, S. 142, die entsprechenden literarischen Nachweise; Menninger 1958/II, S. 51.

182 Tropfke 1902, S. 138-141; Tropfke 1980, S. 172-175.

183 Dieses Wort leitet sich her aus dem Titel von al-Hwarizmi's Gleichungslehre: Al-kitab al-muhtasar fi hisab al-gabr wa-l-muqabala, verfaßt um 830 in Bagdad.

184 So verwendet Johannes Kepler gemäß List/Bialas 1973, S. 44 und Bildtafel, noch die nämlichen algebraischen Symbole wie Johannes Widmann 1486 in seiner Algebravorlesung in Leipzig; hierzu etwa SLUB Dresden, Kodex *C 80*., f. 289^r: Algebraisches Rechnen.

185 Siehe hier z.B. Tropfke 1980, S. 376.

186 Gerhardt 1877, S. 50: „Es sind dies die ersten Anfänge der Zeichensprache, durch welche die Mathematik emen bemerkenswerthen Vorzug vor allen andern Wissenschaften voraus hat, und von deren passender Wahl der Fortschritt der Theorie wesentlich abhängt. Die deutschen Algebristen um den Anfang des 16. Jahrhunderts haben dazu den Grund gelegt, und zwar nicht durch Zufall, sondern in richtiger Erkenntniß der Wichtigkeit der Sache."

wie z. B. die vollständige Induktion, die durch Blaise Pascal - vermutlich bei Behandlung der Binomialkoeffizienten - Beweiskraft erlangte[187], vergrößerten zudem laufend den Abstand zwischen beiden Gruppen. Die mathematische Fachsprache hingegen vereinheitlichte sich immer mehr[188] damit und wodurch sie international verständlich wurde; die Auswirkungen des Prioritätsstreits zwischen Isaac Newton und Gottfried Wilhelm Leibniz sind ein markantes Beispiel hierfür.
Im 13. und 14. Jahrhundert waren im Zuge des Bekanntwerdens der indisch-arabischen Ziffern in den Algorismen vorwiegend praktische Probleme behandelt worden, die man freilich gemäß der geistigen Einstellung theoretisierte. Zwischen etwa 1455 und etwa 1550 war eine theoretische Richtung die wegweisende; man betrieb symbolische Algebra. Um 1600 herrschte in der Mathematik wieder ein praktischer Zug vor: Prosthaphairese, Rechnen mit Logarithmen, experimentelle Vorüberlegungen zur infinitesimalen Betrachtungsweise, Stetigkeit; durch ihre Problematik führten einige dieser Fragen fast bis an die Funktion heran[189] und stellten hierdurch offensichtlich die in der Renaissance unterbrochene Verbindung zwischen Mathematik und Philosophie wieder her[190]. - Zahlentabellen scheinen in der hier angesprochenen Epoche zwei Höhepunkte erfahren zu haben: einmal zwischen 1400 und 1470, als die indisch-arabischen Ziffern auch über die astronomischen und trigonometrischen Tafeln verbreitet und in weiteren Bereichen als bis dahin bekannt gemacht wurden; zum anderen durch die Methoden der Prosthaphairese ab etwa 1515 und durch die umfassende Verwendungsmöglichkeit, wie sie sich durch das Rechnen mit Logarithmen ergab, sowie seit Tycho Brahe und Johannes Kepler durch neue Überlegungen aus der Astronomie.[191] - Graphische Verfahren finden sich bereits im 15. Jahrhundert, etwa als Sonnenuhr oder in der Visierkunst, so daß sich für den Zeitraum zwischen 1400 und 1600 folgende Tendenz abzeichnet: Zahlentabelle - Graphik - Zahlentabelle - Funktionsmäßiges Erfassen.[192]
Die Einführung und die Neuschöpfung von Symbolen für die mathematische Fachsprache und für deren Schreibweise, sowie die Weiterentwicklung bzw. Verfeinerung bestehender, bereits genormter Zeichen, welche die Verständigungsmöglichkeiten der damaligen Mathematiker- der Praktiker und der Theoretiker - erleichtern sollten, waren sehr wichtige und bedeutende Errungenschaften seit der Renaissance; denn, so manches hiervon hat sich - man denke nur an „plus" und „minus" - bis heute unverändert erhalten.

187 Cantor 1900, S. 749; Wussing 2008, S. 448; Kaunzner 1980, S. 412.

188 Ein gediegener anfänglicher Überblick fmdet sich bei Reiner 1961.

189 Cantor 1900, S. 828; Kaunzner 1973, S. 327 mit Fußn. 23.

190 Kaunzner 1973, S. 326f.; auch Kaunzner 1987, S. 147f.

191 Kaunzner 1973, S. 326.

192 Kaunzner 1973, S. 328.

Literatur

Albrecht, Johann: Rechenbüchlein auff der linien [...], Wittemberg 1534 (Georg Rhaw); [zitiert gemäß Kuckuck 1874, S. 207 Fußn. **)].

Allard, André: Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi: Le Calcul Indien (Algorismus). Histoire des textes, édition critique, traduction et commentaire des plus anciennes versions latines remaniées du XIIe siècle, Paris / Namur 1992.

Aubel, Matthias: Michael Stifel. Ein Mathematiker im Zeitalter des Humanismus und der Reformation. Algorismus. Studien zur Geschichte der Mathematik und der Naturwissenschaften, Herausgegeben von Menso Folkerts, Heft 72, Augsburg 2008.

Borghi, Piero: Arithmetica, Venedig 1484 [Reprint 1964].

Breidert, Wolfgang: Die figurierten Zahlen beim Ulmer Rechenmeister Johannes Benz, in: Menso Folkerts und Uta Lindgren (Hrsg.): Mathemata, Festschrift für Helmuth Gericke; Boethius, Band 12; Stuttgart 1985, S. 397-407.

Busard, Hubertus Lambertus L.: Der Traktat „De sinibus, chordis et arcubus" von Johannes von Gmunden. Österreichische Akademie der Wissenschaften, Math.-Naturw. Klasse, Denkschriften, Band 116, Abhandlung 3, Wien 1971, S. 71-113.

Cantor, Moritz: Vorlesungen über Geschichte der Mathematik, Band 1, Leipzig[3] 1907; Band 2, Leipzig[2] 1900.

Curtze, Maximilian: Petri Philomeni de Dacia in Algorismum vulgarem Johannis de Sacrobosco Commentarius, Kopenhagen 1897.

Curtze, Maximilian: Eine Studienreise. Centralblatt für Bibliothekswesen, Heft 6 und 7 (1899).

Devreese/Vanden Berghe 2008 = Jozef T. Devreese and Guido Vanden Berghe: „Magic is No Magic". The Wonderful World of Simon Stevin, Southampton, Boston 2008.

DNB = Der Neue Brockhaus, Wiesbaden [3]1964.

DSB = Charles Coulston Gillispie (ed. in chief): Dictionary of Scientific Biography, New York.

Folkerts, Menso: Pseudo-Beda: De arithmeticis propositionibus. Eine mathematische Schrift aus der Karolingerzeit, in: Sudhoffs Archiv 56 (1972), S. 22-43.

Folkerts, Menso: Die älteste lateinische Schrift über das indische Rechnen nach al-Hwarizmi. Bayerische Akademie der Wissenschaften, Phil.-Hist. Klasse, Abhandlungen, Neue Folge, Heft 113, München 1997.

Folkerts, Menso: Algebra in Germany in the Fifteenth Century, in: Menso Folkerts (ed.): The Development of Mathematics in Medieval Europe: Variorum Collected Studies Series CS 811/XII (2006), pp. 1-18.

Gerhardt, Carl Immanuel: Zur Geschichte der Algebra in Deutschland, in: Berliner Monatsberichte: Teil 1 vom 10.1.1867, Teil 2 vom 17.2.1870.

Gerhardt, Carl Immanuel: Geschichte der Mathematik in Deutschland, München 1877.

Gericke, Helmuth: Beziehungen zwischen Mathematik, Naturwissenschaft und Technik in früheren Zeiten, in: Humanismus und Technik 9 (1963), Heft 1, S. 1-12.

Gericke, Helmuth: Geschichte des Zahlbegriffs. B.I.-Hochschultaschenbücher, Band 172/172a*, Mannheim / Wien / Zürich 1970.

Gericke, Helmuth: Zur Geschichte des Zahlbegriffs, in: Mathematisch-physikalische Semesterberichte, Neue Folge, Band XVIII (1971), Heft 2, S. 161-176.

Gericke, Helmuth: Wie vergleicht man unendliche Mengen?, in: Sudhoffs Archiv 61 (1977), Heft 1, S. 54-65.

Gericke, Helmuth: Wie dachten und denken die Mathematiker über das Unendliche?, in: Sudhoffs Archiv 64 (1980), Heft 3, S. 207-225.

Gericke, Helmuth: Mathematik im Abendland, Berlin / Heidelberg / New York / London / Paris / Tokyo / Hong Kong 1990.

Gesner, Conradus: Bibliotheca Vniuersalis, siue Catalogus omnium scriptorum locupletissimus, Zürich 1545 (Christophorus Froschouerus).

Glowatzki/Göttsche 1990 = Ernst Glowatzki und Helmut Göttsche: Die Tafeln des Regiomontanus ein Jahrhundertwerk. Algorismus. Studien zur Geschichte der Mathematik und der Naturwissenschaften, Herausgegeben von Menso Folkerts, Heft 2, München 1990.

Gmunden, Johannes von: Jncipit tractatus de Minucijs phisicis: compositus Vienne Austrie per magistrum Joannem de Gmunden, Wien 1515 (Joannes Singrenius).

Grundel, Friedrich: Die Mathematik an den deutschen höheren Schulen, Teil 1, Leipzig und Berlin 1928.

Günther, Siegmund: Geschichte des mathematischen Unterrichts im deutschen Mittelalter bis zum Jahre 1525, Berlin 1887 [Reprint 1969].

Hofmann, Joseph Ehrenfried: R. Bombelli - Erstentdecker des Imaginären. Praxis der Mathematik, Heft 9 (1972).

Hull, Gordon: Hobbes and the Premodern Geometry of Modem Political Thought, in: David Glimp and Michelle R. Warren (eds.): Arts of Calculation. Quantifying Thought in Early Modem Europe, Houndmills, Basingstoke, Hampshire 2004, pp. 115-135.

Juschkewitsch, Adolf Pavlovitsch: Geschichte der Mathematik im Mittelalter, Leipzig 1964.

Kästner, Abraham Gotthelf: Geschichte der Mathematik, Band l, Göttingen 1796.

Kaunzner 1968/1 = Kaunzner, Wolfgang: Über Johannes Widmann von Eger. Veröffentlichungen des Forschungsinstituts des Deutschen Museums für die Geschichte der Naturwissenschaften und der Technik, Reihe C, Quellentexte und Übersetzungen, Nr. 7, München 1968.

Kaunzner 1968/2 = Kaunzner, Wolfgang: Über eine arithmetische Abhandlung aus dem Prager Kodex XI.C.5. Veröffentlichungen des Forschungsinstituts des Deutschen Museums die Geschichte der Naturwissenschaften und der Technik, Reihe C, Quellentexte und Übersetzungen, Nr. 8, München 1968.

Kaunzner, Wolfgang: Gedanken zur praktischen und theoretischen Mathematik vor Kepler, in: Verhandlungen des Historischen Vereins für Oberpfalz und Regensburg, Band 112 (1972), S. 267-278.

Kaunzner, Wolfgang: Beiträge zur mathematischen Literatur des 13. bis 16. Jahrhunderts, in: Sudhoffs Archiv 57 (1973), Heft 3, S. 315-328.

Kaunzner, Wolfgang: Von Albertus Magnus zu Johannes Kepler, in: Verhandlungen des Historischen Vereins für Oberpfalz und Regensburg, Band 120 (1980), S. 407-430.

Kaunzner, Wolfgang: Über Charakteristika in der mittelalterlichen abendländischen Mathematik, in: Mathematische Semesterberichte, Band XXXIV/1987, Heft 2, S. 143-186.

Kaunzner, Wolfgang: Johann Neudörffer der Ältere aus Nürnberg, Kalligraph und einflußreicher Mathematiker, in: Hartmut Roloff und Manfred Weidauer (Hrsg.): Wege zu Adam Ries. Tagung zur Geschichte der Mathematik Erfurt 2002. Algorismus, Heft 43, Augsburg 2004, S. 163-234.

Kaunzner, Wolfgang: Über Georg von Peuerbach, einen Wegbereiter der modernen Mathematik am Übergang vom Mittelalter zur Neuzeit, in: Rainer Gebhardt (Hrsg.): Arithmetische und algebraische Schriften der frühen Neuzeit. Schriften des Adam-Ries-Bundes Annaberg-Buchholz, Band 17, Annaberg-Buchholz 2005, S. 93-116.

Kaunzner, Wolfgang: Über Henry Briggs, den Schöpfer der Zehnerlogarithmen, in: Rainer Gebhardt (Hrsg.): Visier- und Rechenbücher der frühen Neuzeit. Schriften des Adam-Ries-Bundes Annaberg-Buchholz, Band 19, Annaberg-Buchholz 2008, S. 179-214.

Kaunzner/Röttel 2006 = Wolfgang Kaunzner und Karl Röttel: Christoff Rudolff aus Jauer in Schlesien, Eichstätt 2006.

Klug, Rudolf: Der Astronom Johannes von Gmunden und sein Kalender. Programm des k. k. Staatsgymnasiums Linz 1912, Linz 1912, S. 1-35.

Köbel, Jakob: Rechenbuch Auff Linien vnd Ziffern [...], Frankfurt/Main 1544 (Christian Egenolff).

Kuckuck, Albert: Die Rechenkunst im sechzehnten Jahrhundert. Programm Gymnasium Graues Kloster, Berlin 1874, S. 202-228.

List/Bialas 1973 = Martha List - Volker Bialas: Die Coss von Jost Bürgi in der Redaktion von Johannes Kepler. Bayerische Akademie der Wissenschaften, Math.-Naturw. Klasse, Abhandlungen, Neue Folge, Heft 154, München 1973.

Menninger, Karl: Zahlwort und Ziffer. Eine Kulturgeschichte der Zahl, Göttingen [2]1958. Band I: Zählreihe und Zahlsprache; Band II: Zahlschrift und Rechnen.

Ostashevsky, Eugene: Crooked Figures: Zero and Hindu-Arabic Notation in Shakespeare's Henry V, in: Glimp/Warren (eds.) [siehe Hull 2004], pp. 205-228.

Pedersen, Fritz Saaby: Petri Philomenae de Dacia et Petri de S. Audomaro opera quadrivilia. Pars I: Opera Petri Philomenae, Kopenhagen 1983.

Pray, Georgivs: Index Rariorvm Librorvm Bibliothecae Vniversitatis Regiae Bvdensis, Pars 2, K.-Z., Bvdae 1781.

Recorde, Robert: The Grovnd of Artes [...], London 1542 (Reynold Wolff) [Reprint 1969).

Recorde, Robert: The whetstone of witte, [...], London 1557 (Jhon Kyngston) [Reprint 1969].

Reiner, Karl: Die Terminologie der ältesten mathematischen Werke in deutscher Sprache nach den Beständen der Bayerischen Staatsbibliothek, Diss. Universität München 1961.

Reiss, Timothy J.: Calculating Humans: Mathematics, War, and the Colonial Calculus, in: Glimp/Warren (eds.) [siehe Hull 2004), pp. 137-163.

Ries, Adam: Rechnung auff der linihen [...], Erfurt 1525 (Mathes Maler).

Rudolff, Christoff: Behend vnnd Hubsch Rechnung durch die kunstreichen regeln Algebre / so gemeincklich die Coss genennt werden. [...], Straßburg 1525 (Vuolfius Cephaleus Ioanni Iung).

Schreyber, Heinrich: Ayn new kunstlich Buech welches gar gewiß vnd behend lernet nach der gemainen regel Detre / welschen practic / regeln falsi vnd etlichen regeln Cosse [...], Nürnberg 1518/1521 (Johannes Stuechs).

Shank, J. B.: Fontenelle's Calculus: The Cultural Politics of Mathematics in Louis XIV's France, in: Glimp/Warren (eds.) [siehe Hull 2004), pp. 93-114.

Smith, David Eugene: Rara Arithmetica, New York [4]1970.

Sonar, Thomas: Der fromme Tafelmacher. Die frühen Arbeiten des Henry Briggs, Berlin 2002.

Sterner, Matthäus: Geschichte der Rechenkunst, Teil 1, München und Leipzig 1891.

Stifel, Michael: Arithmetica Integra, Nürnberg 1544 (Johan. Petreius).

Stifel, Michael: Die Coss Christoffs Rudolffs, Königsberg 1553/1554 (Alexander Lutomyslensis).

Tannstetter, Georg: Tabulae Eclypsium Magistri Georgij Peurbachij. Tabula Primi mobilis Joannis de Monte regio, Wien 1514.

Thalhofer, Franz Xaver: Unterricht und Bildung im Mittelalter. Sammlung Kösel, Band 105, München 1928.

Treutlein, Peter: Das Rechnen im 16. Jahrhundert. Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik, Heft 1, Leipzig 1877, S. 1-100.

Treutlein, Peter: Die deutsche Coss. Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik Heft 2, Leipzig 1879, S. 1-124.

Tropfke, Johannes: Geschichte der Elementar-Mathematik, Band 1, Leipzig 1902.

Tropfke, Johannes: Geschichte der Elementarmathematik, Band 1, Arithmetik und Algebra. Vollständig neu bearbeitet von Kurt Vogel, Karin Reich, Helmuth Gericke Berlin / New York ^{4}1980

Vogel, Kurt: Die Practica des Algorismus Ratisbonensis. Schriftenreihe zur bayerischen Landesgeschichte, Band 50, München 1954

Vogel, Kurt: Mohammed ibn Musa Alchwarizmi's Algorismus, Aalen 1963.

Widmann, Johannes: Behende vnd hubsche Rechenung auffallen kauffmanschafft:, Leipzig 1489 (Conradus Kacheloffen).

Wieleitner, Heinrich: Geschichte der Mathematik I. Sammlung Göschen, Leipzig 1922.

Wussing, Hans: 6000 Jahre Mathematik. Eine kulturgeschichtliche Zeitreise - 1. Von den Anfängen bis Leibniz und Newton, Berlin / Heidelberg 2008.

Zeuthen, Hieronymus Georg: Die Mathematik im Altertum und im Mittelalter, Berlin / Leipzig 1912 [Reprint 1966].

Abbildungen

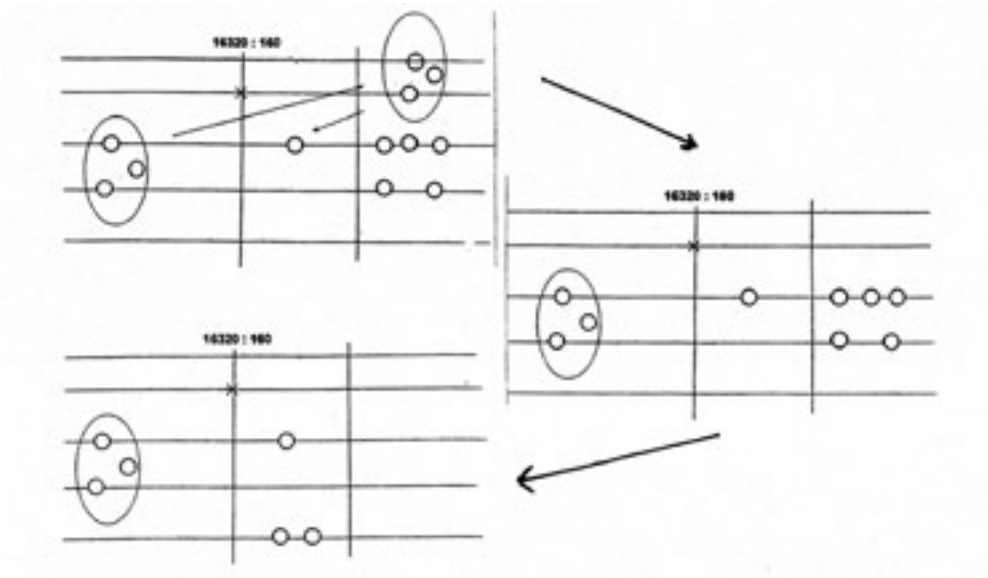


Abb. 1a, 1b, 1c Skizzen von Manfred Weidauer zur Aufgabe 16320:160, gerechnet auf den Linien gemäß Recorde 1542, f. Q iiij^{v}f. Rechts steht der Dividend, links der Divisor, in der Mitte das Ergebnis. - Man sehe den zugehörigen Text in Fußn. 24

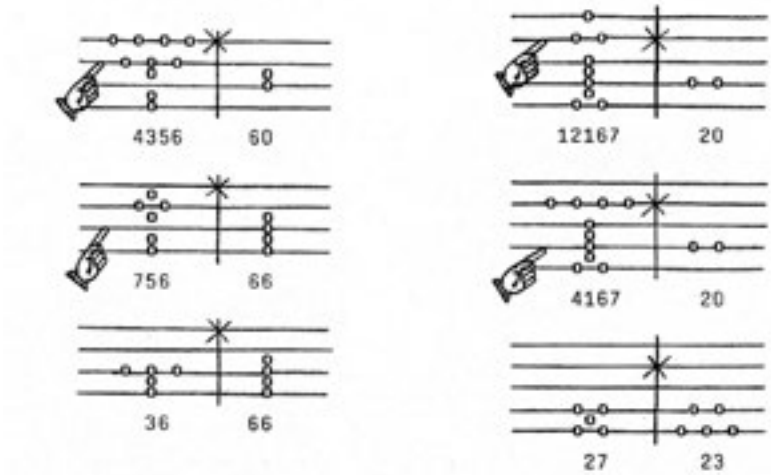


Abb. 2a und 2b Skizzen von Richard Hergenhahn zu den Beispielen √4356 und ^{3}√12167, gerechnet auf den Linien wie Köbel 1544. - Man sehe den zugehörigen Text in Fußn. 46.

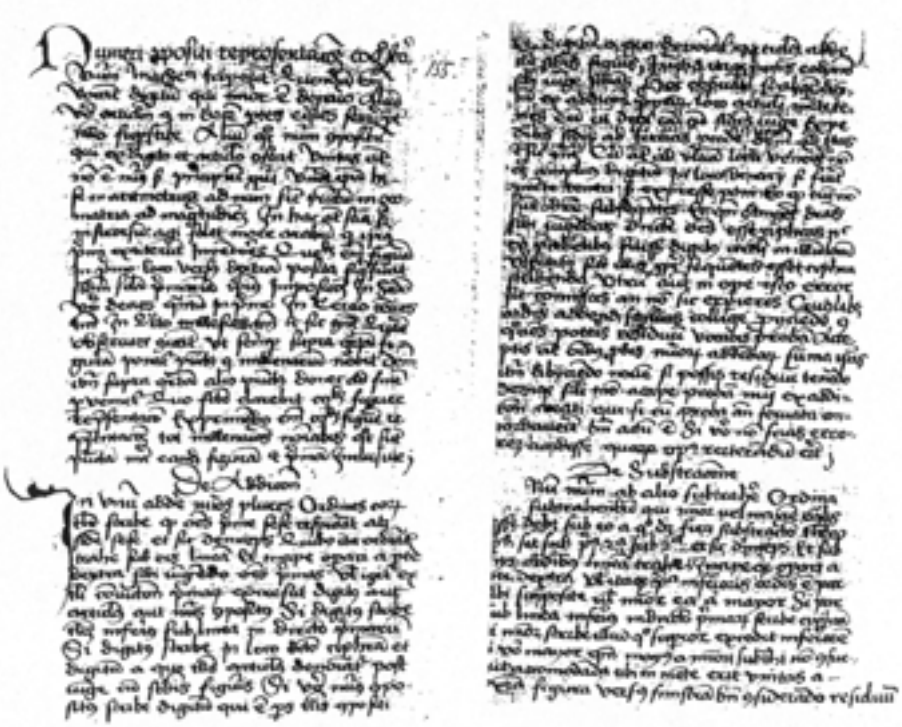


Abb. 3 Der Algorismus Georgs von Peuerbach in der Stiftsbibliothek Kremsmünster, Kodex *Cremifanensis 301*, ff. 155r-162v; hier die zwei Seiten f. 155r und f. 155v; Beginn: „Numeri propositi representationem cognoscere [...]" [= Die Bedeutung einer vorgegebenen Zahl erkennen ...] - Ein vorangehender Abschnitt bis f. 144v ist mit 1482 datiert. - Wiedergabe mit freundlicher Genehmigung der Bibliothek.

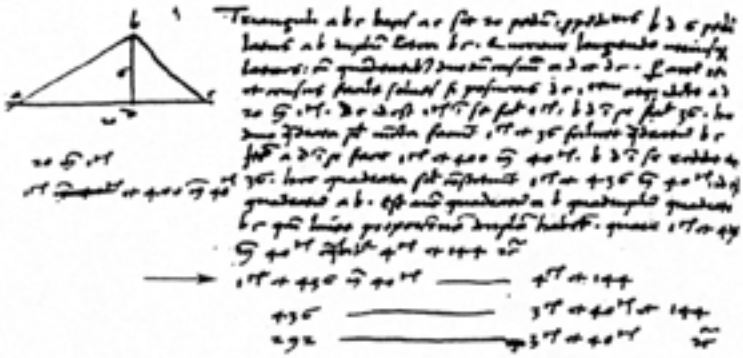


Abb. 4 Die algebraische Gleichung $1x^2 + 436 - 40x = 4x^2 + 144$ von der Hand Johannes Regiomontans vom Jahr 1456 in Columbia University New York, Kodex *Plimpton 188*, f. 94r; gemäß Folkerts 2006, S. 17.

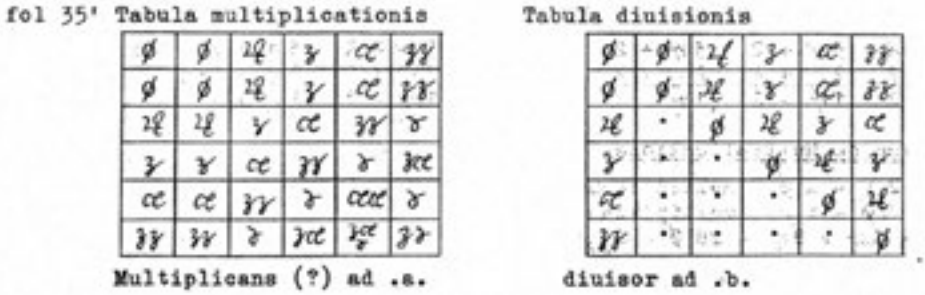


Abb. 5 Freihändige Nachzeichnung von zwei Tabellen aus SLUB Dresden, Kodex C 80^{m}, f. 35^{v} die jeweils erste waag- und senkrechte Zeile bedeuten das heutige x^0, x, x^2, x^3, x^4. In der Multiplikationstafel treten die vom unbekannten dortigen Schreiber gewählten Potenzen der algebraischen Unbekannten bis zum Grad acht auf, wobei die Zeichen für das jetzige x^5 bis x^8, die sich allerdings nicht durchsetzten, Beachtung verdienen; in der Divisionstafel wird wie folgt vorgegangen: Zählergrad Nennergrad

Abb. 6 Divisionstabelle der Potenzen der algebraischen Unbekannten aus Schreyber 1518/1521, f. [G viij^{v}], wobei N, 1a, 2a bis 8a für x^0 , x, x^2 bis x^8 stehen.

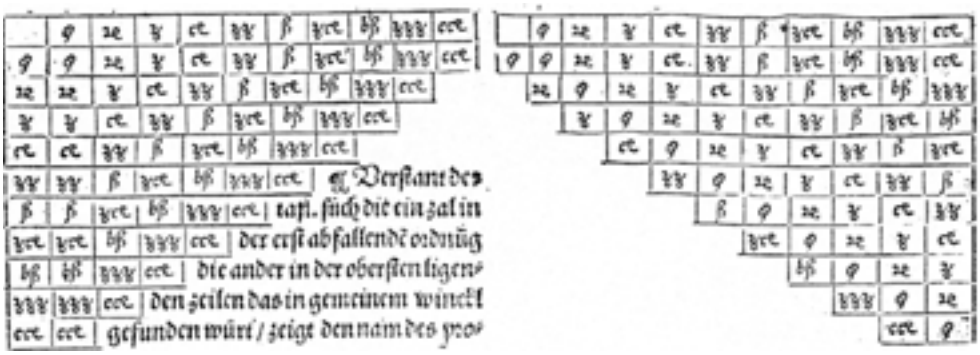


Abb. 7 Multiplikations- und Divisionstabelllen der Potenzen der algebraischen Unbekannten bis zum Grad neun aus Rudolff 1525, f. [D vj^{r}] und f. [D vij^{v}].

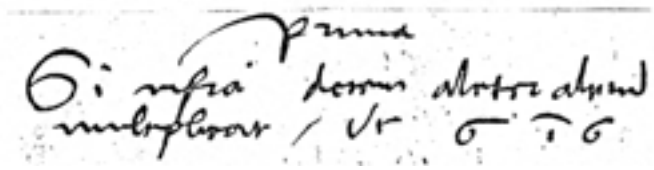


Abb. 8 Der Malpunkt könnte aus schnell geschriebenem „in" hervorgegangen sein, wie aus Staats- und Stadtbibliothek Augsburg, Kodex *8º Cod 1*, f. 4ᵛ, hervorgeht: „Prima Si infra decem aliter alterum [?] multiplicat / Vt 6 in 6 [...]" - Wiedergabe mit freundlicher Genehmigung der Bibliothek.

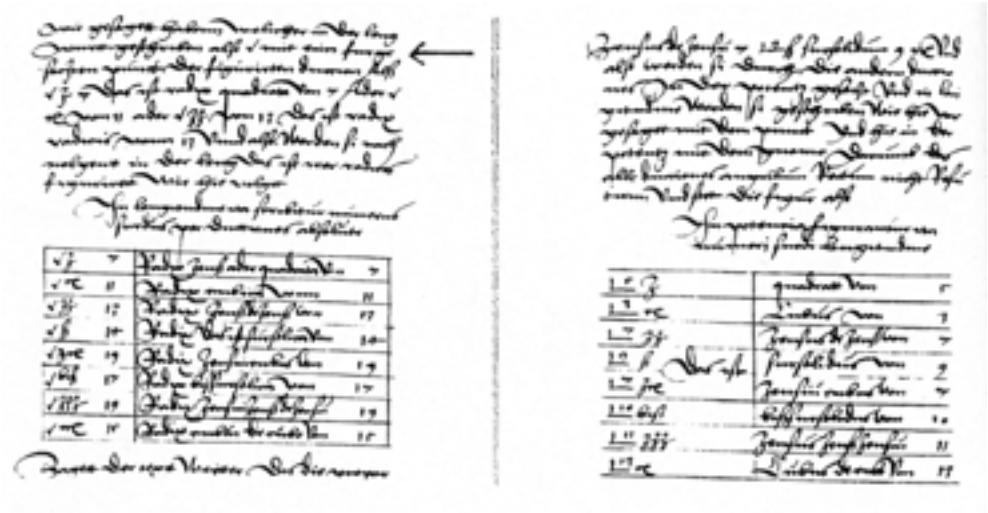


Abb. 9 Im Holograph, bzw. gar Autograph von Adam Ries, SLUB Dresden, Kodex *C 349*, um 1517, findet man auff. 126ᵛ den derzeit frühesten Nachweis für den Wurzelhaken:„[...] Welicher in Der leng Wurtt geschriben also mit eim furgesecZten punct Der figurirten duccion Alß √z7 Das ist radix quadrata Von 7 [...]" - Links, auf f. 126ᵛ handelt es sich im Schema um √7, ³√11, ⁴√13, ⁵√14, ⁶√19, ⁷√17, ⁸√19, ⁹√15. - Rechts, auf f. 127ʳ, stehen Adam Riesens Vorschläge für: 5^2, 3^3, 7^4, 9^5, 7^6, 10^7, 11^8, 13^9, wobei das letzte Kürzel nicht einwandfrei ist. - Wiedergabe mit freundlicher Genehmigung der Bibliothek.

Christine Glassner / Karl Heinz Keller

Astronomie des 15. Jahrhunderts aus Wien in der Yale Medical Library

Die ehemalige Melker Handschrift 794 (früher 367, G 27)

Mitte des Jahres 1937 kaufte der Londoner Antiquar E.P. Goldschmidt neun Handschriften und eine Inkunabel aus den Beständen der Stiftsbibliothek Melk an, darunter befand sich das Manuskript, welches hier vorgestellt werden soll. Wie sehr die Zeitumstände solche Transaktionen begünstigten, belegt Goldschmidt selbst: „In those years Austria was my principal happy hunting ground, and the financial straits in which the ancient monasteries and abbeys there found themselves afforded extraordinary opportunities for buying from them books which had stood on their shelves for centuries."[1] Der astronomische Codex wurde von dem berühmten amerikanischen Neurochirurgen und Büchersammler Harvey Cushing (1869-1939)[2] angekauft, der seine Sammlung von Handschriften und Inkunabeln 1937 der Fachbibliothek seiner Universität, der Yale Medical Library in New Haven (USA), vermachte. Bis zum Jahr 1967, als Fritz Nagel aus Basel in einem Brief an die Melker Stiftsbibliothek[3] über die in Yale wieder aufgefundene Melker Handschrift Cod. 794 (früher 367, G 27) berichtet, besaß man in Melk keine Kenntnis darüber, wohin diese Handschrift nach dem Verkauf an Goldschmidt gelangt war.[4]

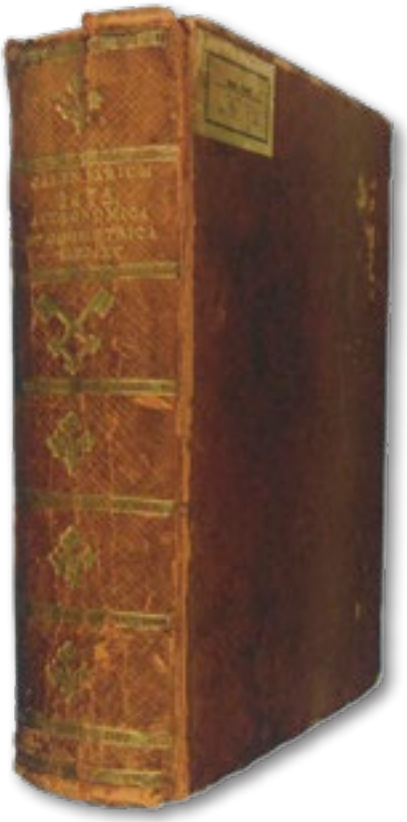


Abb. 1: New Haven (USA), Yale University, Harvey Cushing/ John Hay Whitney Medical Library, Ms. 24: Einband.

1 E.P. Goldschmidt, Recollections of Harvey Cushing and his Book-Collecting. In: Journal of the History of Medicine and Allied Sciences 1 (1946) 229-234, hier 232.

2 Zu Cushing vgl. E.H. Thomson, Cushing, Harvey Williams. In: DSB III 516-519.

3 Stiftsbibliochek Melk, Korrespondenz 1967 / 31.

4 Wir sind Herrn DI Dr. Friedrich Samhaber (Peuerbach) zu Dank verpflichtet, der uns einen Mikrofilm der Handschrift leihweise zur Verfügung stellte und damit den vorliegenden Beitrag ermöglichte.

Wenn die Handschrift vor uns läge, würden wir ein 470 Seiten starkes Buch von gängiger Größe (22, cm hoch, 15 cm breit) sehen, vermutlich in der 1. Hälfte des 19. Jahrhunderts in braunes Leder gebunden, auf dem Rücken mit dem in Gold geprägten Wappen des Stiftes Melk verziert. Die eingeprägte Aufschrift auf dem Buchrücken verrät etwas über den Inhalt und darüber, in welchem Jahrhundert der Inhalt des Bandes entstanden ist: *Calendarium / 1475 / Astronomica / et Geometrica / Saec. XV.* siehe Abb. 1). Das Buch enthält mehrere, nicht ausschließlich handschriftliche Teile, am Anfang eine Inkunabel, gedruckt 1475 in Nürnberg. Die Zusammenstellung von Handschriften und Drucken in einem Band ist nichts Ungewöhnliches. Der Einband wurde im 19.Jahrhundert wohl nur erneuert, das Buch scheint im 15. Jahrhundert schon so zusammengestellt worden zu sein, wie wir es heute vorfinden. Erstmals in einem Bibliothekskatalog des Jahres 1517 genannt, scheint es bis zum 20. Jahrhundert immer wieder in den Melker Katalogen auf.

Der größte Teil des Code entstand unter der Feder dreier Schreiber in den Jahren 1486 bis 1489 wohl in Melk, sicher jedenfalls der 1489 geschriebene Teil, wie es die Schlussschrift bestätigt (p. 347): *Anno Domini M0 CCCC029 Wiene pronunciatus est tractatus iste a reverendo magistro lohanne de Gmund canonico protunc existente ecclesie Sancti Stephani ibidem. Rescriptum vero Mellici Anno Domini 1489⁰ Prothei et lacincti* [11.9.1489] (Im Jahr 1429 wurde dieser Traktat in Wien vom ehrenwerten Magister Johannes von Gmunden, damals Kanoniker der dortigen Stephanskirche, vorgetragen, neu abgeschrieben jedoch in Melk im Jahr 1489 am Fest der Hl. Prothus und Hyacinthus).

Das bedeutet, dass dieser Traktat des berühmten Astronomen der Wiener Universität, Johannes von Gmunden (1380/84-1442)[5], noch 60 Jahre nach seiner Entstehung für so wichtig erachtet wurde, dass man ihn in Melk abgeschrieben hat. Dafür benötigte man natürlich auch eine Textvorlage, über die wir heute weder verfügen noch etwas wissen. Die Textsammlung der Handschrift umfasst hauptsächlich astronomische Texte des 2. und 3. Viertels des 15. Jahrhunderts, die überwiegend im Umkreis der Wiener Universität entstanden sind und aus dem Schaffen der drei großen, in Wien ansässigen Astronomen stammen: Johannes von Gmunden (1380/84-1442), Georg von Peuerbach (1423-1461)[6] und der aus Franken gebürtige Johannes Müller von Königsberg, genannt Regiomontanus (1436-1476)[7]. Dieses Dreigestirn begründete den hervorragenden Ruf, den die Wiener astronomische Schule während des Spätmittelalters und in der frühen Neuzeit genoss, obwohl es bislang weder für Peuerbach noch für Regiomontan gelungen ist, in den Quellen eine einschlägige

5 Zu Johannes von Gmunden vgl. Kurt Vogel, John of Gmunden. In: DSB VII 117-122.; Menso Folkerts, Johannes von Gmunden. In: ²VL IV (1983) Sp. 630 f.

6 Zu Georg von Peuerbach vgl. C. Doris Hellman / Noel M. Swerdlow, Peurbach (or Peuerbach) Georg. In: DSB XV 473-479; Helmuch Grössing, Peuerbach, Georg (von) (G. Aunpeck). In: ²VL VII (1989) Sp. 528-534.

7 Zu Johannes Regiomontanus vgl. Ernst Zinner, Leben und Wirken des Joh. Müller von Königsberg genannt Regiomontanus = Milliaria x,1 (Osnabrück ² 1968); Edward Rosen, Regiomontanus, Johannes.
In: DSB XI 348-352.; Helmuth Grössing, Regiomontanus (de Monteregio, von Königsberg; Müller), Johannes. In: ²VL VII (1989) Sp. 1124-1131; Michael H. Shank, Regiomontanus, Johannes. In: New Dictionary of Scientific Biography. Ed. by Noretta Koertege, Bd. VI (Detroit 2.008) 216-219.

Lehr-, das heißt Vorlesungstätigkeit in Form der lectura ordinarie legenda in den Räumen der Wiener Universität nachzuweisen.

Womit beschäftigt sich mittelalterliche Astronomie? Sie erforscht die Himmelskörper, verortet messbar ihre Bewegungen am Firmament und versucht eine Beschreibung des Universums zu geben und den planvollen Bau des Kosmos darzulegen. Um mittelalterliche Astronomie mit dem ihr zukommenden Anspruch auf Wissenschaftlichkeit, den das 15.Jahrhundert erhebt, betreiben zu können, braucht es theoretische Grundlegung und praktische Beobachtung. Beide Felder der Betätigung bedürfen der Vermittlung durch schriftlich fixierte Texte. Um den Himmel beobachten zu können, bedarf es spezieller Geräte, zu deren Bau und Gebrauch Anleitungen erforderlich sind, die, wie die Ergebnisse der Beobachtungen in Tafelwerken, schriftlich festgehalten werden.

Zum Aspekt der beobachtenden Messung tritt ein wertender Aspekt, wenn der Lauf und die Konstellation der Gestirne mit dem Schicksal der Menschen in Verbindung gebracht werden. Diese Sterndeutung wird Astrologie *(astrologia)* genannt, die man heute streng von der Astronomie (Sternkunde) scheidet. Im Mittelalter aber, bis hin zu Johannes Kepler (1571- 1630)[8], waren diese beiden Aspekte der Interpretation der Konstellation der Gestirne eng miteinander verwoben. Dass Wiener Astronomen Horoskope für den habsburgischen Wiener Hof erstellten, mag diesen Sachverhalt verdeutlichen.[9]

Die Melker Textsammlung, die den Stand des Wissens der Zeit auf astronomisch-astrologischem Gebiet dokumentiert, entstand großenteils in einer Zeit der Wirren, als Matthias Corvinus, König von Ungarn, die Stadt Wien eroberte (1485) und dort fünf Jahre bis zu seinem Tode residierte.

Der handschriftliche Teil der Sammlung wird eingeleitet durch die „Neuen Theorien über Planeten" *(Theoricae novae planetarum)* Georgs von Peuerbach (p. 65-131), die als astronomisches Lehrbuch bis ins 17. Jahrhundert verwendet wurden. Zahlreiche, sicher mehr als 20 Handschriften - ohne die Handschriften mit Kommentaren zu zählen - und 56 Drucke von 1472 bis 1653[10] bezeugen den Erfolg dieses Werks. - Weiters finden sich darin Texte, die den Bau und den Gebrauch verschiedener Typen von Astrolabien und Sonnenuhren beschreiben, mit denen die Position der Gestirne in Raum und Zeit beschrieben werden kann. Neben einer Abhandlung des Johannes von Gmunden über das Aquatorium; ein Gerät zur Berechnung des Planetenstandes,

8 Owen Gingerich, Kepler, Johannes. In: DSB VII 289-312.

9 Helmuth Grössing, Humanistische Naturwissenschaft:. Zur Geschichte der Wiener mathematischen Schulen des 15. und 16. Jahrhunderts = Saecula spiritalia 8 (Baden-Baden 1983) 90 und 124 (Georg von Peuerbach für Ladislaus Postumus, Kaiser Friedrich III. und dessen Frau Eleonore von Portugal, Johannes Regiomontanus für Maximilian I. im Jahr 1463). Faksimile des Horoskops für Eleonore von Portugal aus München BSB, Clm 453 fol. 79^{r}-85^{v}, mit Transkription von Hartmut Korn: Joannis Regiomontani Opera collectanea. Faksimiledrucke von neun Schriften Regiomontans und einer von ihm gedruckten Schrift: seines Lehrers Purbach. Zusammengestellt und mit einer Einleitung hrsg. von Felix Schmeidler = Milliaria x,2. (Osnabrück 1972) 1-33. Vgl. auch Michael H. Shank, Academic consulting in Fifteenth-Century Vienna. The Case of Astrology. In: Texts and Contexts in Ancient and Medieval Science. Studies on the Occasion of John E. Murdoch's Seventieth Birthday. Ed. by Edith Sylla and Michael McVaugh = Brill's Studies in Intellectual History 78 (Leiden-New York-Köln 1997) 245-270.

10 Daniel W.E. Green, Peurbach [Peuerbach, Purbach], Georg von . In: Tue Biographical Encyclopedia of Astronomers. Ed. by Thomas Hockey [u.a.], Vol. II: M-Z (New York 2007) 897f., hier 897.

mit welchem das umständliche, komplizierte Berechnen aus Tafelwerken ersetzt werden sollte (p. 318-347), steht eine von Regiomontan verfasste, kurze Anleitung zum Bau und zum Gebrauch des Quadranten (p. 255-258). Eine Seite beansprucht die Abhandlung über den Jakobsstab, ein einfaches Gerät zur Winkelmessung (p. 460), während das *Torquetum* („Türkengerät" [p. 417-426]) - wesentlich komplexer gebaut - der Positionsbestimmung dient.

Was wir heute der Astrologie zurechnen, wird in zwei Texten aufgegriffen, die sich den Fragen widmen, ob das Verhalten der Menschen vom Lauf der Gestirne bestimmt wird und ob denn der Astronom aus den Konstellationen der Planeten die Zukunft verlässlich vorhersagen kann. Diese Frage (p. 173-200) behandelt Peuerbach in einer im Studienplan der Universität vorgesehenen Lehrveranstaltung *(Disputatio de quolibet)*, während die erste Frage und Antwort einer kirchenrechtlichen Abhandlung aus dem Beginn des 14. Jahrhunderts („*Summa de casibus*" des Astesanus de Ast) entnommen ist (p. 155-156). - Auch einige Kurztexte über die Zuweisung von Eigenschaften zu bestimmten Tierkreiszeichen und über die Bestimmung von günstigen Aderlasszeiten (p. 311-317) fallen in diesen Bereich.

Bemerkenswert in dieser Zusammenstellung sind auch zwei mathematische Texte: Der „*Algorithmus*", ein mit arabischen Zahlen arbeitendes Rechenbuch, als dessen Autor vielleicht Georg von Peuerbach in Frage kommt, der jedoch mit dem unter dem Namen Peuerbach gedruckten *Algorithmus*[11] nur teilweise übereinstimmt (p. 393-407), und der nur in diesem und einem weiteren Codex handschriftlich überlieferte kurze Traktat des Kardinals und Bischofs von Brixen, Theologen und Philosophen Nikolaus von Kues (1401- 1464)[12] über die Quadratur des Kreises („*Quadratura circuli*", mit Zusatz „*De sinibus et chordis*" [p. 449-454]). Nikolaus galt als hohe Autorität auch für Astronomen, lieferte er doch in seinen Werken u. a. die theologische Begründung für das Studium des Universums, den Bau des Kosmos, die Kosmologie. Der Codex besitzt für Text- und Überlieferungsgeschichte deshalb hohen Wert, weil sie eine Reihe einzig in dieser Handschrift bzw. in sehr wenigen Codices tradierte Texte vermittelt. Sie versammelt in sich sozusagen die „Summe" astronomischen Wissens der Zeit nördlich der Alpen.

Wir können davon ausgehen, dass diese „*Summa astronomiae et astrologiae*" nicht reinem Zufall zu verdanken ist, sondern dass es sich um eine bewusst durchgeführte oder in Auftrag gegebene Sammlung handelt. Wer konnte nun Interesse an einer solchen Zusammenstellung haben, d.h. wer kommt als Auftraggeber und Benutzer dieser Handschrift in Frage? Dass diese Person oder Personengruppe im Umkreis des Stiftes Melk zu suchen ist, darf vorausgesetzt werden, da die Handschrift von ihrer Niederschrift an kontinuierlich in Melker Bibliothekskatalogen aufscheint. Eine Besonderheit der Sammlung unterstreicht ihre klösterliche Herkunft und macht sie vielen anderen Fachprosasammlungen des Spätmittelalters unvergleichlich: die Verknüpfung astronomischen und astrologischen Tuns mit theologischen Fragestellungen. Als Beispiele seien die Aufnahme einer Quaestio aus einer

11 Hain 13 598-600.

12 Zu Nikolaus von Kues vgl. J.E. Hofmann, Cusa, Nicholas. In: DSB III 512-516; Hans Gerhard Senger, Nikolaus von Kues. In: ²VL VI (1987) Sp. 1093-1113.

kirchenrechtlichen Summe, die Wiedergabe der Disputation Peuerbachs und die Erörterung der Frage, ob, wie und wann sich ein Christ der Astrologie bedienen darf, genannt, wo gar auf den Genesis-Kommentar des berühmten Wiener Theologen Heinrich von Langenstein (um 1340-1397)[13] verwiesen wird. Diese theologische Ausrichtung wird auch durch die Entscheidung dokumentiert, den nur vordergründig mathematischen, eigentlich jedoch theologisch-philosophisch fundierten Text des Nikolaus von Kues über die Quadratur des Kreises in die Sammlung aufzunehmen. Einige kommentierende Randnotizen (z.B. p. 94, 274) deuten darauf hin, dass dem Auftraggeber und Benutzer unbedingte Sachkenntnis in astronomischen Dingen zukommt.

Dass Melk mit großer Wahrscheinlichkeit als Ort angesehen werden darf, an dem die Astronomie einen gewissen Stellenwert besaß, lässt sich aus der - allerdings erst später bezeugten - Überlieferung ablesen, dass Georg von Peuerbach und Johannes Regiomontanus im Jahr 1457 in Melk eine totale Mondfinsternis beobachtet haben.[14] Das Gutachten Peuerbachs zum Halley'schen Kometen von 1456[15] findet in einer Anmerkung im Briefbuch des Melker Professen und Priors Johannes Schlitpacher aus Weilheim (1403- 1482)[16] Erwähnung.[17]

Belegbar sind jedoch persönliche Kontakte Peuerbachs zu Stephanus Kolb[18], einem Melker Professen, dem er ein Gedicht zueignet, und mindestens ein weiterer

13 Thomas Hohmann / Georg Kreuzer, Heinrich von Langenstein. In: ²VL III (1981) Sp. 763-773.

14 Georg M. Bose, Eclipseos lunaris MCCCCLVII D. III. Sept. quo coelesti indulgentia Natalis Uraniae tercenresimus felici affulget sidere secularia die IX. Septembris H.L.Q.C. celebranda indicit simul ... (Wittenberg [1757]) XIX; Ernst Zinner, Leben und Wirken des Joh. Müller von Königsberg genannt Regiomontanus = Milliaria X,I (Osnabrück ²1968) 56 (ohne Quellenangabe). Siehe oben S. 26-28.

15 Vgl. Alphons Lhotsky / Konradin Ferrari d' Occhieppo, Zwei Gutachten Georgs von Peuerbach über Kometen (1456 und 1457). In: Mitteilungen des Instituts für österreichische Geschichtsforschung 68 (1960) 266-290; Konradin Ferrari d' Occhieppo, Weitere Dokumente zu Peuerbachs Gutachten über den Kometen von 1456 nebst Bemerkungen über den Chronikbericht zum Sommerkometen 1457. In: Sitzungsberichte der math.-nat. Klasse der Österreichischen Akademie der Wissenschaften II/169, H. 5-10 (1961) 149-169.

16 Meta Bruck, Profeßbuch des Klosters Melk 1. Teil: 1418-1452. In: Stift Melk. Geschichte und Gegenwart, Bd. IV (Melk 1985) 79-202, hier 161-177; Franz Josef Würstbrock, Schlitpacher, Johannes. In: ²VL VIII (1992) Sp. 727-748.

17 Melk, Cod. 1767 p. 399. Vgl. Franz Hubalek, Aus dem Briefwechsel des Johannes Schlitpacher von Weilheim (Der Kodex 1767 der Stiftsbibliothek Melk) (Diss. Wien 1963) 208 (zu Brief Nr. 74). Eine gekürzte Fassung des Gutachtens Peuerbachs von der Hand Schlitpachers ist im Melker Codex 1605 fol. 162^{r-v} überliefert, wo der Verfasser allerdings nicht namentlich genannt ist, sondern als *quidam magister studii Wiennensi subtilis astronomus* (fol. 162^{r}) bezeichnet wird. Siehe Textedition und Übersetzung oben bei Beck/Zotti, S. 20-25, dazu Abb. 11-12.

18 Kolb stammte aus einer niederösterreichischen Adelsfamilie, immatrikulierte 1436 an der Wiener Universität; 1479 wurde er Abt des Wiener Schottenklosters, resignierte jedoch 1482 und kehrte nach Melk zurück, wo er an einem 13. Juni verstarb; das Todesjahr ist unbekannt. Vgl. Martin Kropff, Bibliotheca Mellicensis seu vitae et scripta inde a sexcentis et eo amplius annis Benedictinorum Mellicensium (Wien 1747) 44f; Bruck (wie Anm. 16) 181f. Aus dem Gedicht, das nach dem Eintritt Kolbs in Melk entstanden sein muß, geht hervor, dass die beiden „Tisch und Speise teilten" („*Nos eadem mensa atque cibus nos pasceret unus*"); Ausgabe: Helmuth Grössing, Astronomus poeta. Georg von Peuerbach als Dichter. In: Studien zur Wiener Geschichte. Festschrift aus Anlaß des hundertfünfundzwanzigjährigen Bestehens des Vereins für Geschichte der Stadt Wien = Jahrbuch des Vereins für Geschichte der Stadt Wien 34 (Wien 1978) 54-66, hier 65.

Aufenthalt in Melk, vermutlich im Jahr 1453. Von dort schreibt Peuerbach einen Brief an den befreundeten Magister Georg von Eggenburg.[19]
Der auf Mutmaßungen gegründete Versuch, die Frage zu beantworten, in wessen Interesse und Auftrag die vorliegende Sammlung astronomisch-astrologischer und mathematischer Texte zustande gekommen sein könnte, unterstreicht erneut die Notwendigkeit, sich den Quellen zuzuwenden. Die Erschließung spätmittelalterlicher Fachprosa in handschriftlicher Überlieferung durch Kataloge legt die Grundlage, um auch astronomisch-astrologische Texte in ihre Überlieferungs- und Textgeschichte richtig einordnen zu können. Auf diesem Felde, das belegt gerade nachfolgende Beschreibung des Codex, bleibt noch vieles zu tun.

Beschreibung der Handschrift New Haven, Yale Medical Library, Ms. 24 (olim Melk 794 [367, G 27]) anhand eines Mikrofilms

Papier, 220 x 150 mm, 470 S., Niederösterreich (Melk), 3. Drittel 15. Jahrhundert (1486, 1487, 1489)
Moderne Paginierung, zählt p. 313/314 doppelt, ungezähltes Blatt nach p. 448, der Mikrofilm endet mit p. 461, zwischen p. 460 und 461 ist ein Bindfaden (Lagenmitte) erkennbar, im Katalog des Vinzenz Staufer werden die Seiten 461-469[470] als leer bezeichnet. - Handschriftlicher Teil aus 8 Faszikeln, vereinzelte Spuren von Wortreklamanten (p. 88, 112, 178, 202, 226, 250) und wenige alte Lagenfoliierungen (p. 65-75: 1-6; p. 349-360: 1-6; p. 372-382: 1-6) lassen die Rekonstruktion der Lagen ohne Autopsie der Handschrift zu: I = p. 65-274: $3.VI^{136}$ + $(V-1)^{154}$ + $5.VI^{274}$, dat. 1486 auf p. 131 und dat. 1487 auf p. 235; II = p. 275-370: $2.VI^{322}$+ $(VI+1)^{348}$+$(VI-1)^{370}$; Schreibort Melk und dat. 1489 auf p. 347; III = p. 371-394[a]: $VI^{394[a]}$; IV= p. 393[b]-408: IV^{408}; V= p. 409-416: II^{416}; VI = p. 417-436: V^{436}; VII= p. 437-448: (IV-1) ungezähltes Bl. nach 448; VIII= p. 449-[470]: $(VI-1)^{470}$.
Geschrieben von 11 Händen[20] in Bastarda cursiva mit Tendenz zur Cursiva, außer Teil VI in einer weniger ausgeprägten und Teil VIII, p. 449-454 in einer ausgeprägten Humanistica; im einzelnen:
Hand A: p. 65-274 (eingeschoben Hand B: p. 133-134); Hand C: p. 275-346; Hand D: p. 347- 369; Hand E: p. 371-392.; Hand F: p. 393 [b]-407; Hand G: p. 409-415; Hand H: p. 417-436; Hand I: p. 437-448; Hand K: p. 449-454; Hand L: p. 455-460.
Zahlreiche astronomische Figuren (Federzeichnungen, Schemata), (p. 201) kolorierte Federzeichnung: neun Kometenklassen (siehe Abb. 27).

19 Überliefert in Wien ÖNB, Cod. 3520 fol. 63^r-67^r, und St. Pölten, Diözesanbibliothek, Cod. 63 fol. 138^v- 142^v. Textabdruck mit deutscher Übersetzung in Synopse: Hermann Wallner, Georg von Peuerbach. Ein Beitrag zum Wiener Frühhumanismus (Diss. Wien 1947) 48-81 (vermutlich nach der Wiener Handschrift).

20 So auch unabhängig von uns Hans Gerhard Senger, Mitteilungen und Untersuchungen über neue Cusanus-Handschriften = Cusanus-Studien 9: Zur Überlieferung der Werke des Nikolaus von Kues im Mittelalter; Sitzungsberichte der Heidelberger Akademie der Wissenschaften, phil.-hist. Klasse 1972, Abhandlung 5 (Heidelberg 1972) 47.

Ledereinband der 1. Hälfte des 19. Jahrhundens mit Goldrückenprägung: Wappen des Stiftes Melk, Rückentitel *Calendarium 1475 / Astronomica / et Geometrica / Saec. xv*[21] (siehe Abb. 1).

Geschichte

Spätestens seit dem Anfang des 18. Jahrhunderts ist der Codex in der vorliegenden Zusammenstellung in der Melker Bibliothek nachweisbar (Melk, Bibliothek, Pez-Handschriftenverzeichnis, s.n., p. 466, 473, 477, 487, 493 und 499 unter der Signatur G 27). Ältere Nachweise im Katalog von 1517, Cod. 704/I fol. 7v, unter der Nummer *A 117 Kalendarium Regiomontani. Theoricae planetarum Georgii Purbachii* (am Rand die Barocksignatur G 27 vermerkt), unter dieser Signatur auch im Katalog des Jahres 1605 (Cod. 1629/ 1 fol. 4^{v}); genaue Beschreibung im handschriftlichen Katalogfragment aus dem Beginn des 19. Jahrhunderts unter der Signatur G 27 (Cod. 167/ 1 p. 376-379) und im handschriftlichen Katalog [Vinzenz Staufer], Catalogus codicum manu scriptorum, qui in bibliotheca monasterii Mellicensis O.S.B. servantur, Bd. II, Melk [um 1889], 535-537) unter der Signatur 367, im 20. Jahrhundert umsigniert zu (rot) 794. - Weitere Hinweise in der älteren Literatur: Kropff (wie Anm. 18) 60 (Nr. 36); Bose (wie Anm. 14) XVIIf. (mit Abdruck eines Briefs des Stiftsbibliothekars Martin Kropff und Teilbeschreibung der Handschrift).
1937 Verkauf des Codex an den Londoner Antiquar E.P. Goldschmidt; gelangt in den Besitz des Gehirnchirurgen Harvey Cushing (1869-1939), 1937 als Vorlass in die Yale Medical Library in New Haven/USA (vgl. VD-Spiegel und oben S. 35).
Neuere Beschreibungen des Codex: E.P. Goldschmidt, Catalogue One Hundred. London [o.J. 1952] 52-55 Nr. 79 (diese Beschreibung als Typoskript auch auf dem Vorspann des Mikrofilms, am 20. April 1954 gezeichnet Raymond Klibansky[22]); C. U. Faye / W. H. Bond, Supplement to the Census of Medieval and Renaissance Manuscripts in the United States and Canada. Originated by C.U. Faye, continued and edited by W. H. Bond (New York 1962)57f.; Senger (wie Anm. 20) 14f. und 47f.; Fritz Nagel, Nikolaus Cusanus und die Entstehung der exakten Wissenschaften= Buchreihe der Cusanus-Gesellschaft IX (Münster/Westfalen 1984) 3 und 73-76; Friedrich Samhaber, Der Codex Mellicensis 367 als Fundgrube Peuerbach'scher Werke. In: Von den Planetentheorien zur Himmelsmechanik. Die Newtonsche Revolution. Peuerbach-Symposium 2004. Hrsg. von Franz Pichler = Schriftenreihe Geschichte der Naturwissenschaften und der Technik 4 (Linz 2004) 9-16.

21 Nach Senger (wie Anm. 20) 47.

22 Raymond Klibansky (1905-2005): Philosophiehistoriker, Mithrsg. der Heidelberger Cusanus-Ausgabe.

(VD-Spiegel) Melker Signaturschild, Exlibris Harvey Cushing und Yale Medical Library, Historical Library

([I]r-v) Inhaltsverzeichnis (von der Hand des Melker Stiftsbibliothekars ‹Theodor Mayer›) *In hoc codice continentur Calendarium Johannis Regiomontani de anno 1475 P.I ... - ... Virga seu baculus ad capacitates vasorum metiendas geometrice fabricatum P. 455.*
([II]r-v) leer

(p. 1-64) Johannes Regiomontanus: Calendarium de anno 1475-1530. [Nürnberg 1474] (Wiegendruck; nicht auf dem Mikrofilm)
Druck: Hain 13775. Digitales Faksimile der Inkunabel [Nürnberg 1474]: München BSB, 4° Inc. s.a. 1552 = Ink R-68 (GW M37453: http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:bvb:12-bsb00031144-2)

Handschrifitliche Teile: I (65-274)

(p. 65-131) Georgius de Peuerbach: Theoricae novae planetarum
Titel: *Theoricę novę planetarum Georgii Purbachii astronomi celebratissimi. De sole.*
(p. 65) Inc.: Sol habet tres orbes a se invicem omniquaque divisos atque sibi contiguos ... (Abb. 2) - ... Nunc (!,recte: Hunc) *motum sequuntur omnes spere inferiores in motibus suis ita ut respectu huius ecliptice mobiles sint auges deferencium et declinaciones earum semper invariabiles.* - (p. 131 Schlussschrift und Datierung) *Finis. Gracia laus honor sit tibi Christe creator. Anno 1486.* - p. 132 leer
Druck: Hain 13595. Digitales Faksimile des Druckes Nürnberg, ca. 1473: München BSB, Clm 27 Beiband = Ink P-399 (GW M36634): http:/nbn-resolving.de/urn:nbn:de:bvb:12-bsb00030432-6; Faksimiledruck vermutlich des gleichen Druckes (eines weiteren Exemplars der BSB), jedoch mit fehlender letzter Seite [Nürnberg: Johannes Regiomontanus, ca. 1473]: Joannis Regiomontani Opera collectanea (wie Anm. 9) 753-793.
Zinner 7698; Thorndike/Kibre 1513.11 (ohne diese Handschrift).
Engl. Übersetzung: E. J. Aiton, Peurbach's *Theoricae Novae Planetarum*: A Translation with Commentary. In: Osiris, 2nd Series, 3 (1987) 4-43.
Zu neun Handschriften aus dem vermutlichen Besitz Georgs von Peuerbach in der Österreichischen Nationalbibliothek und in der Stiftsbibliothek Seitenstetten vgl. Karl-Georg Pfändtner, Eine spätmittelalterliche Wiener Gelehrtenbibliothek: die Büchersammlung des Hofastronomen Georg Peuerbach (1423-1461)? In: Mitteilungen des Instituts für österreichische Geschichtsforschung 115 (2007) 121- 133. - Eine weitere Handschrift aus dem Besitz Georgs von Peuerbach ist Wien ÖNB, Cod. 4799, mit dem ‚Almagest' des Claudius Ptolemaeus; vgl. Tarif Al Samman/Otto Mazal, Die arabische Welt und Europa. Ausstellung der Handschriften- und

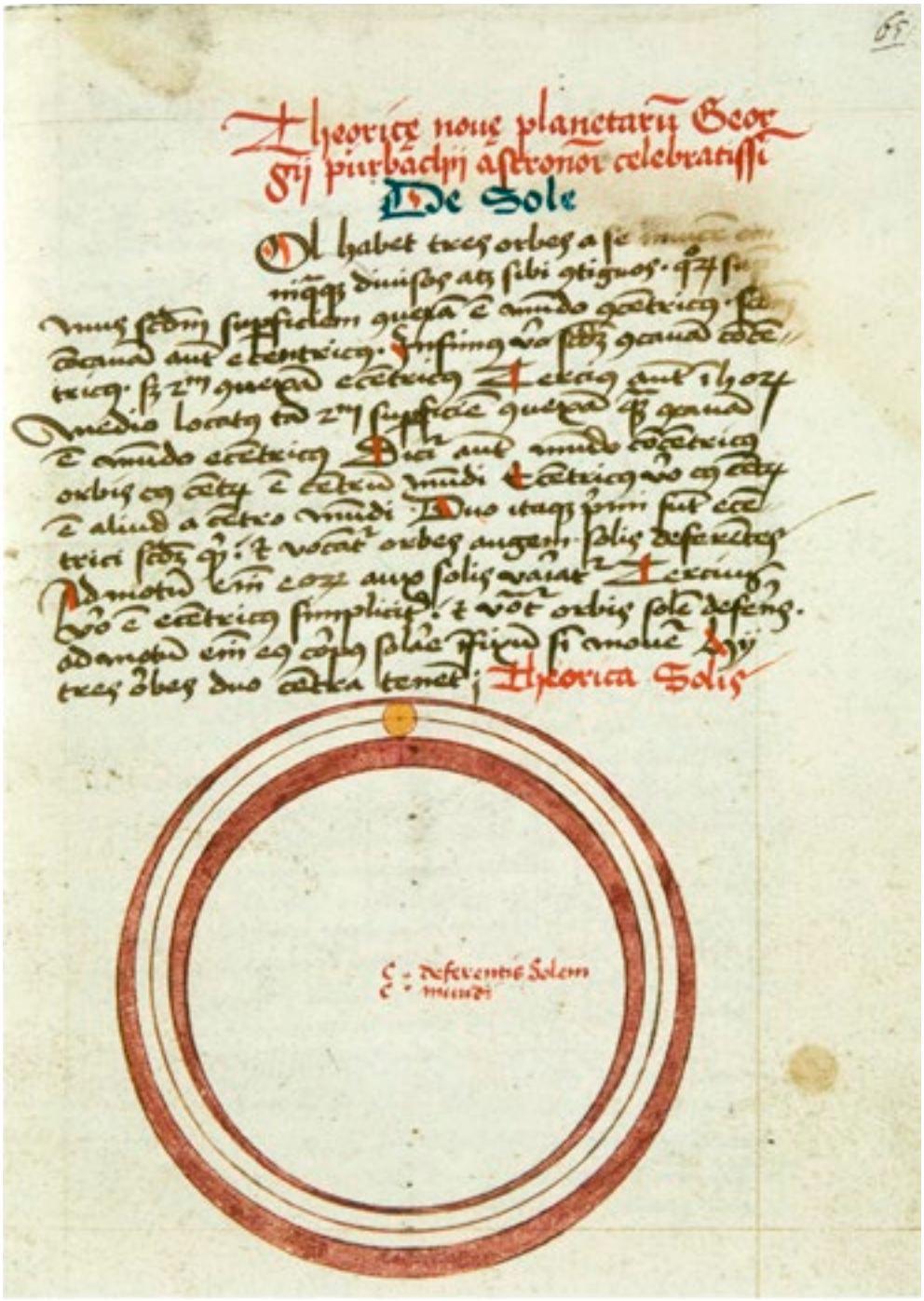


Abb. 2: New Haven (USA), Yale University, Harvey Cushing/John Hay Whitney Medical Library, Ms. 24 p. 65: Georg von Peuerbach, Theoricae novae planetarum, Beginn.

Inkunabelsammlung der Österreichischen Nationalbibliothek. Handbuch und Katalog. Prunksaal, 20. Mai - 16. Oktober 1988 (Wien 1988) 261(Nr. 154).

(p. 133-134) ‹De mensibus lunae›
(p. 133) Inc.: *Mensium autem lunarium quatuor sunt species scilicet mens peragracionis, mens apparicionis, mens medicinalis et mens consecucionis ... - ... Sic igitur patet quod quelibet lunacio naturaliter est 29 dierum et dimidii cum predictis minutorum factionibus.*
Zinner 12131; Thorndike/Kibre 869.11 (mit dieser als einziger Handschrift).

(p. 135-137) De qualitatibus et utilitatibus signorum solis et lunae
(p. 135) Titel: *De qualitatibus et utilitatibus signorum solis et lune*
Inc.: *Vilescit forsitan sciencia signorum et cetera usque Si in quarta aque erit figidus et pluvialis sequitur. Tunc si ventus eiusdem quarte flaverit et signum lune et quadra similiter convenerint ... - ... sed circinus ab occasu solis estivalis circuit mare et aridam faciens turbines multas et tempestates inquietissimus ventus.* Mit Randglossen.
Zinner 11953; Thorndike/Kibre 1697.1 (mit dieser als einziger Handschrift, zitiert als „Goldschmidt Catalogue 100, Cod. 79 fol. 135-137").

(p. 137-144) De quattuor partibus anni et mensibus duodecim
(p. 137) Titel: *De quatuor partibus anni et mensibus duodecim*
Inc.: *Animalium et hominum corpora iugiter alterantur nec in una permanent qualitate quia nature eorum est ad corruptionem tendere ... - ... Hoc tempus iuvenibus et calidis ac siccis est oportunum. Senibus autem ac frigidis et humidis est nocivum. - (p. 143) Inc.: Quatuor sunt lune quadre quarum qualitates in rotula aspice. In prima fleobothomandi sunt homines quorum etas est circa vigintum annum ... - ... Qualiter autem dies naturalis dividatur secundum horas plenius habes in rotula.*
Zinner 11995; Thorndike/Kibre 99.11 (mit dieser als einziger Handschrift).

(p. 144-154) De septem planetis (Kompilation, u.a. aus Georgius de Peuerbach)
(p. 144) Titel: *Sequitur tractatus de septem planetis excerptus de libro theorica medicine cum quibusdam additamentis ex quadam questione magistri Georgii de Peurbach Inc.: Proprietates celestium signorum aut planetarum sunt efficiencia et significancia renovationis et defectionis in rebus mutabilibus mundi inferioris ... - ... Quintum dum est luna in terminis eclipsalibus infra 12 gradibus ante vel post opposicionem.* - (p. 154 Schlussschrift) *Explicit tractatus de septem planetarum collectus ex diversis libris.*
Zinner 7760; Thorndike/Kibre 1142.10 (mit dieser als einziger Handschrift).

(p. 154) Nachtrag von derselben Hand: Inc.: *Si per quot horas luna de nocte luceat scire volueris cum in cremento fuerit etatem eius per quatuor multiplica ... - ... sed in solari computacione 15 minuta punctum faciunt.*
Zinner 12286; Thorndike/Kibre 1456.13 (mit dieser als einziger Handschrift).

(p. 155-172) De Signorum et lapidorum virtutibus cum numeris sortuum
(p. 155-156) Astetanus de Ast: Summa de casibus (Ex LIB. 1, TIT. 12)
(p. 155) Titel: *Ex summa Axtensi*
Inc.: *Utrum ex impressione luminarium celestium causetur in hominibus diversitas*

morum. Responsio: Mores hominum a sideribus causari dupliciter possunt intellegi ... - quia maior imprimitur effectus stellarum in unam gentem quam in unum hominem. Hec Bonaventura secundo Sententiarum 22. Setzt fort
(p. 156-172) Sed quia talia non dependent ex libero arbitrio sed ex inclinacione complexionis influencie ... (p. 158) Sardius rubeus ut rubea tria acri coloris inter gemmas vilissimus. Sangwineum fluxum restringit ... - ... tarnen non ut necessitatem indicant sed contingenciam possibilitatem aut probabilitatem.
Zusatz: Lege questionem Peurbachii Utrum ex planetarum, bezieht sich auf folgenden Text p. 173.
(p. 172) Folgt Tabelle: 1 2 20 4 5 24 3 20 10 12 2 12 22 22 2 20 27 10 9 13 17 10 7, darunter alphabetisch a-z. und *Item si non scis dividere ... - ... et id quid remanet ostendit signum etc. Explicit.*
Zinner 6703 (irrtümlich unter dem Namen Nicolaus de Linea); Thorndike/Kibre 1647.7 (mit dieser als einziger Handschrift).
Druck der Summa: GW 2749-2758. Digitales Faksimile des Druckes Köln 1479: München BSB, 2° Inc. c. a. 818 = Ink A-799, GW 2755: http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:bvb:12-bsb00025367-4

(p. 173-200) Georgius de Peuerbach: Quaestio Disputata in Quodlibeto
(p. 173) Titel: *Incipit questio disputata in quotlibeto per reverendum magistrum Georgium de Peurbach* Inc.: *Utrum ex planetarum coniunctionibus et aspectu sicut ex cometis possit astronomus veraciter futura predicere. Quod sie patet auctoritate Ptolemei qui dicit in centum verbis verbo quinto: Astrologus optimus multum malum prohibere poterit ... - ...* (p. 200) *Hec mihi visa sunt dici posse ad eos qui sanctorum dicta indifferenter contra omnem astrologie partem adducunt. Finis.*
Abgesetzt: (p. 200) Zusatz: *Super hanc questionem responsio requiratur magistri Hainrici de Hassia utrum astrologica utenda sit* (!) *cristiano vel quomodo vel quantum vel ad quid super textu Biblie Genesis primo: Fiant luminaria in celo ... super terram* (vgl. Gn 1,3). *Explicit totum.*
Zinner 7759; Thorndike/Kibre 1647.9 (mit dieser als einziger Handschrift).
Auch überliefert in: Wien ÖNB, Cod. 4756 fol. 25^{r}-35^{v} (bzw. fol. 1^{r}-9^{r}). Diese Handschrift genannt bei Lynn Thorndike, A Summary Catalogue of Reproductions 296-383 of Medieval Manuscripts Collected by Lynn Thorndike. In: Medievalia et Humanistica 13 (1960) 81-100, hier 95 (Nr. 366a und 366c). - Zu beiden Handschriften: Lynn Thorndike, Some Tracts on Corners, 1456-1500. In: Archives internationales d'Histoire des Sciences 11 (1958) 225-250, hier 228f.
Abgesetzt: *Secuntur figure cometarum*

(p. 201) Kometen (9 Kometenklassen), kolorierte Federzeichnungen (siehe Abb. 27). Zu den Klassifizierungen der Kometen bei Georg von Peuerbach vgl. Alphons Lhotsky / Konradin Ferrari d' Occhieppo, Zwei Gutachten Georgs von Peuerbach über Kometen (1456 und 1457). In: Mitteilungen des Instituts für österreichische Geschichtsforschung 68 (1960) 266-290, hier 288.

(p. 202-215) ‹Georgius de Peuerbach(?): Tractatus de instrumentis horologium solarium›
(p. 202) *Instrumentum ad horas capiendas ab elevacione poli 23 graduum et 34 minutorum usque ad elevacionem poli 66 graduum et 27 minutorum si facere cupis.* (p. 202) *Tunc fac circulum ad libitum tuum magnum vel parvum. De tanto tamen circulus fuerit ... - ...Si autem habueris brachiolum in tuo instrumento tunc voluere finem brachioli cum perpendiculo ad altitudinem poli et ad gradum solis et margarita ut prius ostendit horam. Deus gracias ago tibi.*
Zinner 7726 (mit Zuweisung an Georg von Peuerbach); Thorndike/Kibre 752.14 (mit dieser als einziger Handschrift).

(p. 215-220) Georgius de Peuerbach: Canon horologii nocturnalis
(p. 215) Titel: *Canon horologii nocturnalis*
Inc.: *Fiat circulus in aliquo plano et dividatur per duas dyametros in quatuor quartas et quelibet quarta dividatur in 90 gradus ...* (p. 217) *Tabula pro horis nocturnis cognoscendis ... -* (p. 218) *... Et hoc tantum tempore oppositionis notandum est.* (p. 219) *Tabula altitudinis solis ad singulas horas diei ante et post meridiem in principiis et medietatibus signorum reperta ad altitudinem poli 48 graduum per reverendum m[agistrum] G[eorgium] de Peurbach.* (p. 220) *Tabula umbre verse altitudinis solis ad latitudinem regionis 48 graduum reverendi magistri Georgii de Peurbach.* (Tafeln auf die geographische Breite von Wien bezogen).
Zinner 7726 (zieht diesen zum vorhergehenden Text); Thorndike/Kibre 556.3 (mit dieser als einziger Handschrift).

(p. 221-230) ‹De compostione astrolabii›
(p. 221) Inc.: *Cum sciencia astronomie non completur sine debitis instrumentis fuit necessarium componere sapientibus instrumenta in ea, e quibus astrolabium Ptolemei est melius. Nihilominus composicio eius est valde difficilis et tediosa ... - ... Sed quia non est tanta sol in solsticio estivali* (p. 230) *oritur post quartam et occidit ante octavam in duobus minutis. Explicit.*
Zinner 891; Thorndike/Kibre 337.11 (mit dieser als einziger Handschrift).

(p. 230-235) ‹Tractatus de cylindro (Säulchensonnenuhr)›
(p. 230) Titel: *Tractatus kilindri accurtatus*
Inc.: *Quelibet magnitudo finita dividitur in 12 partes equales que digiti sew puncta vocantur. Ex hiis igitur partibus quinque quidem equales sunt ... - ... Et sic a principio usque ad tercium punctum inclusive fiunt 14 gradus et sic consequenter ut habes in tabula ista quam bene considera.* (p. 235, darunter Datierung) *Explicit 1487* (in kleinerer Schrift) *in carcere (?, in cancro?)* (p. 235 Rand: *Tabula*).
Zinner 9251; ohne Nachweis bei Thorndike/Kibre.

(p. 236-237) Tabula umbrae altitudinis rectae
(p. 236) Titel: *Tabula umbre*
(p. 237) Inc.: *Si volueris scire umbram rectam altitudinis cuiuscumque rei proposite intra tabulam umbre cum arcu altitudinis proposite ... - ... exibunt puncta alterius et hoc bene considera. Explicit.*

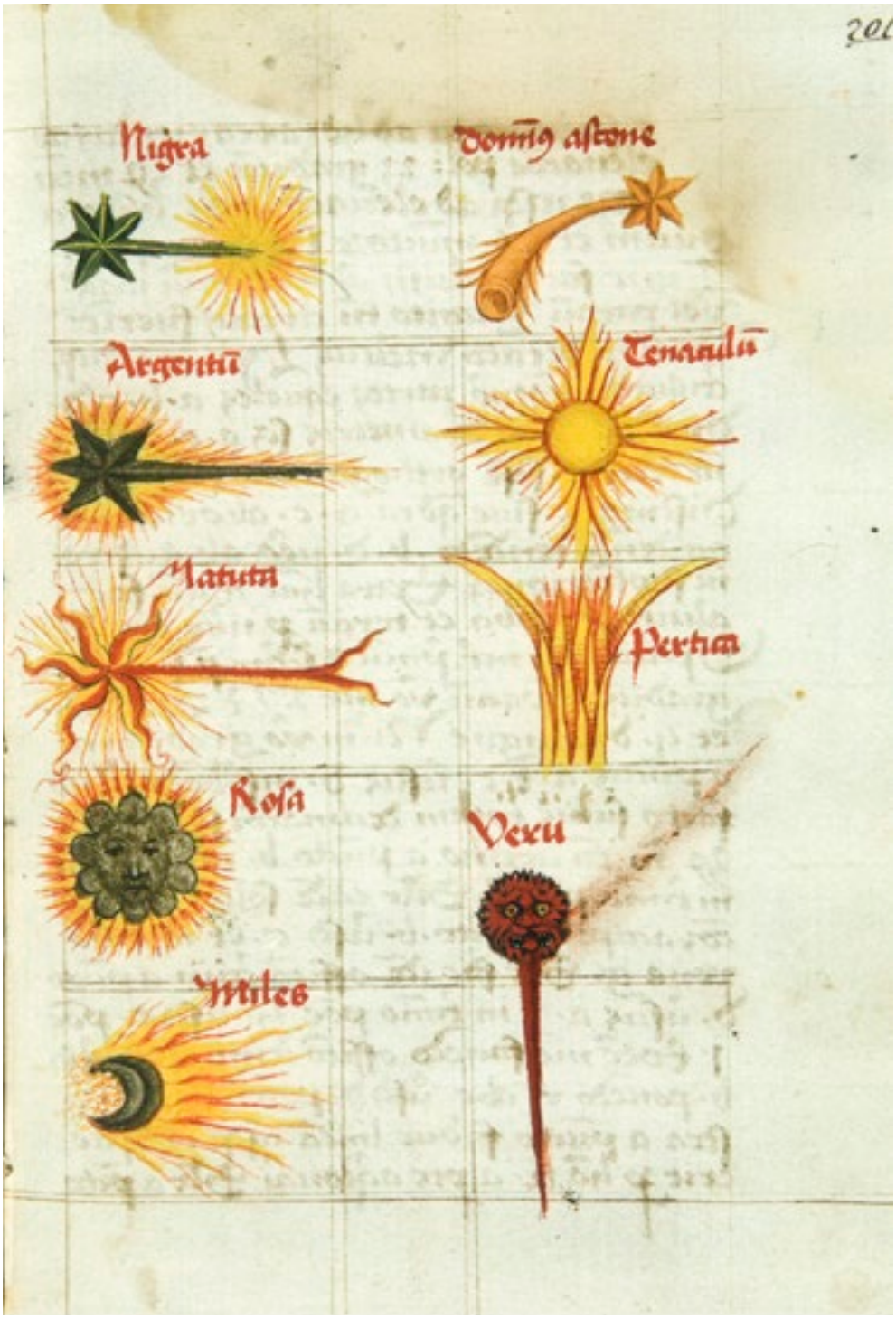


Abb. 3: New Haven (USA), Yale University, Harvey Cushing/John Hay Whitney Medical Library, Ms. 24 p. 201: Klassifizierung der Kometen in neun Klassen bei Georg von Peuerbach.

Ohne Nachweis bei Zinner und Thorndike/Kibre (vielleicht zum vorhergehenden Text gehörig).

(p. 238-245) Compositio Citharae Horariae Secundum Georgium de Peuerbach

(p. 238) Titel: *Incipit composicio cithare horarie reverendi magistri Georgii de Peurbach*
Inc.: *Antiqua composicio quadrantis difficilis esse noscitur atque tediosi laboris in lineis horarum. Reverendus felicis recordacionis magister Georgius de Peurbach ingenio suo adiuverit atque reliquit quadrantis composicionem faciliorem quam citharam horariam pro sua similitudine nominavit. Sed quia tantum factis ostendit et quosdam docuit facturam eius canones tamen ipse non scripsit. Tandem quidam alius carus illi conatus est breviter ex multis sermonibus et litteris missivis eiusdem magistri extrahere sequentem canonem. Ne tam facile instrumentum et utile oblivioni traderetur cum autoris nomine. Et licet varia sit huius quadrantis disposicio que nec ymaginari quidem possit ad plenum extra operacionem quare nec scribi potest. Facilis tamen ut cum quis ceperit prosequi operacionem eius offert se multiplex ingenii exercitacio operanti que relinquitur ymaginacioni habentis intellectum causa brevitatis. Hunc quadrantem signabis tribus literis a sit centrum b versus dextram c versus sinistram ... - ... usque vero et perpendiculum et pinnule omnia precise sunt ut in antiquo quadrante. Explicit.*
p. 245 (Titel) *Addicio*. Inc.: *Nunc coniecturam pro lineis horarum trahendis a quodam inventam repperi insertam canone tanquam a magistro Georgio contextam. Quid nequaquam credendum est cum nec ipse canones composuit ... - ... pro septima hora post meridiem duo spacia et duo puncta et cetera. Explicit totum.*
Zinner 7725; Thorndike/Kibre 110.6 (mit dieser als einziger Handschrift). - Hinweis auf die Melker Handschrift bereits bei Maximilian Curtze, Eine Studienreise. In: Centralblatt für Bibliothekswesen 16 (1899) 257-306, hier 264.
Lit.: Friedrich Samhaber, Die Zeitzither. Georg von Peuerbach und das helle Mittelalter (Raab 2000) 192-202.

(p. 246-252) Compositio Horologii in Anulo (Ringsonnenuhr)
(p. 246) Titel: *Incipit composicio horologii in anulo*
Inc.: *Accipe laminam cuiuscumque metalli longitudinis tante quantum habere volueris circulum aut anulum amplum aut strictum. Et hoc prius investiga per papirum involutam digito ... - ...* (p. 251) *ab intra autem minutissima et quo minora eo meliora.*
Zinner 9006; Thorndike/Kibre 19.15 (mit dieser als einziger Handschrift).
(p. 251) Daran anschließend: Iohannes Regiomontanus: Tabula
Tabula altitudinis solis umbre verse ad Wiennam magistri Johannis de Khunisperg.
Tafel: *Hore post meridiem ... Hore ante meridiem Cancer: 68 45 65 27 57 43 48 0 38 1 27 45 17 12 8 12*
Zinner 6124; ohne Nachweis bei Thorndike/Kibre.
Freiraum von ca. 10 Zeilen. Anschließend Titel: *De usu huius anuli.*
(p. 251) Inc.: *‹U› Susus* (!) *talis est: Signum et gradum solis scias die illa qua horam desiderare velis anulum autem suspende in manu ... - ... et ipsum est faramen yemale aliud estivale commutacione aptissima facta cum ipsis ad signa opposita. Explicit de anulo.*

Vgl. Zinner (wie Anm. 14) 139 („die Höhenangaben [sind] [...] durch Schreibfehler entstellt und können nicht für Wien gelten") und 356 Anm. 177.

(p. 252-254) ‹Tabulae altitudinis solis›
Inc.: *Maxima altitudo solis meridiana provenit ex addicione elevacionis equinoctialis et declinacionis solis maxime que ubique terrarum est 23 graduum et 34 minutorum ... Notabile preciosum. Si igitur vis scire latitudinem regionis vel civitatis vel provincie ... - ...* (p. 253) *Tunc ad aliam latitudinem regionis ipsum quadrantem poteris facere.*
Abgesetzt: Sequitur tabula declinacionis solis. (p. 254) Tafel. *Tabula declinationis solis*
Zum Notabile preciosum: Zinner 11086; Thorndike/Kibre 1450.16 (mit dieser als einziger Handschrift).

(p. 255-258) Iohannes Regiomontanus: compositio quadrantis
(p. 255) Titel: *Incipit composicio quadrantis organo Ptolomei similis reverendi magistri Johannis de Künisperg astronomi et poete laureati*
Inc.: *Describe quartam partem circuli more wlgato eiusque arcum in 90 gradus partire quorum numerorum scribe per quinarios procedendo ... - ... et sole radiante per ambo faramina perpendiculum de limbo quadrantis arcum altitudinis solis resecabit.*
(p. 258 Schlussschrift) *Explicit composicio quadrantis reverendi magistri prenominati. Hec que secuntur non sunt autoris precedencium sed addita sunt a quodam alio non eiusdem sciencie sed pari affectu volens abbreviare multiplicem tradicionem horologiorum ad orisontalem et perpendicularem superficiem.*
Zinner 6108; Thorndike/Kibre 401.11 (mit dieser als einziger Handschrift). - Hinweis auf die Handschrift bereits bei Maximilian Curtze, Eine Studienreise. In: Centralblatt für Bibliothekswesen 16 (1899) 257-306, hier 274.

(p. 258-267) ‹de horologiis ad horizontalem et perpendicularem superficiem›
Inc.: *His itaque compositis ubi linea k d intersecat latus quadrantis a b fac punctum o. Eruntque semidiametri in illo triangulo pro horologiis ad superficiem planam atque perpendicularem ... - ... et angulus quadrantis lineam horariam cuius sumpta fuerit altitudo ex tabula.*
Zinner 9745; Thorndike/Kibre 628.10 (mit dieser als einziger Handschrift).
(p. 265) Titel: *Tractatus ad omnem posicionem murorum.* Inc.: *Edificiorum muri et parietes cum sint ad omnem partem celi situati difficile est ut fiant in eis horologia perpendicularia ad omnem locum qualitercumque sit murus situatus ... - ... signa et horas semper autem ante murum habeas asseres super quos stare posset qui sint recte orisontales constituti. Explicit.*
Thorndike/Kibre 483.7 (mit dieser als einziger Handschrift)

(p. 267-272) ‹Tractatus de compositione Organi Ptolomaei ad designanda horologia›
(p. 268) Titel: *Prefacio in composicionem Organi Ptolomei*
Inc.: *Organum Ptholomei ad multas provincias in canone proprio ut ad ipso compositum est satis obscurum brevitate exhibetur ... - ... quod in sua forma et veritate permaneat. Explicit prefacio.* (p. 268) Inc.: *Primo fiat circulus ocultus a b c d. Duabus*

diametris a b et c d sese interseccantibusin centro o ... - ... Aliud autem perpendiculum quadrantis altitudinem solis indicat ad eandem horam. Scale usus si habes hic est ut alibi. Explicit.
Zinner 9782; Thorndike/Kibre 1020.2 (mit Verweis auf weitere Handschriften bei Zinner); vgl. auch p. 446-448.
Lit.: Catherine Eagleton, Medieval Sundials and Manuscript Sources: The Transmission of Information about the Navicula and the Organum Ptolomei in Fifteenth-Century Europe. In: Transmitting Knowledge. Words, Images and Instruments in Early Modem Europe. Ed. by Sachiko Kusukawa / Ian Maclean = Oxford-Warburg Studies (Oxford 2006) 65 Anm. 46 (mit dieser Handschrift).

(p. 272-274) compositio instrumenti incensionum et oppositionum mediarum
(p. 272) Titel: *Ad compositionem instrumenti incensionum et opposicionum mediarum*
Inc.: *Fac circulum involutum tredecies pro diebus et coniunge cuilibet unum parvum circulum id est modicum distantem ... - ... Servanda est autem cautela in addicione minutorum propter existenciam siderorum ut maior fiat precisitas instrumenti. Explicit totum et cetera.*
(p. 274) Zusatz (Korrekturnotiz zur Anleitung), am unteren Freirand: *Item mihi videtur quod circulus involutus pro isto instrumento debeat dividi secundum mediam elongacionem lune ...*
Zinner 3014; Thorndike/Kibre 547.11

II (275-370)

(p. 275-281) ‹Christannus de Prachatitz: compositio Astrolabii, CAP. 11-15›
(p. 275) Inc.: *Dorsum astrolabii hoc modo figurabis: Super centrum quod vocetur e quod debet esse precise idem cum centro matris describens unum circulum ... - ... qui dicitur alphorati equus restringens in foramine illud immitti. Horum autem omnium iam dictorum figura sequentis patule manifestat.*
Zinner 8555; Thorndike/Kibre 467.12 (mit dieser und einer weiteren Handschrift aus Yale);
Spunar 333 mit dieser Handschrift (recte zu 334 gehörig; Zuweisung an Christannus de Prachatitz). Ausg.: Alena Hadravová / Petr Hadrava, Křišťan z Prachatic: Stavba a užití astrolábu (Prag 2001) 162-171 (nennt die Handschrift ebd. 96).
Vgl. den ersten Teil dieses Texts (Cap. 1-10, mit Figuren) von anderer Hand auf p. 371-392.
Zu Christannus von Prachatitz vgl. auch G. Keil, Christian von Prachatitz. In: ²VL I (1978) Sp. 1222f.
Daran anschließend ohne Titel:
(p. 281-310) ‹Christannus de Prachatitz: Usus Astrolabii›
(p. 281) Inc.: *Quia plurimi ob nimiam quandoque attractacionem et magnam scriptorum sentenciam canones et utilitates astrolabii declarantes intelligere et memorie commendare ... - ... Et si continget regulam cadere in partem puncti tunc operare ut superius*

ostensum est. Et sie finis astrolabii.
Ausg.: Hadravová/Hadrava (wie oben bei p. 275-281) 204-281.
Thorndike/Kibre 1228. 5 (anonym) und 331.5 (mit Zuweisung an Prosdoscimus de Beldomandi; beide ohne diese Handschrift); Spunar 333 (mit dieser Handschrift).

(p. 311-317) ‹De duodecim signis zodiaci eorumque qualitatibus›
Inc.: *Aries signum zodiaci primum bonum, calidum et siccum, igneum, colericum, orientale, mobile, masculinum faciem, oculos et alias partes capitis in homine respicit ... - ... obviare hostibus loqui pugnatoribus.*
Zinner 7998; Thorndike/Kibre 134.5 (mit dieser Handschrift und Wien ÖNB, Cod. 638 fol. 16^{v}-19^{v}).
(p. 315) Inc.: *Quattuor sunt mansiones lune et quelibet per septem dies. Prima est calida et humida secunda calida et sicca ... - ... tunc maior est certitudo de disposicione aure.*
Ohne Nachweis bei Zinner und Thorndike/Kibre.
(p. 316) Inc.: *Item quando sol intrat signum fixum ut est thaurus, leo, scorpio et aquarius ... - ... si vero mobile sicuti est aries, cancer, libra, capricornus tunc mobiliter servabit ipsius modo tale modo vero tale.*
Ohne Nachweis bei Thorndike/Kibre. (p. 3 l 6) Aderlass-Verse
Inc.: *Ver estas dextram autumpnus hyemsque sinistram ... - ... in media luna non tangatur tibi vena.*
Thorndike/Kibre 1685.12. (ohne diese Handschrift, jedoch mit: München BSB, Clm 9504 fol. 1^{r}; Cambridge, Corpus Christi, Cod.441 p. 529a; Wiesbaden, Cod. 61 fol. 109rb [15.Jahrhundert]).
(p. 316) Inc.: *Nota omnes vene capitis sunt post comestionem minuende excepta vena sub mento ... - ... omnes vene crurium sunt post comestionem trahende.*
Thorndike/Kibre 937.15
(p. 316) *Flebotomia est recta incisio et sanguis moderata effusio nec ... - ... tamen curat quod naturis limpidus fiat.*
Thorndike/Kibre 564.1 (mit zahlreichen Zuschreibungen und Überlieferungsnachweisen)
(p. 316-317) *Flebotomia est inicium sanitatis mentem sincerat ... - ... extraneum eicit et vitam longiorem amministrat.*
Thorndike/Kibre 563.10 (ohne diese Handschrift, mit London BL, Harley 3719 fol. 147^{v}-148^{v}; London BL, Arundel 306 fol. 30^{r}-36^{r}).

(p. 318-347) Iohannes de Gmunden: De instrumento aequatorio eiusque usu secundum campanum de novara
(p. 318-319) Prolog. Inc.: *Ad laudem Dei omnipotentis profectumque practicancium in astronomia in presenti tractatu intendo declarare composicionem et usum cuiusdam instrumenti solemnis per quod faciliter et breviter inveniuntur vera loca omnium planetarum ... - ...* (p. 319) *... Septimum de composicione figure pro equacione Saturni.*
Inc.: (p. 319) *Cum igitur volueris in hoc instrumento ponere ea que ad equacionem solis sunt necessaria describe primo orbem signorum in dorso matris ... - et viam ad componendum per materiale instrumentum tantam varietatem et tam admirabilem diversitatem motuum septem planetarum. Cui laus honor et gloria in secula seculo-*

rum. Amen. - (p. 347 Schlussschrift, Werkdatierung, Lokalisierung und Datierung der vorliegenden Niederschrift) *Anno Domini M⁰CCCC⁰29 Wienne pronunciatus est tractatus iste a reverendo magistro Iohanne de Gmund canonico protunc existente ecclesie Sancti Stephani ibidem. Rescriptum vero Mellici Anno Domini 1489⁰* [korrigiert aus 1499] *Prothei et Iacincti* [11.9.1489].
p. 322., 328, 333, 336 leer für nicht ausgeführte Figur. Zeitnahe Randeinträge, Ergänzungen (p. 327, 334, 337, 338, 341); p. 348 wegen des Durchschlags der Tinte leer.
Druck: F.S. Benjamin, John of Gmunden and Campanus of Novara. In: Osiris 11 (1954) 221-246. Zur Autorfrage vgl. auch F.S. Benjamin/ G.J. Toomer, Campanus of Novara and medieval planetary Theory = The University of Wisconsin, Publications in medieval science 16 (Madison 1971) 121 Anm. 8.
Zinner 3529; Thorndike/Kibre 52.1 (mit dieser und weiteren Handschriften), verglichen: Cod. 5 258 fol. 113ʳ-127ʳ (mit Zuweisung an Johannes von Gmunden, auch hier fehlen die Figuren).
Überlieferungszusammenstellung bei Kathrin Chlench, Johannes von Gmunden - Handschriftenverzeichnis. In: Johannes von Gmunden (ca. 1384-1442.). Astronom und Mathematiker. Hrsg. von Rudolf Simek / Kathrin Chlench = Studia Medievalia Septentrionalia 12. (Wien 2006) 195- 2.23, hier 197f. (1 2. Handschriften, mit dieser Handschrift).

(p. 349-369) ‹Tafelwerk zur Berechnung der Bewegung der Planeten› Zinner 11096
p. 359, p. 370 leer

III (371-394[a])

(p. 371-392.) ‹Christannus de Prachatitz: compositio Astrolabii (CAP. 1-10)› Inc.: *Quamvis de astrolabii composicione tam modernorum quam veterum dicta habeantur pulcherrima ...* - (p. 390) *prout tibi videbitur expedire. Et circa centrum cuiuslibet stelle nomen ipsius secundum quod habes in tabula. Et pro dictis vide tabulas et figuras sequentes.* (p. 391-392.) folgt eine Figur und eine Tafel.
Mit Figuren. Vgl. Zinner 8555; Thorndike/Kibre 1164.1 (mit dieser und 5 weiteren Handschriften); Spunar 3 34 (mit Zuweisung an Christannus von Prachatitz).
p. 393 und die darauffolgende unsignierte Seite leer (zählt p. 393 doppelt)
Ausg.: Hadravová/Hadrava (wie oben bei p. 275-281) 136-162. (nennt die Handschrift ebd. 96). Vgl. Cap. 11- 15 dieses Texts (ohne Figuren) auf p. 275-281.

IV (393[b]-408)

(p. 393-407) ‹Georgius de Peuerbach(?): Algorithmus›
a. (p. 393) Introductio: *Et si ars numerandi sufficienter algorismo veteri exposita sit ... - ... huius autem artis novem sunt species numerandi.*
b. (p. 393) Numeratio: *Est autem numeracio cuiuslibet numeri per figuras competentes artificialis representacio ... - ... Et hac de causa ut in legendo conswetudine ordinem servans maiorem numerum minori preponamus* (aus Johannes de Sacro Bosco: Algorithmus, cap. 1).
c. (p. 394) Additio: *In unum addere plures numeros ordines eorum taliter scribe ... - ... sub illis esset ciffra propter sequentes scribenda.*
d. (p. 394-395) Subtractio: *Unum numerum ab alio subtrahere ordina subtrahendum qui minor vel maxime equalis esse ... - ... unitatem sicuti dictum est ante.*
e. (p. 395-396) Mediatio: *Numerum quemcumque dimidiare eo per suas differencias scripto lineaque sub ipso ducta ... - ... et prius nullus digitus est reservatus tunc inferius directe sub linea scribe ciffram.*
f. - k. (p. 396-400) *Quemcumque numerum duplare ... - ... et illud loco probacionis accipere potes.*
l. (p. 401-402) Radicum extractio cubica. *Cuiuscumque numeri cubici propositi vel maxime cubici sub propositio numero contenti radicem cubicam extrahere scribe ... - ... sequens potest tibi locus esse probacionis.*
m. (p. 402.-407) Rechenbeispiele zu den einzelnen Rechenarten: Addicio. *Numeri addendi sibi 8760543 ... - ... scilicet 2/3 est 584/699 et cetera.*
Text verglichen mit dem Druck Georg von Peuerbach: Opus Algorithmi iucundissimum. (Leipzig) 1503 (VD 16 P 2041). - Mit dem Druck stimmen überein die Textpartien f.-k; b.-e. stimmen nur zu Beginn der Textpartien überein; die Partien a., l., m. finden sich nicht im Druck (= Eigengut dieser Handschrift). Es liegt eine Version des Peuerbach'schen Algorithmus vor, die nach bisherigem Kenntnisstand nicht mit allerletzter Sicherheit Peuerbach zugeschrieben werden kann.
Thorndike/Kibre 52.4.9 (mit dieser als einziger Handschrift).
Lit.: Wolfgang Kaunzner, Über Georg von Peuerbach, einen Wegbereiter der modernen Mathematik am Übergang vom Mittelalter zur Neuzeit. In: Rainer Gebhardt (Hrsg.), Arithmetische und algebraische Schriften der frühen Neuzeit. Tagungsband zum wissenschaftlichen Kolloquium „Arithmetische und algebraische Schriften der frühen Neuzeit" vom 22.-24. April 2005 in der Berg und Adam-Ries-Stadt Annaberg-Buchholz = Schriften des Adam-Ries-Bundes Annaberg-Buchholz 17 (Annaberg-Buchholz 2005) 93- 116, hier 106-110 (mit Abb. von p. 393).
Daran anschließend:
(p. 407) ‹Commentarius in Centiloquium Claudi Ptolemaei (Exc.)›
Inc.: *Vultus huius seculi sunt subiecti vultibus celi. Hec verba ponuntur in libro Ptolomei qui liber Centiloquium vocatur. In quibus verbis concludit Ptolomeus quod omnia que sunt in hoc mundo inferiori ... - ... divicias et paupertates egritudinem et sanitatem pacem et bellum damnum et prosperitatem inferunt singulis.*
(p. 408) leer

V (409-416)

(p. 409-415) Georgius de Peuerbach: Fabrica et usus instrumenti pro veris coniunctionibus et oppositionibus solis et lunae
(p. 409, oberer Freirand), nachgetragen: Hec magister Georgius de Peurbach
Inc.: *Cum animadvertissem quoddam instrumentum pro veris coniunctionibus faciliter reperiendis a veritate deficere ...* - (p. 414) *... Sic igitur habes id quod pollicitus sum composicionem usum cum racionibus et causis huius instrumenti de quo laus domino qui michi rationes has scire dedit et cetera.*
(p. 415) Figur. Zinner 7718; Thorndike/Kibre 282.7 (ohne diese Handschrift, mit Wien ÖNB, Cod. 5203 fol. 67r-69v und Cod. 5303 fol. 99r [anonym]).
(p. 416) leer

(p. 417-428) ‹Iohannes de Gmunden: De compostione et usu torqueti secundum Franconem de Polonia (Türkengerät)›
(p. 417) Inc.: *Si volueris componere turchetum accipe laminam de quacumque materia volueris ...* - *... horas noctis preteritas equales vel inequales vel alia quam plura sagax lector per se facile inveniet ex dictis. (Schlussschrift) Explicit composicio vel usus turcheti.*
Zinner 2800 (zahlreiche Handschriften = 2787-2800); Thorndike/Kibre 1476.16 (Franco de Polonia, De compositione et usu torqueti, mit dieser Handschrift und Verweis auf Zinner 11342-349 und weiteren Handschriften: Wien ÖNB, Cod. 5258 fol. 16r-21v [verglichen, anonym]; München UB, 4°. 378 [recte: 4° 738] fol. 84r-87v).
(p. 426-428) Titel: *Secuntur canones additi. De invencione longitudinis inter duas regiones*
Inc.: *Si vis invenire longitudinem inter duas regiones per turchetum ...* - *... Et quanto plures reversiones considerationibus interfuerint tanto precisius erit opus.*
Zinner ohne Nachweis; Thorndike/Kibre 1471.12 (mit dieser Handschrift und weiteren Handschriften: Wien ÖNB, Cod. 5258 fol. 22r-23r [verglichen, anonym; hier folgt noch eine Kapitelüberschrift und zwei Zeilen Text: Medium motum solis unius diei invenire]; München UB, 4° 378 fol. 88r-v). - Neueste Überlieferungszusammenstellung bei Chlench (wie oben bei p. 318-347) 220 (mit dieser Handschrift).

(p. 429-436) Iohannes Simonis de Zelandia: Speculum planetarum
(p. 429, oberer Freirand), nachgetragen: *Instrumentum speculi planetarum*
Inc.: *Instrumentum in quo velut in speculo omnium planetarum capitis et caude draconis vera loca in nona spera clarissime intuentur ...* - *...* (p. 434) *secundum quod docetur in utilitate. Et sic completur compositio speculi planetarum ad laudem Dei et cetera.*
(p. 434-4 36) Canon instrumenti
Inc.: *Ut autem per hoc speculum quis debite possit operari requiruntur medii motus omnium planetarum ...* - *ita quod post centum annos mutetur per unum gradum. Unde patet ipsum in sua precisione perpetua hoc modo permanere. De quo laudetur veritas eterna per infinita secula seculorum Amen.* - (p. 436 Schlussschrift, Werkdatierung) *Finit canon instrumenti novi sive speculi planetarum magistri Johannis Symonis de Zalandia et cetera facti anno etc. 1417 completum in Vyenna* [Vienne ?] (Zusatz von

anderer Hand ?) *in Ytalia ducalis domini Sabaudie.*
Zinner 9633; Thorndike/Kibre 753.4 (mit dieser und vier weiteren Handschriften).
Zu Johannes Simonis de Zelandia vgl. Olaf Pedersen, John Simonis of Selandia. In: DSB VII 142f. (mit weiterer Literatur); Zinner (wie Anm.7)71 und 309.
Weitere Überlieferung siehe Datenbank Jordanus und Thorndike/Kibre 64.7 (vermutlich eine andere Fassung mit dem Inc.: *Ad utilitatem omnium studentium in astronomia ...* ; z.B. Salzburg, St. Peter, Inkunabel 800 fol. 84^{v}-90^{v}).
Handschriften der vorliegenden Fassung mit ähnlicher Schlussschrift (Vorlagendatierung): Augsburg UB, Cod. II. 1.4° 73 fol. 177^{r}-179^{r} (Vorlagendatierung 1417, Niederschrift dat. 1493;
Zinner 9631; vgl. jetzt: Hardo HILG, Lateinische mittelalterliche Handschriften in Quarto der Universitätsbibliothek Augsburg. Die Signaturengruppen Cod. I.2.4° und Cod. II.1.4° = Die Handschriften der Universitätsbibliothek Augsburg, Reihe I,3 [Wiesbaden 2007J 456).
Darmstadt, Hessische Landes- und Hochschulbibliothek, Cod. 780 (dat. 1464) fol. 204^{r}-207^{r} (Datenbank Jordanus): Schlussschrift: *Finit canon ... - ... speculi planetarum magistri Johannis Symonis de zelandia etc. feci anno 1417 completum in Vienna in Italia ducalis domini Sabaudie.*
Wien ÖNB, Cod. 5258 fol. 51^{r}-55^{r} (Autopsie, Johannes Symonis de Zelandia zugeschrieben und mit 1417 überschrieben, wohl eine Vorlagendatierung, keine Datierung der Niederschrift; Schlussschrift wie in dieser Handschrift).

VII (437-448)

(p. 437-445) ‹De fabrica instrumenti universalis ad inveniendas horas in quocumque climate›
Inc.: *Sinum totum ad sinum arcus ecliptice ab aliquo puncto equali inchoati sic se habere sicut sinus declinacionis totius ad sinum declinacionis talis arcus ecliptice.* (p. 437) *Sit enim superficies plana circuli transeuntis per maximas declinaciones a b c d ... - ... idem investigare potes querendo in paralello tali punctum ortus et occasus et trahendo per eum et centrum instrumenti lineam rectam.*
Vgl. Zinner 3121 (nicht diese Handschrift, sondern Wien ÖNB, Cod. 5203 fol.79^{r}-86^{r}); Thorndike/Kibre 1509.1 (mit dieser Handschrift und der genannten Wiener Handschrift).
(p. 446-448) Organum Ptolemaei
Titel: *Organum Phtolomei*
Inc.: *Primo fiat horologium ad omnes provincias. Capitulum primum. Circulus a b c d duabus dyametris eius a b et c d sese intersecantibus in centro o ... - ...* (p. 447) *... et ubi ipsa secaverit lineam g h ibi erit punctus geminorum et leonis. Consimiliter fac de aliis et cetera cuius, figure vides hic.*
p. 448 Figur; p. 448a und b leer (nicht gezählt)
Zinner 9783; Thorndike/Kibre ohne Nachweis.
Vgl. Eagleton (siehe oben bei p. 267-272) 64-69.

VIII (449-[470])

(p. 449-454) Nicolaus de Cusa: Quadratura circuli
(p. 449-453) Titel: *Quadratura circuli d*[omini] *N*[icolai] *de Cusa cardinalis legati episcopi Brixenensis*
Inc.: *Quamvis iam dudum a studio geometrico nos alcior speculacio ac publica retraxerit utilitas ... - ... quod attingimus conscripsimus.*
(p. 449) Inc.: *Non legimus quemquam propinquius accessisse ad huius noticiam quam Archimedem ... - ...* (p. 453) *circuli inscripti trigono per hoc patet quesitum.* Thorndike/Kibre 1164.6 (mit dieser als einziger Hs).
(p. 453-454) Titel: *Eiusdem de sinibus et cordis.*
Inc.: *Ex his nunc circa cordas et arcus sciencia perfecta elici poterit. Nam si una est habitudo eius ... - ... et in circulo tantum coincidencium inquisicio nos ad premissa perduxit. Laus Deo. Nusquam tuta fides.* Mit dem Kapitel 'De sinibus et chordis' am Ende mit einer sonst nicht überlieferten Zusatzfigur, „die der Schreiber wohl nach der Textanweisung selbst verfertigte" (Senger [wie Anm. 20] 14 mit Wiedergabe der Figur). Thorndike/Kibre 532.10 (mit dieser als einziger Handschrift).
Druck: Nicolai de Cusa opera (Basel 1565) p. 1091- 1095); Deutsche Übersetzung: Josepha Hofmann/ Joseph Ehrenfried Hofmann, Die mathematischen Schriften = Schriften des Nikolaus von Cues 11 (Hamburg 1952) 58-67.
Eine weitere Handschrift bei Senger (wie Anm. 20) 12f.: Karlsruhe BLB, E.H. 32 fol.5^{r}-8^{v}. - Vgl. auch Nagel (wie oben S. 41). - Hinweis auf die Melker Handschrift bereits bei Maximilian Curtze, Eine Studienreise. In: Centralblatt für Bibliothekswesen 16 (1899) 257-306, hier 264. - Der Textzeuge wird desgleichen erwähnt bei Paul Oskar Kristeller, Iter italicum. Accedunt alia itinera. A Finding List of uncatalogued or incomplerely caralogued Humanistic Manuscripts of ehe Renaissance in Italian and other Libraries, Vol. III (Alia itinera 1): Australia to Germany (London-Leiden 1983) 30.
(p. 455-459) Nachtrag ‹De compostione baculi ad capacitates vasorum metiendas›
Tit.: *Virgam sive baculum ad capacitates vasorum metiendas geometrice fabricare*
Inc.: *Habeas primo vas ovuum rotundum ... - ... unitates per multiplicacionem predictam.*
Thorndike/Kibre 1699.9 (mit dieser Handschrift und Wien ÖNB, Cod. 5 207 fol. 220^{r}-221^{v}).
(p. 460) Nachtrag ‹De usu baculi Iacob›
Inc.: *Baculus Iacob instrumentum quo mediante homo invenit latitudinem altitudinem et distanciam rerum sie habet fieri. Accipe baculum planum quot sunt signa in baculo ostendit distanciam.*
Zinner 5067 (vgl. auch Zinner 5066 = Leipzig UB, Cod. 1469 fol. 207^{v}-208^{r}); Thorndike/Kibre 173.2 (mit dieser Handschrift und der Leipziger Handschrift nach Verweis auf Zinner).
(p. 461-470[?]) leer

Abgekürzt zitierte Literatur

DSB Dictionary of Scientific Biography. Ed. by Charles C. Gillispie. 16 Bde. (New York 1970-1980; zitiert nach der Reprint-Ausgabe von 1981 in 8 Bden., Seitenangabe entsprechend der Ausgabe in 16 Bden.)

GW Gesamtkatalog der Wiegendrucke. Hrsg. von der Kommission für den Gesamtkatalog der Wiegendrucke. Bisher 11 Bde. (Leipzig-Stuttgart-Berlin-New York 1925ff.)

Hain Ludwig Hain, Repertorium bibliographicum in quo libri omnes ab arte typographica inventa usque ad annum MD typis expressi ordine alphabetico ... recensentur. 2 Bde. (Stuttgart-Paris 1826-1838, Nachdruck Mailand 1948, 1950)

Spunar Pavel Spunar, Repertorium auctorum Bohemorum provectum idearum post Universitatem Pragensem conditam illustrans. Tom. I = Studia Copernicana 25 (Breslau-Warschau-Krakau [u.a.] 1985)

Thorndike/Kibre Lynn Thorndike and Pearl Kibre, A Catalogue of Incipits of Mediaeval Scientific Writings in Latin. Revised and augmented Edition = The Mediaeval Academy of America, Publication 29 (London 1963)

²VL Die deutsche Literatur des Mittelalters. Verfasserlexikon. Begründet von Wolfgang Stammler, fortgeführt von Karl Langosch. 2., völlig neu bearb. Aufl. hrsg. von Kurt Ruh, Gundolf Keil [u. a.]. 11 Bde. (Berlin-New York 1978-2004)

Zinner Ernst Zinner, Verzeichnis der astronomischen Handschriften des deutschen Kulturgebietes (München 1925)

Abgekürzt zitierte Bibliotheken

BLB Badische Landesbibliothek BSB Bayerische Staatsbibliothek

ÖNB Österreichische Nationalbibliothek UB Universitätsbibliothek

Benützte CD-ROMs und Datenbanken

IN PRINCIPIO Index lateinischer Textanfänge. CD-ROM (Version 15)

JORDANUS Ein internationaler Katalog naturwissenschaftlicher Handschriften des Mittelalters: http://jordanus.ign.uni-muenchen.de

Georg-von-Peuerbach-Symposien 2000, 2002, 2004, 2006, 2008

Veranstalter:	Stadtgemeinde Peuerbach, O.Ö. Bürgermeister Reg.-Rat. August Falkner (2000) Bürgermeister Wolfgang Oberlehner (2002, 2004, 2006, 2008)

Ab 2006 in Zusammenarbeit mit der Johannes-Kepler-Universität Linz

Veranstaltungsort:	Gemeindesaal, Schlosssaal Peuerbach
Initiator, Gründer u. Koordinator:	Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Friedrich Samhaber
Wissenschaftlicher Leiter und Moderatoren:	Univ. Prof. Dr. Helmuth Grössing (2000) em. Univ. Prof. Dr. Franz Pichler, (2002, 2004) Univ. Prof. Dr. Michael von Reuteln em. Univ. Prof. Dr. Fanz Pichler, 2006, 2008
Organisation:	Sabine Mayr

Die Vorträge dieser Georg-von-Peuerbach-Symposien wurden in fünf Symposionsbänden, welche in Kapitel Literaturhinweise näher beschrieben sind, publiziert.

Sonderausstellungen im Schlossmuseum

Während der Symposien fanden im Schlossmuseum Peuerbach Sonderausstellungen statt, welche auf die Themen der jeweiligen Symposien abgestimmt waren bzw. Lebensumstände der Zeit um Georg von Peuerbach darstellten.

Kurator und Gestalter der Sonderausstelllungen
Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Friedrich Samhaber

Datum	Titel der Ausstellungen
27. April – 02. Nov. 2000	Höhepunkte mittelalterlicher Astronomie
29. April – 03. Mai 2002	Harmonie der Welt (Begleitveranstaltung zur Gotikausstellung im Linzer Schloss)
29. April - 31.Okt. 2004	Der neue Blick ins All
02. Mai – 31. Okt. 2006	Krötengift und Hexenkraut

Literaturhinweise

Die in diesem Sammelband ausgewählten Beiträge sind folgende Publikationen entnommen:

Georg-von-Peuerbach-Symposion 2000:
„Der die Sterne liebte", Erasmusverlag Wien 2002,
ISBN 3-9500624-6-7, S 1 ff, S 41 ff S 105 ff.

Georg-von-Peuerbach-Syposion 2002:
„Der Harmoniegedanke gestern und heute." Rudolf Trauner-Verlag, Linz 2002,
ISBN 3-85487-504-5, S 29 ff.

Georg-von-Peuerbach-Symposion 2004:
„Von den Planetentheorien zur Himmelmechanik." Rudolf Trauner-Verlag, Linz 2004,
ISBN 3-85487-780-3, S 9 ff, S87 ff

Georg-von-Peuerbach-Symposion 2006: „Von Newton zu Gauss."
Rudolf Trauner-Verlag Linz 2006 , ISBN 3-85499-063-4,
ISBN 978-3-85499-063-5, S 1 ff, S 67 ff, 107 ff

Georg-von-Peuerbach-Symposion 2008:
„Kosmisches Wissen von Peuerbach bis Laplace."
Rudolf-Trauner-Verlag, Linz 2008, ISBN 978-85499-449-7, S 13 ff, S 27 ff, S 121 ff

Thesaurus Mellicensis
Bd. 1 „… und das Fundament kündet vom Werk seiner Hände" (Ps 19,2) -
Faszination Astronomie- eine Spurensuche in der Melker Stiftsbibliothek;
Melk 2009, ISBN 978-3-9502328-1-3; S. 35 ff (letzter Beitrag dieses Sammelbandes)

Eine Auswertung der Literatur von und über Georg von Peuerbach
(bis 1981 bzw. 2000) ist u. a. in folgenden Veröffentlichungen zu finden:

Helmuth Grössing: Humanistische Naturwissenschaft; zur Geschichte der Wiener mathematischen Schulen des 15. und 16. Jahrhunderts, Habilitationsschrift an der Wiener Universität 1981

Friedrich Samhaber: Die Zeitzither (Georg von Peuerbach und das helle Mittelalter), Raab 2000, ISBN: 3-85360-003-4

Friedrich Samhaber: Höhepunkte mittelalterlicher Astronomie (Georg von Peuerbach und die Folgen), Ausstellungsbegleitbuch inklusive Katalog zur gleichnamigen Ausstellung vom 27. April – 2. November 2000 im Schloss Peuerbach. Raab 2000, ISBN 3-85360-003-4

Tabellarischer Lebenslauf

Dipl.-Ing. Dr. techn. Friedrich Samhaber

1934	23.07. geboren in Peuerbach, OÖ
1952-1959	Studium an der Technischen Hochschule in Wien, techn. Chemie
1957	Graduierung zum Dipl.-Ing.
1959	Promotion zum Dr. der techn. Wissenschaften (Auszeichnung mit Stimmeneinhelligkeit)
1958-1960	Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für organische Chemie der Technischen Hochschule Wien
1960-1967	Produktions- und Betriebsleiter der organischen Betriebe sowie Leiter des Betriebslabors der Donau Chemie AG.
1967-1969	Leiter des zentralen Forschungs- und Entwicklungslaboratoriums der Donau Chemie AG
1969-1985	Projektleiter in der Abteilung Chemieanlagenbau der Firma Ruthner A.G. bzw. Maschinenfabrik Andritz A.G. (Innovation, Projektierung, Konstruktions- und Montageüberwachung, Inbetriebnahme) Vorträge über eigene Verfahren in Wiesbaden, Bratislava, Moskau (1970, 1985)
1977	Initiator der Errichtung des Bauernkriegsmuseums im Schloss Peuerbach
1985 (4.11.) - 1988 (30.11.)	Chemischer Leiter der Abteilung Technische Auskleidung (Gummierung) der Firma SKG (Semperit) in Linz/Wegscheid. (Betreuung von Gummierungs-Großprojekten im Anlagenbau, Entwicklung neuer Gummierungsmaterialien)
1988 (1.12.) - 1994 (31.12.)	Leiter der Abteilung Umwelttechnik und Anlagenbau der Firma IPH-KVD (St. Willibald - Ried)
2000	Initiator (und Ersteller der Ausstellungskonzepte) der Georg-von-Peuerbach Dauerausstellung sowie der Ausstellungsserie „Peuerbach und die Folgen" (2000, 2002, 2004) sowie der Georg-von-Peuerbach-Symposien

Publikationen aus den Gebieten der organisch-präparativen Chemie, der organ. und anorgan. Technologie, Verfahrenstechnik, Kautschuktechnologie und Geschichte der Naturwissenschaft.

Horizon
Spica
Corvus
Oblique